



Universitat
de les Illes Balears

TRABAJO DE FIN DE GRADO

DETECTABILIDAD DE ONDAS GRAVITACIONALES EMITIDAS POR ESTRELLAS DE NEUTRONES RECIÉN NACIDAS EN SUPERNOVAS O FUSIONES BINARIAS

Sandra Calafell Campos

Grado de Física

Facultad de Ciencias

Año Académico 2020-21

DETECTABILIDAD DE ONDAS GRAVITACIONALES EMITIDAS POR ESTRELLAS DE NEUTRONES RECIÉN NACIDAS EN SUPERNOVAS O FUSIONES BINARIAS

Sandra Calafell Campos

Trabajo de Fin de Grado

Facultad de Ciencias

Universidad de las Illes Balears

Año Académico 2020-21

Palabras clave del trabajo:

Estrellas de neutrones, ondas gravitacionales

Nombre Tutor/Tutora del Trabajo: David Benjamin Keitel

Nombre Tutor/Tutora (si procede): David Benjamin Keitel

Se autoriza la Universidad a incluir este trabajo en el Repositorio Institucional para su consulta en acceso abierto y difusión en línea, con fines exclusivamente académicos y de investigación

Autor		Tutor	
Sí	No	Sí	No
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Resumen

El descubrimiento de las ondas gravitacionales ha sido de gran importancia para la física fundamental y la astronomía. La existencia de estas ondas es una prueba más del funcionamiento de la teoría de la Relatividad General. Mediante la detección de las ondas gravitacionales se pueden detectar binarios de objetos compactos, como agujeros negros y estrellas de neutrones, a parte de otros eventos. Este trabajo se basa en la detectabilidad de las estrellas de neutrones recién nacidas, ya sea mediante fusiones de sistemas binarios o colapso de supernovas. En primer lugar, se hará una introducción teórica sobre la relatividad general, y la deducción matemática de las ondas gravitacionales a partir de la teoría linealizada. También se explicará la formación de las estrellas de neutrones, se comentará la primera detección de las ondas gravitacionales procedentes de una fusión de estrellas de neutrones, GW170817, y su posible remanente. Además, se comentarán las distintas tasas de la formación de las estrellas de neutrones, y se utilizará el modelo de un milisegundo magnetar, para representar características de las ondas gravitacionales (forma de onda) y comparar dos casos distintos: la detectabilidad de la emisión *spin-down* de una de estrellas de neutrones nacida por una fusión de un sistema binario o por el colapso de una supernova. Con la relación señal/ruido, se estudiará a partir de las tasas qué suceso es más probable.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Ondas gravitacionales	1
1.1.1. Relatividad general	1
1.1.2. Linealización de las ecuaciones de Einstein	2
1.1.3. Término cuadripolar	3
1.2. Detectores de ondas gravitacionales	4
1.3. Estrellas de neutrones	5
1.3.1. Formación de las estrellas de neutrones	6
2. BNS	7
2.1. GW170817 y búsquedas posteriores a la fusión	7
2.1.1. Búsqueda de ondas gravitacionales de un remanente de corta e intermedia duración	8
2.1.2. Búsqueda de ondas gravitacionales de un remanente de larga duración	9
2.2. Ecuaciones de estado	9
3. Tasas de SN y de BNS	10
3.1. Tasa de fusión de BNS	10
3.2. Tasa supernovas de colapso del núcleo (CCSN)	11
4. Señales de GW de NS recién nacidas	12
4.1. Modelo de formas de ondas gravitacionales de un milisegundo magnetar	12
4.2. Balance energético de ondas gravitacionales	14
4.3. SNR y <i>optimal matched filter</i>	15
5. Resultados numéricos	16
5.1. Caso BNS	17
5.2. Caso SN	21
5.3. Comparación de las tasas	23
6. Conclusiones	24
Referencias	25

1. Introducción

1.1. Ondas gravitacionales

En el 1915, Einstein publicó la teoría de la Relatividad General (RG), un año después, se predijo la existencia de las ondas gravitacionales (GW) como consecuencia de esta teoría. Las GW son perturbaciones del espacio-tiempo producidas por masas aceleradas, estas ondas se propagan a la velocidad de la luz.

1.1.1. Relatividad general

La RG es una teoría relativista de la gravitación cuya idea principal es que la gravedad no es una fuerza, sino una propiedad geométrica del espacio-tiempo. Los principios fundamentales de esta teoría son: el principio de equivalencia, la noción de la curvatura del espacio-tiempo y el principio de covariancia generalizada. A continuación, se explican estos tres principios.

- **Principio de equivalencia:** mediante este principio se puede entender la idea de Einstein de la gravedad como geometría, es decir, que la gravedad no es una interacción sino que es un efecto de la curvatura del espacio-tiempo. Este principio surge de la idea de que la masa inercial y la masa gravitacional son equivalentes. [1] Además, este dice que ninguna ley de la física permite detectar un campo gravitacional localmente. En otras palabras, los efectos de la gravitación en un marco inercial local, como ocurre en la caída libre, desaparecen. [2]

- **Curvatura del espacio-tiempo:** esta curvatura surge como consecuencia de introducir la gravedad, ya que los cuerpos en presencia de un campo gravitatorio siguen trayectorias curvas. Las curvas de menor longitud que conectan dos puntos en el espacio-tiempo, no son rectas, sino que son las curvas geodésicas. Estas son conocidas como curvas extremales. La curvatura del espacio-tiempo se puede definir con el tensor de Riemann, R_{bcd}^a , donde todos los índices van de 0 a 3, si este tensor se anula, se obtiene que la superficie es plana. [3]

- **Principio de covariancia generalizada:** dicho principio es una extensión de la Relatividad Especial, y exige que las ecuaciones físicas sean covariantes, en la Relatividad General, bajo cualquier transformación de coordenadas general, y no solo bajo las transformaciones de Lorentz.

Enlazando estas ideas se llega a la ecuación de campo de Einstein (EFE):

$$G_{ab} \equiv R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ab}, \quad (1)$$

donde G_{ab} es el tensor de Einstein, el cual es un operador diferencial de segundo orden que está construido a partir de la métrica del espacio-tiempo. En la parte central de la ecuación está el tensor de Einstein desarrollado en términos del tensor de Ricci (contracción del tensor de Riemann), R_{ab} , de la curvatura escalar, R , y del tensor métrico, g_{ab} . En el lado derecho de la ecuación se tiene el tensor momento-energía, T_{ab} , la constante de gravitación universal, G , y la velocidad de luz en el vacío, c . El tensor de Ricci es una combinación de símbolos de Christoffel,

$$R_{ab} = R_{acb}^c = \frac{\partial \Gamma_{ab}^c}{\partial x^c} + \Gamma_{ab}^c \Gamma_{cd}^d - \frac{\partial \Gamma_{ac}^c}{\partial x^b} - \Gamma_{ad}^c \Gamma_{bc}^d. \quad (2)$$

Los símbolos de Christoffel son:

$$\Gamma_{bc}^a = \frac{g^{ad}}{2} \left(\frac{\partial g_{db}}{\partial x^c} + \frac{\partial g_{dc}}{\partial x^b} - \frac{\partial g_{bc}}{\partial x^d} \right). \quad (3)$$

La ecuación (1) se puede interpretar como diez ecuaciones diferenciales parciales, no lineales, acopladas para el tensor métrico. En el vacío, el tensor T_{ab} se anula. Esto da lugar a que las

EFE se reduzcan a: $R_{ab} = 0$. En dos o tres dimensiones, esto supone que el tensor de curvatura completo, R_{bcd}^a , se anule y de lugar a la ausencia de campos gravitacionales. En cambio, si se tienen cuatro o más dimensiones el campo gravitacional puede existir en el vacío.

1.1.2. Linealización de las ecuaciones de Einstein

Para comprender las ondas gravitacionales se deben hacer unas simplificaciones de las EFE. La aproximación que se tiene que hacer es la de campo débil, esta permite estudiar la expansión lineal de las ecuaciones alrededor de la métrica del espacio-plano. El resultado obtenido es conocido como la *teoría linealizada* [4]. Se empieza escribiendo:

$$g_{ab} = \eta_{ab} + h_{ab}, \quad |h_{ab}| \ll 1, \quad (4)$$

donde η_{ab} es la métrica de Minkowski, la cual viene definida como, $\eta_{ab} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$, que sirve para subir y bajar índices, más una pequeña perturbación h_{ab} . Con este método se pueden despreciar los ordenes superiores, basta quedarse a orden lineal de h_{ab} . Utilizar esta métrica implica que se está estudiando el caso de la gravedad “casi Newtoniana”. Los valores numéricos de los tensores varían en función del marco de referencia, eligiendo uno adecuado, donde la simetría residual de *gauge* permanece, se hace la transformación de coordenadas, $x^a \rightarrow x'^a + \xi^a(x)$. La $|\partial_a \xi_b|$ tiene que ser inferior o igual al orden de $|h_{ab}|$. A continuación, se utiliza la ley de transformación de la métrica y se llega a que la transformación de menor orden de h_{ab} es:

$$g'_{ab} = \eta_{ab} + h'_{ab} = \eta_{ab} + h_{ab} - \partial_a \xi_b - \partial_b \xi_a. \quad (5)$$

Se puede demostrar matemáticamente que h_{ab} es un tensor bajo transformaciones de Lorentz. Ninguna rotación incumple la condición de $|h_{ab}| \ll 1$, en cambio, para los *boosts*, sí que puede ocurrir, y hay que limitarse a los que cumplan con la condición. Un *boost* es una transformación homogénea de un sistema de referencia a otro con una velocidad v . Haciendo los cálculos pertinentes se obtiene que a orden lineal en h_{ab} , el tensor de Riemann es:

$$R_{abcd} = \frac{1}{2} (\partial_b \partial_c h_{ad} + \partial_a \partial_d h_{bc} - \partial_a \partial_c h_{bd} - \partial_b \partial_d h_{ac}). \quad (6)$$

Por otra parte, las ecuaciones del movimiento linealizadas se pueden reescribir de manera más compacta, con las siguientes relaciones, $h = \eta^{ab} h_{ab}$, $\bar{h}_{ab} \equiv h_{ab} - \frac{1}{2} \eta_{ab} h$, e invirtiendo, $h_{ab} = \bar{h}_{ab} - \frac{1}{2} \eta_{ab} \bar{h}$. Sustituyendo estas relaciones en (6) y luego el resultado en (1) se llega a:

$$\square \bar{h}_{ab} + \eta_{ab} \partial^c \partial^d \bar{h}_{cd} - \partial^c \partial_b \bar{h}_{ac} - \partial^c \partial_a \bar{h}_{bc} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{ab}, \quad (7)$$

donde \square , es el operador D'Alembertiano, que viene definido como, $\square = \eta_{ab} \partial^a \partial_b$. Ahora, se puede utilizar la libertad de *gauge*, para simplificar el problema se elige el *gauge* Lorenz. Dicho *gauge* implica, $\partial_b \bar{h}_{ab} = 0$. Por último, se supondrá que se está en el vacío. Con todo esto se llega a la ecuación linealizada de Einstein.

$$\square \bar{h}_{ab} = 0 \quad (8)$$

Esta ecuación es análoga a la ecuación de ondas electromagnéticas. La solución es la superposición de ondas planas, las cuales son las ondas gravitacionales, que como ya se ha comentado, viajan a la velocidad de la luz. Entonces la solución es:

$$h_{ab}(x) = A_{ab} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (9)$$

donde A_{ab} es la amplitud de la onda plana y tiene forma de matriz simétrica 4×4 y \mathbf{k} es el vector de onda. Al realizar los cálculos explicados en [4] se llega a que la perturbación es solo espacial. Teniendo en cuenta el *gauge* de Lorenz, el cual dará la condición de que las ondas se

tienen que transportar transversalmente, se llega a las condiciones definidas con el nombre de *transverse-traceless (TT) gauge*:

$$h^{0a} = 0, \quad h_i^i = 0, \quad \partial^j h_{ij} = 0. \quad (10)$$

Por último, eligiendo que el eje z esté orientado en la dirección de la propagación de la onda y teniendo en cuenta que h_{ab} es simétrica, se obtiene que la solución es:

$$h_{ab}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (11)$$

donde h_+ y h_\times son las direcciones de polarización de las ondas gravitacionales. Mediante el *gauge* de Lorenz se ha conseguido reducir de 10 grados de libertad a 6, y con la *TT gauge* quedan solo 2 grados de libertad.

1.1.3. Término cuadrupolar

Para describir las ondas gravitacionales no es suficiente quedarse con la teoría linealizada. Con la aproximación post-Newtoniana nos quedamos en la zona lejana a la fuente, ignorando los efectos radiativos del movimiento de los cuerpos con interacción gravitacional mutua. Por lo tanto, en este apartado se observará como varía la determinación de las ondas gravitacionales producidas por los cuerpos en movimiento. Se hará manteniendo la aproximación post-Minkowskiana utilizada en la teoría linealizada. El desarrollo para obtener las fórmulas necesarias para este trabajo no se realizará. Cuando el momento cuadrupolar de masa cambia en el tiempo, puede producir radiación gravitacional. Solo el cuadrupolo y los momentos superiores son capaces de irradiar gravitacionalmente. Esto ocurre porque el monopolo de masa representa la masa-energía total en un sistema, es decir una cantidad conservada. Por otra parte, el dipolo de masa corresponde al centro de masa de un sistema y su primera derivada representa un impulso, que también es una cantidad conservada. Ni el monopolo ni el dipolo pueden tener segundas derivadas distintas de cero, y por lo tanto no pueden producir una deformación variable en el tiempo, la cual daría la onda gravitacional. El momento cuadrupolar variable en el tiempo viene definido como,

$$I_{ij}(t) \equiv \int \rho(t, \vec{x}) \left(x_i x_j - \frac{1}{3} r^2 \delta_{ij} \right) d^3x, \quad (12)$$

donde $\rho(x)$ es la densidad, i, j representan cada una las tres coordenadas cartesianas espaciales, e I_{ij} es un tensor de rango 2. Por otra parte, $x_i x_j$ representa la posición y r^2 es el módulo de esta. La deformación de la onda gravitacional a orden más bajo es:

$$h_{ij} = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \partial_t^2 I_{ij} \left(t - \frac{r}{c} \right). \quad (13)$$

Esta ecuación es conocida como la fórmula cuadrupolar. En esta ecuación vuelve a salir la velocidad de la luz, c y la constante de gravitación universal G . Por último, otra expresión que se necesitará es la de la luminosidad emitida por las ondas gravitacionales:

$$L = \frac{dE}{dt} = \frac{G}{5c^2} \sum_{ij} \left\langle \left(\frac{d^3 I_{ij}}{dt^3} \right)^2 \right\rangle. \quad (14)$$

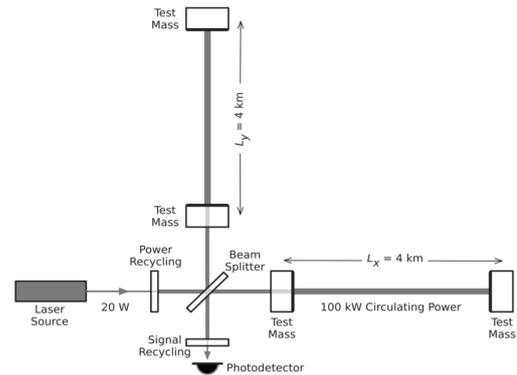
Estas expresiones son suficientes para describir la fase inspiral de un sistema binario, ya sea de estrellas de neutrones, de agujeros negros o de una estrella de neutrones y un agujero negro. En cambio, no se puede describir la fusión con ellas. En el capítulo 11 de [5] se puede encontrar detallada esta explicación.

1.2. Detectores de ondas gravitacionales

Si bien la RG predijo la existencia de las ondas gravitacionales, no fue hasta 100 años después de la publicación de esta teoría, que se produjo la primera detección de estas ondas. [6] Aunque cualquier cuerpo al sufrir una aceleración de manera repentina puede producir deformaciones en el espacio-tiempo, a no ser que provengan de fuentes gravitatorias muy energéticas o masivas, tal y como ocurre en el caso de fusión de agujeros negros o de estrellas de neutrones, no podrán ser detectadas. La primera detección directa de las ondas gravitacionales fue el 14 de septiembre de 2015, en el Observatorio de ondas Gravitatorias por Interferometría Láser (LIGO). Esta señal fue la producida por un agujero negro binario. A continuación se pueden observar los interferómetros LIGO, y un esquema básico del funcionamiento de estos.



(a) Vistas aéreas de los interferómetros LIGO Hanford y LIGO Livingston.



(b) Esquema sencillo del interferómetro LIGO.

Figura 1: Imágenes extraídas de <https://www.ligo.caltech.edu/page/ligo-gw-interferometer>.

Estos interferómetros están basados en el interferómetro de Michelson. Estos detectores miden la deformación de la onda gravitacional como una diferencia en la longitud de los brazos ortogonales. En la figura 1b, se ve la forma de los brazos, en cada brazo hay dos espejos, los cuales actúan como masas de ensayo y están separadas una longitud de $L = 4$ km. Cuando llega una onda gravitacional varía la longitud de los brazos, esta alteración es, $\Delta L(t) = \delta L_x - \delta L_y = h(t)L$. La nueva función introducida es, $h(t)$, y es la amplitud de la deformación de la onda gravitacional proyectada sobre el detector. Dicha variación de los brazos modifica la diferencia de fase entre los dos campos de luz que regresan al divisor del haz y transmite una señal óptica la cual es proporcional a la deformación de la onda gravitacional al fotodetector de salida. En otras palabras, el haz de una fuente de luz láser se divide en dos haces con el divisor de haz. A continuación, los haces viajan por los brazos y son reflejados por los espejos del final de los brazos, y los haces que vuelven son combinados otra vez en el divisor de haz. Entonces, la superposición o interferencia, que dan lugar a un patrón de interferencia, indican la deformación, y es medida por un sensor de luz.

Para obtener la sensibilidad que se necesita para medir las ondas gravitacionales, se incluyen mejoras al interferómetro de Michelson. Solo se nombrarán las mejoras ya que no son importantes los detalles técnicos para este proyecto, estos se pueden encontrar en [7]. Cada brazo tiene una cavidad óptica resonante (espejos comentados en el párrafo anterior), un espejo de reciclaje de energía y uno de señales. Estos añadidos son de utilidad para minimizar el ruido de disparo de fotones, y mediante otras técnicas se consigue aislar de diversos ruidos, como puede ser el térmico o el sísmico. Al haber una alta sensibilidad a la deformación se necesita que las masas de prueba tengan el menor ruido posible de desplazamiento, esto se puede conseguir aislándolas del ruido sísmico, frecuencias bajas, y diseñando las masas para que tengan bajo ruido térmico,

frecuencias intermedias. Lo que se hace es suspender cada masa de ensayo como la etapa final de un sistema de péndulo cuádruple, sostenida por una plataforma activa de aislamiento sísmico.

Por último, en esta sección cabe mencionar los diferentes interferómetros que hay internacionalmente. Están los interferómetros LIGO en Hanford y Livingston, también está EGO (Observatorio Gravitacional Europeo), en Italia, el cual contiene al detector Virgo, en Alemania está GEO600 (brazos de 600 m) y en Japón, está el detector KAGRA, cuyos brazos miden 3 km.

1.3. Estrellas de neutrones

En este trabajo nos centraremos en las estrellas de neutrones (NS), por ello, en este apartado se explicará qué es una NS, algunas de sus características y la explicación de como se forman.

En 1933 Baade y Zwicky propusieron la existencia de las estrellas de neutrones, estas son remanentes estelares que provienen de la muerte estelar de supernovas de tipo II, Ib o Ic. Las NS suelen tener una masa que oscila entre $1.35 M_{\odot}$ y $2.1 M_{\odot}$, y un radio medio entre 10 y 12 km, además tienen una densidad en el núcleo muy alta, del orden de 10^{17} kg/m^3 . La presión de Fermi de la mecánica cuántica de los neutrones y otras partículas en el interior, ayuda a evitar el colapso gravitacional. En la siguiente figura se pueden observar las distintas capas, con sus respectivas densidades, grosores y partículas.

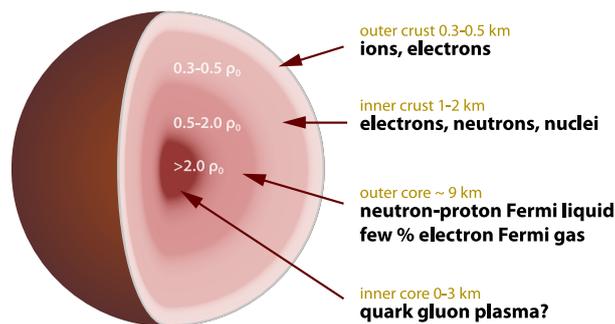


Figura 2: Representación de las partes de una NS. Imagen extraída de [8].

Las estrellas de neutrones son fuentes de radio, rayos X, rayos gamma, y ondas gravitacionales. Los pulsares, estrellas de neutrones que emiten radiación de manera periódica, pueden emitir la radiación en todas las frecuencias, desde radio hasta rayos gamma y ópticos. Algunas estrellas de neutrones están también en binarias de rayos X compactas y luminosas en las que acumulan materia de una estrella compañera. La energía que emiten en este caso procede de la energía gravitacional liberada por la materia acumulada. Una de las características de las estrellas de neutrones es que están altamente magnetizadas, tienen valores de campos magnéticos superficiales entre 10^6 G y 10^{15} G . Para poder entender mejor la magnitud de estos campos se puede comparar con los de Tierra, los cuales oscilan entre 0.25 G y 0.65 G . La rápida rotación de estos campos es importante para generar emisión de radio y partículas relativistas. Otra vía por la cual irradian rayos X es por la alta temperatura de la superficie de la estrella. [9]

Como se ha comentado en el párrafo anterior, también pueden ser fuentes de ondas gravitacionales. Por ejemplo, recientemente se ha hecho una búsqueda de emisión de ondas gravitacionales continuas en sistemas binarios. En principio, se espera que las estrellas de neutrones sean bastantes simétricas. En el caso de haber una asimetría en la estrella de neutrones, como por ejemplo,

un bulto en la superficie, la estrella emitirá ondas gravitacionales continuas (CW). Aunque estas señales tiene amplitudes más pequeñas que en el caso de fusiones binarias de cuerpos compactos, la duración de esta es mucho mayor, de meses a años. Esto es de utilidad para conseguir una gran cantidad de datos y poder mejorar la relación señal/ruido. En el documento [10], se puede ver la búsqueda de CW emitidas por estrellas de neutrones que se encuentran en sistemas binarios en los datos de la tercera serie de observación de los detectores Advanced LIGO y Advanced Virgo, no se han obtenido detecciones pero se ha estimado la sensibilidad consiguiendo los resultados más sensibles hasta la fecha.

También hay otros mecanismos en las estrellas de neutrones giratorias que pueden dar lugar a la emisión de ondas gravitatorias continuas: asimetrías térmicas debidas a la acreción, precesión libre o inestabilidades que provocan modos de oscilación (modos r). El tipo de emisión que proporciona la mayor amplitud de las ondas gravitacionales son las deformaciones en la superficie de la estrella de neutrones. [11]

1.3.1. Formación de las estrellas de neutrones

En este subapartado se explica la creación de las estrellas de neutrones. La idea de la cual se parte es que, cualquier estrella de la secuencia principal que tenga una masa superior a ocho veces la masa del sol, e inferior a $20\text{-}30 M_{\odot}$ (ya que daría lugar a un colapso directo a un agujero negro), puede convertirse en una estrella de neutrones. La estrella inicial habrá pasado por distintas etapas de fusión de los componentes en el centro de esta, es decir, habrá pasado por la fusión del hidrógeno, helio, carbono, neón, oxígeno y silicio. El centro de la estrella a medida que pasa por las etapas sufre una contracción y, un aumento de temperatura y densidad. El proceso de la evolución de las capas internas se puede considerar como una sola contracción de larga duración (no siempre es así, a veces da lugar a rojas gigantes), en la cual el principio es el nacimiento de la estrella, luego se va quemando el hidrógeno en secuencia principal y el final es la formación del remanente, ya sea una estrella de neutrones o un agujero negro. No es un proceso continuado en el tiempo, a veces se queda detenido durante millones de años, esto se debe a que a medida que se produce la fusión se produce energía y esta, puede ser utilizada para reponer la que se pierde debido a la radiación y a los neutrinos. Una vez se ha quemado el helio, la evolución sufre una aceleración debido a la pérdida de los neutrinos. Otro proceso importante que ocurre es que a temperaturas de mil millones de grados, hay una gran cantidad de electrones y positrones, los cuales al encontrarse sufren procesos de captura electrónica, que dan lugar a la creación de un par neutrino-antineutrino.

Después de este proceso se llega a un núcleo que tiene una masa aproximada de $1.5 M_{\odot}$ cuyos elementos pertenecen al grupo del hierro. Para el grupo del hierro la energía de enlace por nucleón es máxima, lo cual implica que la fusión nuclear no es capaz de liberar más energía, aunque siguen perdiendo neutrinos. Existen dos procesos que quitan al núcleo de hierro la energía que necesita para poder conservar la presión y evitar el colapso: la captura de electrones por los núcleos y la fotodesintegración.

Cuando la densidad supera el valor de $10^{10} \text{ g cm}^{-3}$ [12] aumenta el número de neutrones como consecuencia de la compresión de los electrones en el núcleo. La pérdida de electrones provoca que el núcleo pierda energía y soporte. El núcleo cae un cuarto de la velocidad de la luz, y llega a una esfera de unos 30 km de radio, estrella proto-neutrónica. Se consigue detener de manera abrupta el colapso del núcleo interno debido a la componente repulsiva de la fuerza nuclear de corto alcance. El rebote que se produce al detener el proceso genera una onda de choque mientras que el exterior del núcleo sigue colapsando. La onda de choque se consigue detener por el proceso de fotodesintegración y las pérdidas de neutrinos. Si la masa aumentara a la velocidad que lo hace después del rebote durante un segundo, se convertiría en un agujero-

ro negro y las supernovas no explotarían. Esto no ocurre por la emisión de la luminosidad de los neutrinos. Si el proceso no acaba en un agujero negro, se tendrá una estrella de neutrones. [12]

2. BNS

En este apartado se comentarán las fusiones de las estrellas de neutrones binarias, su remanente y las ecuaciones de estado (EOS).

2.1. GW170817 y búsquedas posteriores a la fusión

El 17 de agosto de 2017, hubo la primera observación de la fusión de dos estrellas de neutrones. Esta detección recibe el nombre de GW170817. Fue detectada con una relación señal-ruido de 32.4 y las masas de las componentes están entre 0.86 y 2.26 M_{\odot} , con una masa total del sistema $2.74^{+0.04}_{-0.01} M_{\odot}$ [13]. Las dos estrellas de neutrones se iban aproximando cada vez más entre ellas y durante el minuto antes de la fusión se emiten señales de ondas gravitacionales de manera nítida y clara, las cuales fueron captadas por los detectores LIGO y Virgo. Al cabo de 1.74 s se detectó un estallido corto de rayos gamma (SGRB), que recibió el nombre de GRB 170817A, por los telescopios espaciales Fermi e INTEGRAL. Estas dos detecciones, GRB y GW, al mismo tiempo confirman que las fusiones de estrellas de neutrones binarias dan lugar a los SGRB [14]. Una contraparte de luz visible fue observada al rato por los telescopios en Chile, seguida de otros telescopios terrestres. También fue detectada por telescopios espaciales que observan el espectro electromagnético. Con estos telescopios se pudo observar un transitorio óptico brillante (AT2017gfo), este desapareció al cabo de 48 horas. Con observaciones ópticas e infrarrojas se vio la evolución hacia el rojo durante diez días y después de este episodio se descubrieron emisiones de radio y rayos X en la posición del transitorio. Las emisiones de radio fueron descubiertas nueve días después y las de rayos X al cabo de 16 días [15]. Esta fusión ocurrió a una distancia relativamente cercana a la Tierra, 38^{+8}_{-18} Mpc y la fuente fue localizada dentro de una región del cielo de 28 deg^2 , con una probabilidad de este dato del 90 % [13]. En la imagen de la derecha se puede ver la representación de la frecuencia en función del tiempo en el momento del evento de cada uno de los detectores. La escala de amplitud en cada detector se normaliza a la densidad espectral de amplitud de ruido de ese detector.

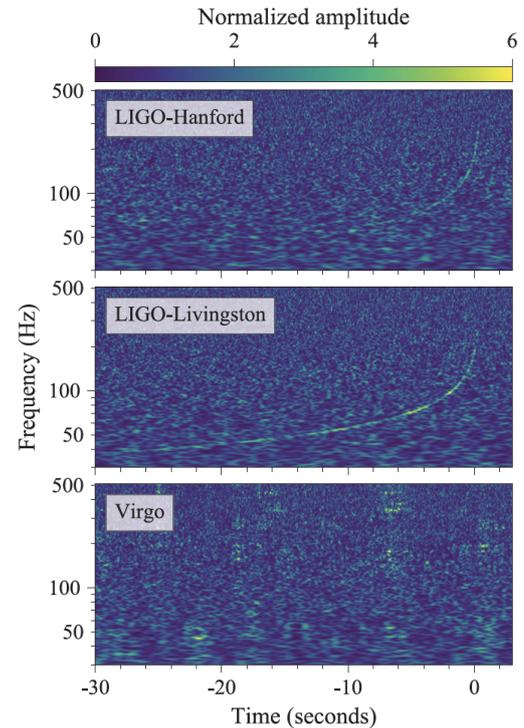


Figura 3: Representación de la evolución de la frecuencia-tiempo de los datos de GW170817. Extraído de [13].

Después de esta detección el objetivo era determinar que pasó con el remanente. Identificar este remanente será de utilidad para poder mejorar las limitaciones de la ecuación nuclear de estado, la cual relaciona la presión y la densidad de la materia nuclear dentro de la estrella de neutrones. Existen cuatro posibilidades representadas en la siguiente figura:

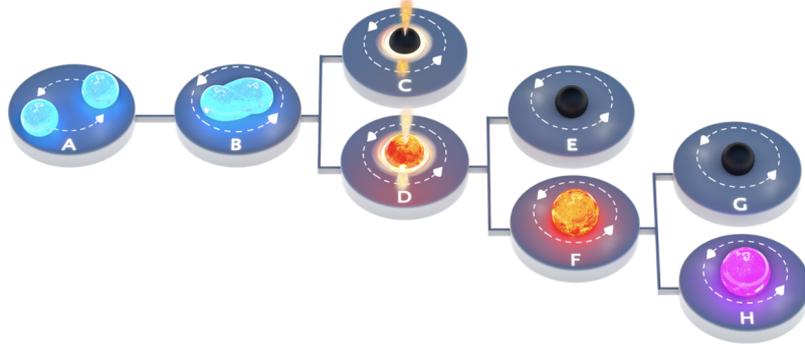


Figura 4: Esquema de las cuatro posibilidades después de la fusión de dos estrellas de neutrones. Imagen extraída de [16].

Dependiendo de la masa del remanente de la fusión, puede ocurrir el camino $B \rightarrow C$, que es la pronta formación de un agujero negro con un toro y un chorro de acreción, o puede tomar el camino $B \rightarrow D$, que implica la formación de una estrella de neutrones que tiene una rotación diferencial rápida. Ahora dependiendo de la masa que tenga la estrella de neutrones resultante puede ocurrir que: sea hipermasiva, lo que implica que colapsará en un agujero negro en menos de un segundo, camino $D \rightarrow E$, o que sea supramasiva, en este caso colapsa en un agujero negro en menos de 10^5 s, camino $F \rightarrow G$. Por último, se tiene la posibilidad de que se forme una estrella de neutrones estable, dibujo H.

Como se ha comentado el destino de la fusión depende de la masa del remanente. Existe una masa límite llamada Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), que se puede interpretar como un análogo del límite de Chandrasekhar en el caso de las enanas blancas. El estudio de esta detección ha permitido mejorar el valor de esta masa, M_{TOV} tiene un valor entre 2.10 - 2.25 M_{\odot} . La incertidumbre de esta masa refleja la dificultad de conocer la ecuación de estado en situaciones de tan altas densidades. Volviendo a las masas, si $M \gtrsim 1.5 M_{\text{TOV}} \rightarrow \text{BH}$, si $1.2 M_{\text{TOV}} \lesssim M \lesssim 1.5 M_{\text{TOV}} \rightarrow \text{NS hipermasiva}$, si $M_{\text{TOV}} \lesssim M \lesssim 1.2 M_{\text{TOV}} \rightarrow \text{NS supermasiva}$ y si $M_{\text{TOV}} \lesssim M \rightarrow \text{NS estable}$. [16]

Después de esta fusión han habido búsquedas de ondas gravitacionales para remanentes de larga duración como de corta.

2.1.1. Búsqueda de ondas gravitacionales de un remanente de corta e intermedia duración

A finales de octubre de 2017, LIGO y Virgo publicaron un documento sobre la búsqueda de ondas gravitacionales de corta e intermedia duración de la fusión de estrellas de neutrones GW1708017 [17], todos los datos de este apartado han sido extraídos de este documento. Que sea de duración corta, implica que es menor a 1 s, e intermedia que es menor de 500 s. La situación que se tiene es de gran incertidumbre teórica, ya que no se tiene un conjunto completo de plantillas de forma de onda (*waveform*) de ondas gravitacionales. En estos casos no se pueden realizar búsquedas de filtros coincidentes. El método que se utiliza en este caso es buscar el exceso de potencia en espectrogramas de los datos del detector GW, y en estos mapas se emplean los algoritmos de reconocimiento de patrones. Al tener tanta incertidumbre sobre el remanente, se emplean distintos algoritmos que son sensibles a variedades de señales. Cada algoritmo hace una búsqueda en una sola posición del cielo. No se explicarán estos algoritmos, solo se comentan los resultados obtenidos con ellos.

La sensibilidad de una búsqueda dado un modelo de forma de onda se expresa en $h_{\text{rss}}^{50\%}$, que es la amplitud de deformación de la onda sumada a la raíz cuadrada de las señales que se detectan con un 50 % de eficiencia. Al realizar la búsqueda no se encontraron ninguna señal del remanente posterior a la fusión. El mejor límite superior obtenido para señales cortas emitidas entre 1 y 4 KHz es $h_{\text{rss}}^{50\%} = 2.1 \times 10^{-22} \text{ Hz}^{-1/2}$ al 50 % de eficiencia de detección. Para el caso de señales de duración intermedia se tienen dos valores, para el de un milisegundo magnetar, el cual se explicará en detalles en la siguiente sección, se tiene, $h_{\text{rss}}^{50\%} = 8.4 \times 10^{-22} \text{ Hz}^{-1/2}$ y $h_{\text{rss}}^{50\%} = 5.9 \times 10^{-22} \text{ Hz}^{-1/2}$ para modelos en modo bar. Es decir, que se puede detectar la emisión cuando los detectores avanzados alcanzan la sensibilidad de diseño o con detectores de próxima generación.

2.1.2. Búsqueda de ondas gravitacionales de un remanente de larga duración

En octubre de 2019, LIGO y Virgo publicaron un documento sobre la búsqueda de un remanente de larga duración [18]. La búsqueda va desde los cientos de segundos, hasta ocho días y medio después de la fusión GW170817, que fue cuando se acabó el periodo de observación. Se basa en un escenario donde hay emisión de giro de la ley de potencia de un remanente masivo parecido a un magnetar. En el documento se explican los cuatro métodos utilizados para la búsqueda, pero en este trabajo solo los nombraremos ya que el método que se aplicará y se explicará será el *matched filtering*. Los algoritmos son: *STAMP*, *HMM tracking*, *Adapative Transient Hough* y *Generalized Frequency Hough*.

Los resultados obtenidos no fueron satisfactorios, ya que no se encontraron candidatos significativos y los que se encontraron fueron descartados como artefactos instrumentales. Se han hecho estudios con señales simuladas y se ha visto que para la ubicación del cielo de GW170817 se puede obtener señales que no estén a más de 1 Mpc. Cabe recordar que la fusión se dio a una distancia aproximada de 40 Mpc. Aunque no se haya conseguido detectar señales, este estudio sirve como prototipo para futuros análisis. También, se esperan mejoras en los detectores que servirán para mejorar la sensibilidad.

2.2. Ecuaciones de estado

Las ecuaciones de estado (EOS) son las que relacionan para un sistema las variables termodinámicas que lo describen, $f(P, V, T) = 0$. Para el caso de las estrellas de neutrones es una relación muy difícil de encontrar. Esto es debido a una serie de factores. En primer lugar, las estrellas de neutrones jóvenes están sometidas a una serie de cambios dinámicos, los cuales son muy complicados de estudiar, la detección de las ondas gravitacionales son una herramienta que ayuda al estudio. Por otro lado, hay que tener en cuenta que las estrellas de neutrones tienen densidades y presiones muy altas, y en consecuencia, no se pueden reproducir estas condiciones en laboratorios terrestres. Además, tampoco hay una descripción teórica del comportamiento de la densidad cuando es mayor a la densidad de saturación de la materia nuclear, $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$. [11]

A partir de mediciones de la masa y radio de las estrellas de neutrones, en principio es posible determinar propiedades de la materia dentro de las estrellas de neutrones, como por ejemplo, puede ser la relación entre la presión y la densidad (la ecuación actualmente desconocida del estado de la materia densa, EOS).

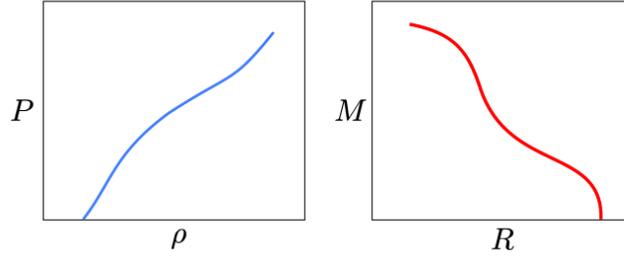


Figura 5: Representación funciones biyectivas, la imagen de la izquierda representaría la EOS. Gráfico extraído de [11].

En la figura anterior se han representado las funciones biyectivas $P(\rho)$ y $M(R)$. Se pueden imponer restricciones a las ecuaciones de estado sabiendo que son funciones biyectivas, resolviendo la ecuación de Tolman-Oppenheimer-Volkoff. [11]

Hay diversos estudios para poder conocer esta ecuación de estado y limitar valores. Conocer esta ecuación es de alta complejidad, ya que cada una de las capas de la estrella de neutrones tiene una ecuación de estado distinta. Por ejemplo, en el documento [19] se ha hecho un estudio que se basa en el mapeo entre las ondas gravitacionales y las electromagnéticas que define los rangos de las masa *chirp* que dan restricciones sobre las ecuaciones de estado. Este método recibe el nombre de *Multi-Messenger Matrix*. Se ha visto que se puede restringir la masa TOV y el radio $R_{1.6}$, que es el radio que tiene una estrella cuya masa es $1.6 M_{\odot}$. Las restricciones de la ecuación de estado dan lugar a que la mayoría de fusiones binarias de estrellas de neutrones producirán remanentes hipermasivos o supramasivas. Solo un pequeño porcentaje formarán estrellas de neutrones indefinidamente estables. Queda un largo camino para poder estimar esta ecuación, y las detecciones de las ondas gravitacionales serán de gran utilidad.

3. Tasas de SN y de BNS

3.1. Tasa de fusión de BNS

En febrero de 2019 se presentó el documento [20], en este se publica la tasa de fusión galáctica para sistemas dobles de estrellas de neutrones. Este resultado se consigue utilizando la muestra observada de ocho sistemas dobles de estrellas de neutrones que se fusionan en un tiempo Hubble. A continuación se explica el método utilizado para calcular esta tasa. Después de calcular las tasas individuales se tienen que combinar, para hacerlo cada una de las tasas de fusión de BNS se interpretan como variables aleatorias continuas independientes. De esta manera, la tasa de fusión total y la probabilidad se definen como:

$$R_{\text{MW}} = \sum_{i=1}^8 R_i, \quad P(R_{\text{MW}}) = \prod_{i=1}^8 P(R_i), \quad (15)$$

donde \prod representa una convolución. Haciendo esta combinación se obtiene como resultado que la tasa es: $R_{\text{MW}} = 40_{-14}^{+30} \text{ Myr}^{-1}$. Con esta tasa se puede hacer una extrapolación para saber cuantos eventos de fusión de BNS podrá detectar LIGO. Si se hace la suposición de que esta tasa es proporcional a la de la formación de estrellas masivas, la cual es proporcional a la luminosidad azul de la banda B de una galaxia, se tiene que la tasa de fusión BNS en una esfera de radio D es:

$$R_{\text{LIGO}} = R_{\text{MW}} \left(\frac{L_{\text{total}}(D)}{L_{\text{MW}}} \right). \quad (16)$$

Donde $L_{\text{total}}(D)$ es la luminosidad azul total en una distancia D y $L_{\text{MW}} = 1.7 \times 10^{10} L_{B,\odot}$, es la luminosidad de la banda B de la Vía Láctea, y $L_{B,\odot} = 2.16 \times 10^{33}$ ergs/s, es la del sol. Utilizando 100 Mpc como valor de la distancia D_r , y siguiendo el procedimiento de [21], se llega a:

$$R_{\text{LIGO}} = \frac{N}{T} = 7.4 \times 10^{-3} \left(\frac{R}{(10^{10} L_{B,\odot})^{-1} \text{Myr}^{-1}} \right) \left(\frac{D_r}{100 \text{Mpc}} \right)^3 \text{yr}^{-1}, \quad (17)$$

donde N representa el número de fusiones en T años, $R = R_{\text{MW}}/L_{\text{MW}}$ es la tasa de fusión de la Vía Láctea ponderada por la luminosidad de la banda B de la Vía Láctea y D_r es la distancia típica a la cual LIGO puede detectar una fusión [22]. Con todo esto la tasa tiene el siguiente valor,

$$R_{\text{LIGO}} = 0.18_{-0.06}^{+0.13} \times \left(\frac{D_r}{100 \text{Mpc}} \right)^3 \text{yr}^{-1}. \quad (18)$$

En febrero de 2020 se publicó otro documento, [23], donde se actualiza este dato obtenido añadiendo un nuevo sistema, DNS J0509+3801, con este nuevo sistema y además con la nueva idea de que la distancia de horizonte D_r tiene que ser, $D_h = 2.26 D_r$ se llega siguiendo el mismo procedimiento a los nuevos valores de las tasas:

$$R_{\text{LIGO}} = 1.9_{-0.6}^{+1.2} \times \left(\frac{D_r}{100 \text{Mpc}} \right)^3 \text{yr}^{-1}, \quad R_{\text{LIGO}'} = 4.6_{-3.4}^{+7.1} \times \left(\frac{D_r}{100 \text{Mpc}} \right)^3 \text{yr}^{-1}. \quad (19)$$

Donde $R_{\text{LIGO}'}$ indica el valor de la tasa teniendo en cuenta los descubrimientos de las ondas gravitacionales [24]. Para hacer los cálculos en las siguientes secciones se utilizará el valor de R_{LIGO} .

3.2. Tasa supernovas de colapso del núcleo (CCSN)

Para explicar como se calcula la tasa de CCSNe se ha utilizado el documento [25]. Saber el valor de esta tasa, será de utilidad para obtener la primera detección de neutrinos emitidos por un colapso gravitacional en la Vía Láctea, y estos programas de búsqueda dependen del valor de esta tasa. Para calcularla se utilizan una serie de técnicas estadísticas con las cuales se combinan los distintos resultados individuales. No se entrará en la explicación de los detalles. La primera estimación de la tasa de CCSNe es la combinación de los siguientes cuatro resultados obtenidos por:

- El recuento de estrellas masivas.
- El censo de explosiones de supernovas en el cosmo.
- El recuento de las estrellas de neutrones.
- La medición del enriquecimiento químico galáctico del ^{26}Al .

Combinando las distintas tasas se obtiene un valor de, $R_{\text{comb}} = 1.79 \pm 0.55 (100 \text{yr})^{-1}$ [25]. Por tal de poder restringir el valor de la tasa, se utiliza la CCSN observada con la astronomía visual (2 CCSN) y de neutrinos (0 CCSN). La tasa resultante es: $R_{\text{local CCSN}} = (0.66, 2.04) (100 \text{yr})^{-1}$ [25]. Para obtener el resultado completo se combinan la distribución de probabilidad de las tasas, $\mathcal{L}_{\text{tot}} \propto \mathcal{L}_{\text{comb}} \times \mathcal{L}_{\text{local CCSN}}$. El valor de la tasa obtenida es:

$$R_{\text{tot}} = 1.63 \pm 0.46 (100 \text{yr})^{-1}. \quad (20)$$

Lo que implica que el tiempo correspondiente entre los eventos es, $T = 61_{-14}^{+24} \text{yr}$ [25]. Esta tasa es la tasa total de la Vía Láctea, es decir, $R_{\text{tot}} \equiv R_{\text{MW}}$. En este caso, también se puede expresar

como en el caso anterior, con el siguiente procedimiento. Se tiene:

$$R_{\text{LIGO}}(D) = R_{\text{MW}} \frac{L_{\text{tot}}(D)}{L_{\text{MW}}} = R_{\text{MW}} (D/100\text{Mpc})^3 \cdot x \rightarrow x = \frac{1.9/\text{yr}}{36/\text{Myr}} \approx 5 \cdot 10^4. \quad (21)$$

Al no hacer el cálculo de errores no se pondrán decimales. Se han pasado las unidades a años, entonces, con este parámetro x se puede pasar el caso de CCSN a las mismas unidades:

$$R_{\text{MW}} = \frac{1.63}{100\text{yr}} \rightarrow R_{\text{LIGO}}(D) = x R_{\text{MW}} \left(\frac{D}{100\text{Mpc}} \right)^3 \approx 860 \left(\frac{D}{100\text{Mpc}} \right)^3 \text{ yr}^{-1}. \quad (22)$$

Con este valor una vez se tengan las distancias, las cuales LIGO pueda detectar, se podrán comparar las tasas y ver cual de los dos eventos es más probable. Cabe comentar que no se hará un cálculo de la propagación de errores de las tasas sino que se elegirá el valor central.

4. Señales de GW de NS recién nacidas

Como se ha comentado, no se ha conseguido saber que pasó con el remanente de GW170817. En este trabajo se utilizará el modelo de un milisegundo magnetar. Este modelo se basa en la hipótesis de que después de la fusión de las dos estrellas de neutrones se produjo un remanente de estrella de neutrones supramasiva o estable. En caso de que sea supramasiva como se ha explicado en la introducción, significa que se acabaría convirtiendo en un agujero negro, pero no de manera instantánea. Esta estrella de neutrones giratoria rápida, gira hacia abajo a través de una combinación de radiación de ondas gravitacionales y electromagnética. Que emita ondas gravitacionales se debe a la inestabilidad precesional *spin-flip*, ya que provoca que la estrella de neutrones naciente se convierta en un rotador ortogonal. Otra posibilidad es que emita ondas gravitacionales por los modos inestables de los modos r o por la inestabilidad secular del modo bar de Chandrasekhar-Friedmann-Schutz. La emisión de los rayos X de los SGRB ha sido de utilidad para determinar parámetros del remanente. A continuación se presenta el modelo de un milisegundo magnetar [26] para buscar ondas gravitacionales del remanente de larga duración.

4.1. Modelo de formas de ondas gravitacionales de un milisegundo magnetar

Antes de empezar, un magnetar es una estrella de neutrones que tiene un campo electromagnético muy fuerte, para este trabajo lo importante de que sea de este tipo es que tiene una rotación muy rápida. La primera suposición que se hace es la de que el giro del remanente, estrella de neutrones, se puede definir mediante la ecuación de torque:

$$\dot{\Omega} = -k\Omega^n, \quad (23)$$

donde Ω es la frecuencia angular de la estrella, $\dot{\Omega}$ es su derivada temporal, k es una constante de proporcionalidad y n es el índice de frenado. Este último parámetro está relacionado con el índice de emisión. Si $n = 3$ significa que la estrella de neutrones gira hacia abajo a través de un campo magnético dipolar en el vacío, es decir, las ondas gravitacionales no juegan ningún papel. En cambio, si $n = 5$ implica que gira hacia abajo a través de las ondas gravitacionales. Un valor de $n = 7$ está asociado con el descenso a través de los r -modos inestables. Por deducción para el caso de dos magnetares de milisegundos nacidos en SGRB tienen asociados los valores de $n = 2.9 \pm 0.1$ para GRB130603B y $n = 2.6 \pm 0.1$ para GRB140903 [26].

Antes de continuar, aclarar que la frecuencia de la onda gravitacional es una función de la frecuencia de giro de la estrella. En este modelo se asume que las ondas gravitacionales se emiten al doble de la frecuencia de giro de la estrella, esto es cierto si es un rotador ortogonal. Este hecho implica que las siguientes ecuaciones no son válidas para ondas gravitacionales en modo

r. Existe una generalización de este método para tener en cuenta las ondas en este modo, pero en este trabajo no se empleará.

Siguiendo con el modelo se integra la ecuación (23) y se reescribe en términos de la frecuencia de la onda gravitacional, quedando:

$$f_{\text{gw}}(t) = f_{\text{gw},0} \left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^{\frac{1}{1-n}}, \quad (24)$$

es decir, ya no se tiene Ω , sino f_{gw} . En esta ecuación aparece $f_{\text{gw},0}$, que es la frecuencia de la onda gravitacional para $t = 0$. A priori, $t = 0$ es el tiempo que sigue a la fusión de las dos estrellas de neutrones cuando el remanente se ha establecido en una rotación de cuerpo rígido y gira hacia abajo debido a las pérdidas electromagnéticas o a las ondas gravitacionales. Pero en este caso puede ser que sea un tiempo posterior de orden de cientos de milisegundos después de la fusión. Es complicado conocer el valor en $t = 0$, pero no es de importancia porque es degenerado con τ . Por otra parte, se tiene el parámetro τ , que es la escala de tiempo de la onda gravitacional.

$$\tau = \frac{(f_{\text{gw},0}\pi)^{1-n}}{-k(1-n)} \quad (25)$$

La amplitud de deformación adimensional de la onda gravitacional para un cuerpo giratorio asimétrico que satisface la ecuación (23) es:

$$h_0(t) = \frac{4\pi^2 G I_{zz} \epsilon}{c^4 d} f_{\text{gw},0}^2 \left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^{\frac{2}{1-n}}. \quad (26)$$

Aquí, I_{zz} es el momento principal de inercia, ϵ es la elipticidad del cuerpo en rotación, d es la distancia a la fuente, y los demás parámetros ya han sido comentados anteriormente. La deformación de la onda gravitacional en un detector es la combinación de las dos polarizaciones, h_+ y h_\times ,

$$h_+(t) = h_0(t) \frac{1 + \cos^2(\iota)}{2} \cos(\phi(t)), \quad h_\times(t) = h_0(t) \cos(\iota) \sin(\phi(t)), \quad (27)$$

combinándolas:

$$h(t) = h_0(t) \left[F_+ \frac{1 + \cos^2(\iota)}{2} \cos(\phi(t)) + F_\times \cos(\iota) \sin(\phi(t)) \right]. \quad (28)$$

Donde ι es el ángulo de inclinación, y $\phi(t)$ es la fase, con $\phi_0 = \phi(t=0)$.

$$\phi(t) = \phi_0 + 2\pi \int_0^t dt' f_{\text{gw}}(t'), \quad (29)$$

Por otro lado, F_+ y F_\times son las funciones *beam-pattern*. Estas funciones son periódicas en el tiempo con un período igual a un día sidéreo, y son funciones dependientes del tiempo, en [27] está el desarrollo de las expresiones. Para este modelo se obvia esta dependencia con el tiempo para simplificar, es decir, se toman como constantes. Para determinar estas constantes se utilizará la ubicación del cielo de GW170817. Esta simplificación no afecta significativamente en los resultados cuantitativos, aunque es necesario incluir la dependencia temporal al desarrollar *the full pipeline* para buscar ondas gravitacionales. Se puede observar que en esta ecuación hay la frecuencia de las ondas gravitacionales, por lo tanto sustituyendo la ecuación (24) e integrando se obtiene:

$$\phi(t) = \phi_0 + 2\pi\tau f_{\text{gw},0} \left(\frac{1-n}{2-n} \right) \left[\left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^{\frac{2-n}{1-n}} - 1 \right]. \quad (30)$$

En resumen, con las ecuaciones (26), (28) y (30) se tiene el modelo de forma onda magnetar. Computacionalmente se crean una serie de plantillas eligiendo los parámetros físicos. Los parámetros para este trabajo se comentarán en la sección de resultados numéricos, ya que ahí se compararán diversas combinaciones.

4.2. Balance energético de ondas gravitacionales

El balance energético es de utilidad para determinar las combinaciones de parámetros permitidas. La potencia total emitida viene definida como:

$$\dot{E}_{\text{gw}}(t) = -\frac{32G}{5c^5} I_{zz}^2 \epsilon^2 \Omega^6(t). \quad (31)$$

A continuación, se sustituye la ecuación (24) y se integra respecto al tiempo, obteniendo:

$$E_{\text{gw}}(t) = -\frac{32G}{5c^5} I_{zz}^2 f_{\text{gw},0}^6 \epsilon^2 \tau \frac{n-1}{n-7} \left[\left(1 + \frac{t}{\tau} \right)^{\frac{7-n}{1-n}} - 1 \right], \quad (32)$$

es decir, se tiene la energía emitida de las ondas gravitacionales para un valor constante del índice de frenado. Se tiene que cumplir que la energía total emitida en forma de ondas gravitacionales sea menor que la energía rotacional inicial:

$$|E_{\text{gw}}(t)| < E_{\text{rot}}, \quad (33)$$

donde la energía rotacional viene definida como:

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I_{zz} f_{\text{gw},0}^2 \pi^2. \quad (34)$$

En resumen, con esta condición se puede ver si un conjunto de parámetros tiene sentido físico o no. Ahora podemos ver un ejemplo, el de el remanente posterior a la fusión inferido de GRB140903A [26].

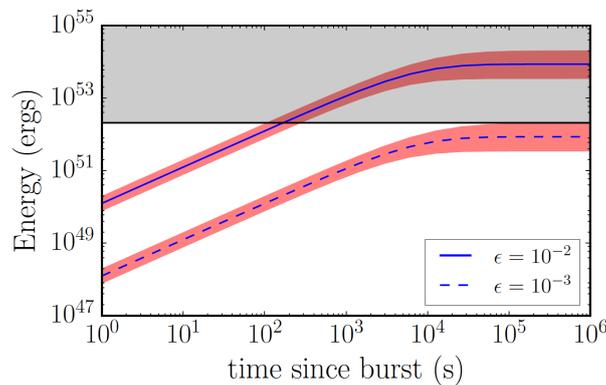


Figura 6: Representación de la energía para dos valores distintos de la elipticidad. Gráfico extraído de [26].

El valor del momento principal de inercia que se ha fijado en este ejemplo es, $I_{zz} = 10^{45} \text{g cm}^2$ [26]. En la figura 6 se puede observar que hay una zona de color gris, esta es la zona que no tiene sentido físico, ya que aquí el valor de la energía será mayor que la energía de rotación. Suponiendo que el valor de la frecuencia inicial es, $f_{\text{gw},0} = 2000 \text{ Hz}$, se puede calcular el valor de la energía de rotación con la ecuación (34), obteniendo:

$$E_{\text{rot}} = 2 \times 10^{52} \text{erg}.$$

Entonces, aplicando la ecuación (32) se puede calcular la curva para los dos valores de la elipticidad, $\epsilon = 10^{-2}$ y $\epsilon = 10^{-3}$. La zona sombreada de color rojo es la zona de incertidumbre. Es decir, que observando el gráfico se ve que el valor máximo de la elipticidad es, $\epsilon \approx 10^{-3}$.

4.3. SNR y *optimal matched filter*

Los datos que recogen los detectores se pueden observar en la siguiente imagen:

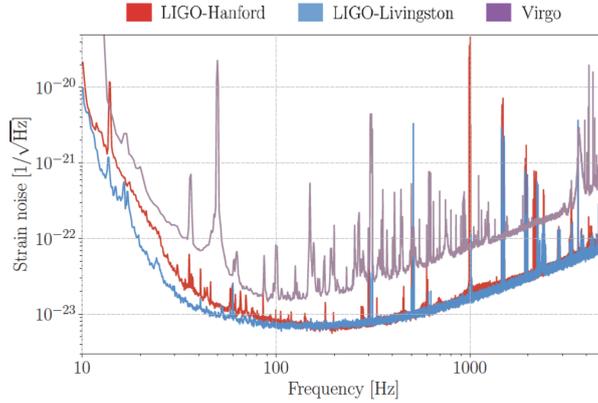


Figura 7: Densidad espectral de la amplitud del ruido de deformación total de los detectores Virgo, LHO y LLO. Gráfico extraído de [28].

Estos datos son los recogidos de la segunda observación ($O2$), que duró desde el 30 de noviembre de 2016 al 25 de agosto de 2017. En este rango de tiempo es cuando ocurrió la detección GW170817. Se puede ver a frecuencias bajas y altas la sensibilidad es menor y el valor óptimo está alrededor de unos 100-200 Hz. Para saber si se pueden detectar señales es necesario saber la relación señal/ruido (SNR) a partir de esta conocer el valor del *optimal matched filter*. La relación señal/ruido (SNR) se utiliza para comparar una señal que llega con el ruido de fondo. La SNR se define como la relación que hay entre la potencia de la señal y la potencia del ruido.

Los datos recogidos por los detectores son $h(t)$, que son una combinación de la señal de las ondas gravitacionales $s(t)$ y el ruido del detector $n(t)$, es decir, $h(t) = s(t) + n(t)$. Para continuar con la explicación, es necesario introducir una serie de conceptos. En primer lugar, $S_n(f)$ que es la densidad espectral de potencia de ruido (PSD) unilateral de un detector. Por otro lado, se tiene la densidad de la amplitud espectral (ASD) y se puede relacionar con la potencia espectral de ruido de la siguiente manera:

$$\text{PSD} = \text{ASD}^2. \quad (35)$$

El ruido del detector viene caracterizado como $\sqrt{S_n(f)}$, conocido como la amplitud espectral. Con todo esto el *matched filter* viene definido de la siguiente manera:

$$\rho = \langle h_1 | h_2 \rangle, \quad (36)$$

donde $\langle h_1 | h_2 \rangle$ es el producto interno ponderado por el ruido, y este producto para dos variables cualesquiera es:

$$\langle a | b \rangle = 4 \cdot \text{Re} \int_0^\infty \frac{\tilde{a}(f) \tilde{b}^*(f)}{S_h(f)} df. \quad (37)$$

Donde \tilde{a} es la transformada de Fourier de la variable a y a^* es el complejo conjugado. El *optimal matched filter* se consigue cuando los datos coinciden con la plantilla.

$$\rho_{\text{opt}} = \sqrt{\langle h|h \rangle} \quad (38)$$

Esto sería opuesto al caso de tener en cuenta el ruido, en cuyo caso la expresión sería $\rho_{\text{MF}} \sim \langle h|x \rangle$. En este trabajo solo se hacen predicciones para el futuro y por lo tanto no se utilizan datos reales, haciendo que solo sea necesario calcular la ρ_{opt} [26]. El desarrollo matemático para llegar a estas expresiones se puede encontrar en el capítulo 7 de [4]. Para implementarlo numéricamente se ha utilizado el paquete de python PyCBC [29], esto se explicará de forma más detallada en el siguiente apartado.

5. Resultados numéricos

En esta sección se van a ejecutar una serie de programas para dos casos distintos: el caso de una estrella de neutrones procedente de una supernova y el caso de una fusión de estrellas de neutrones binarias. Para hacer todos estos cálculos y gráficos se ha utilizado un script dado por el tutor. En primer lugar, como el procedimiento es análogo para ambos casos se explicará el método a seguir.

Para cada uno de los casos se tendrán los parámetros comentados en el apartado 3. Una serie de estos valores serán fijos para ambos casos y otros en cambio variarán. La frecuencia de la onda gravitacional al inicio, es decir, $f_{\text{gw}0}$, el momento principal de inercia, I_{zz} , y la elipticidad, ϵ , serán distintos en cada uno de los dos casos. Por el contrario, el valor del índice de frenado, n , el parámetro τ , el ángulo de inclinación, ι , la distancia a la fuente, d , y la posición del cielo se mantienen constantes para ambos casos.

En primer lugar, se calculará el valor máximo de la elipticidad, el cual se utilizará para poder tener el mayor valor posible de la deformación $h(t)$, ya que es directamente proporcional. Esto se hará con la ecuación (33), y con el programa de Python se podrá ver la representación gráfica. A partir de este valor ya se podrán obtener los gráficos de $h(t)$, de la forma de onda, $f_{\text{gw}}(t)$, y el valor de SNR.

A continuación, se hará una tabla resumen con los datos que se emplearán en cada uno de estos casos. No se pondrá el valor de la elipticidad en esta tabla porque como se ha explicado se calculará en las siguientes secciones. Estos valores no son necesariamente los parámetros correctos para ningún evento real, sino que son valores que pueden dar lugar a ejemplos representativos. Por otra parte, se ha tenido en cuenta que en principio los remanentes de BNS son más pesados que las estrellas de neutrones nacidos CCSN, ya que son la fusión de dos progenitores. Además, también tendrán una velocidad de giro mayor, esto se debe a que el momento angular orbital se suma al giro.

	BNS	NS
$f_{\text{gw}0}$ (Hz)	2000	1000
n	5	
τ (s)	10	
$\cos \iota$	1	
I_{zz} (g/cm ²)	4.34×10^{45}	1×10^{45}
d (Mpc)	40	
α (rad)	3.44617	
δ (rad)	-0.40808	
ϕ_0 (rad)	0	
ψ (rad)	0	

Tabla 1: Valores de los parámetros de los dos casos que se estudiarán.

Ahora, una vez dichos los parámetros se puede explicar su elección. En primer lugar, para la $f_{\text{gw}0}$ se ha elegido en el caso de BNS este valor, porque es parecido al ejemplo de [26]. En cambio, en el otro caso este valor es muy incierto, aunque algunas de estas estrellas podrían nacer como magnetares de milisegundos, tal y como indica el nombre del modelo, la gran mayoría serán más lentas, y por lo tanto se ha elegido un valor intermedio, [30]. El valor de I_{zz} para el caso BNS se ha extraído de [18] y para el otro caso, es un valor estándar para una estrella de neutrones de masa $1.4 M_{\odot}$. Para n se ha elegido el valor que corresponde a la emisión de ondas gravitacionales. El parámetro τ es muy complicado de cuantificar, no se conoce con certeza el valor real, el valor elegido sería más conveniente para caso de señales largas. Para el valor del ángulo ι se ha escogido el que hace mayor el valor del coseno, y para la distancia se ha escogido un valor típico. En esta tabla también salen dos parámetros nuevos, α y δ , estos valores representan la ubicación espacial del evento que estudiamos. En este caso se han elegido los valores que corresponden al evento GW170817. Estos valores se han extraído de [31]. α es la ascensión recta, en [31] te dan el valor en horas, por lo tanto hay que multiplicar por π dividir entre 12 y no entre 180 para pasarlo a radianes. Por otra parte δ es la declinación y está dado en grados y en este caso hay que multiplicar por π y dividir entre 180 para tenerlo en radianes.

5.1. Caso BNS

Como se ha explicado, lo primero que se tiene que calcular es el valor máximo de la elipticidad. Entonces aplicando la ecuación (34), se obtiene que para la combinación, $f_{\text{gw}0} = 2000$ Hz, $I_{\text{zz}} = 4.34 \times 10^{45}$ g/cm², esta energía es,

$$E_{\text{rot}} = 8.567 \times 10^{52} \text{ erg.}$$

De esta manera una vez obtenido el valor máximo se puede igualar a la ecuación (32), para no tener que hacer esta igualdad en función del tiempo, se puede suponer un valor del tiempo lo suficientemente grande y de este modo este término será despreciable. Esto se debe a que el tiempo está elevado a un exponente negativo, y en consecuencia tenderá a cero. Por lo tanto, haciendo esta igualdad se obtiene el valor máximo de la elipticidad,

$$\epsilon = 0.014475.$$

Ahora, para ver esta explicación de manera gráfica, se representan las dos funciones mencionadas obteniendo:

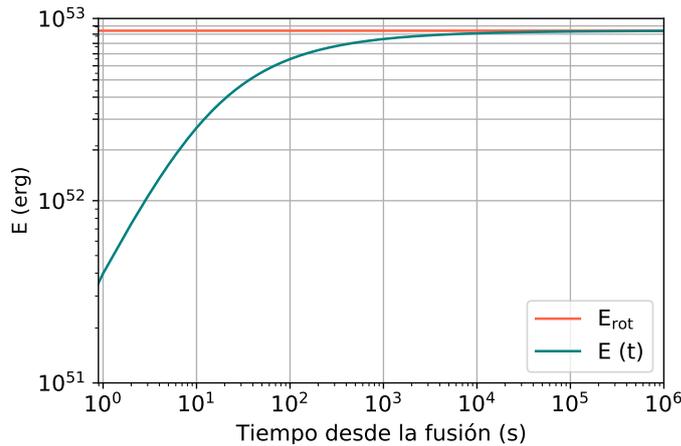


Figura 8: Representación de la energía rotacional inicial y de la energía emitida en función del tiempo.

Se puede observar que ambas funciones convergen a un tiempo aproximado de 10^4 s. Una vez se tiene el valor de la elipticidad ya se puede pasar a calcular y representar, $f_{\text{gw}}(t)$, y $h(t)$ y el SNR. Se pueden elegir distintos valores del tiempo, y en función de estos, el valor de SNR irá cambiando, en teoría se podría hacer hasta tiempo infinito ya que en principio la señal nunca se detiene completamente (asumiendo que no hay colapso a un agujero negro), pero llega un momento en el cual no varía tanto el valor obtenido. En primer lugar se representa la forma de onda, para ver la forma que tiene.

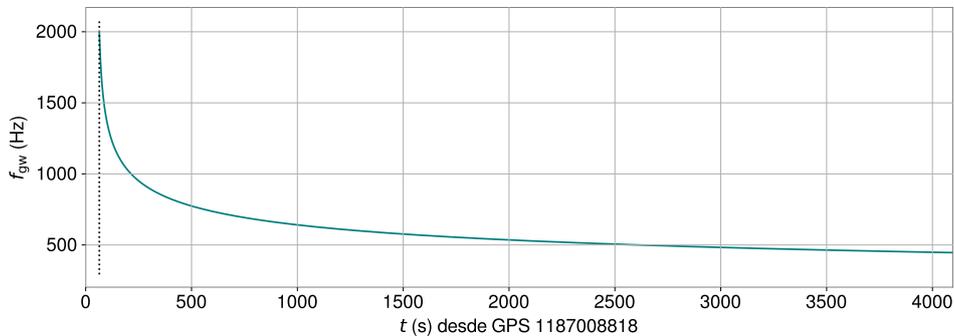


Figura 9: Representación de la evolución de la frecuencia.

Se puede observar que al poco tiempo de la fusión la función decae rápidamente y a partir de aproximadamente los 500 s la frecuencia empieza a decaer lentamente. Esto se debe a que esta función viene dada por la ecuación (24), donde el tiempo está elevado a $-1/4$, esto implica a tiempos superiores decae a un ritmo inferior que a valores cortos de tiempo. Se puede observar que el programa funciona de manera correcta, ya que el valor inicial de la frecuencia coincide con el que se ha fijado para este caso, 2000 Hz.

Ahora se puede representar la amplitud de deformación de la onda gravitacional, $h(t)$, estos gráficos se han hecho de dos maneras. En primer lugar, se ha hecho sin tener en cuenta las *beam pattern*, es decir no se tiene en cuenta la posición del cielo ni la geometría del detector. Luego, se ha repetido el proceso pero teniendo en cuenta estas funciones.

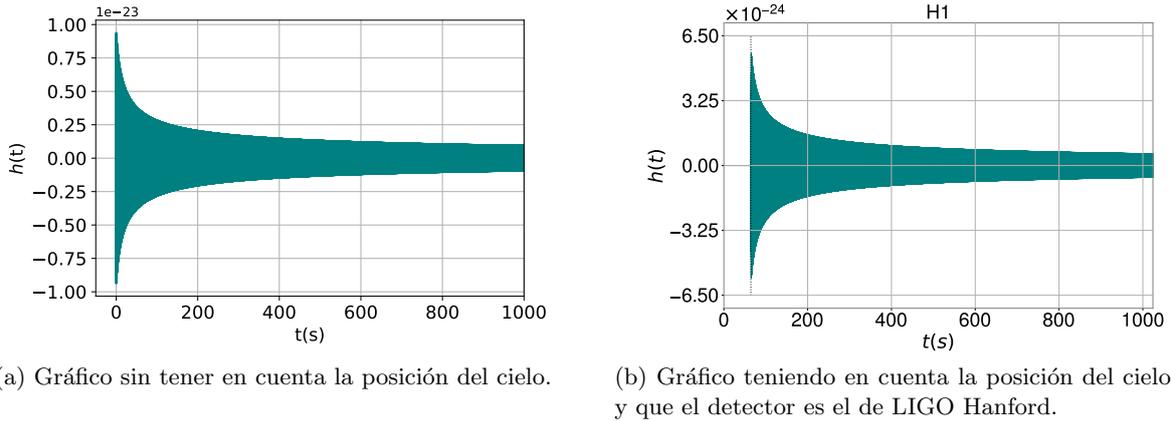


Figura 10: Representación de la amplitud de la deformación en función del tiempo.

Se puede observar que el valor inicial en las dos gráficas de la deformación es distinto, cuando no se tiene en cuenta las funciones *beam pattern*, es una señal óptima que llega a la Tierra pero no al detector, en cambio, si se utilizan las funciones sí que se tiene la verdadera señal en el detector. El cálculo del SNR se hará teniendo en cuenta estas funciones. Se puede ver en el gráfico que para el caso de la derecha el valor inicial de la deformación es menor de 6.50×10^{-24} , en cambio en la izquierda el orden es superior. Se puede calcular la relación entre ambos dividiendo los valores iniciales. Se puede pedir al programa que muestre los valores de ambas representaciones y luego dividirlos. Haciendo esto se obtiene que para 10a, $h_a = 9.390 \times 10^{-24}$ y $h_b = 5.650 \times 10^{-24}$, por la tanto la relación entre ambos es, $r = 1.665$.

A continuación, se harán una serie de ampliaciones para poder ver mejor la forma que tiene esta amplitud de deformación.

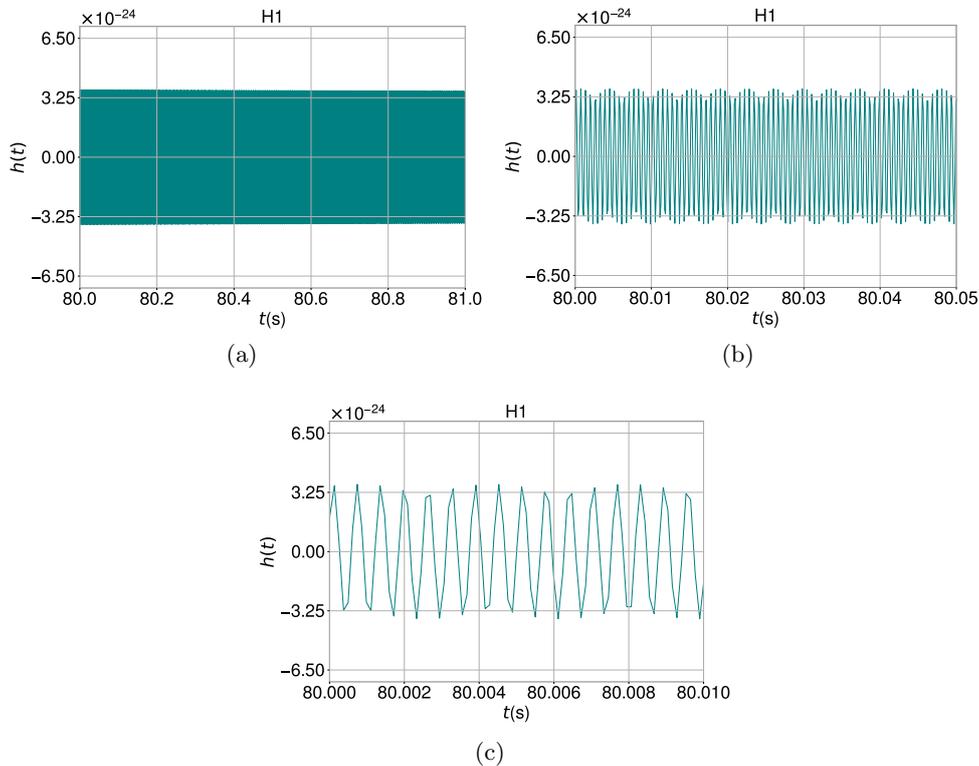


Figura 11: Ampliaciones sobre el eje temporal.

En estos cuatro gráficos se puede ver que la frecuencia de oscilación es alta, ya que el período es muy pequeño y son inversamente proporcionales, a medida que se va aumentando se puede ir viendo la forma real de esta oscilación. Además, se puede observar que la resolución numérica en el tiempo no es perfecta. En el caso de que se hiciese el *matched filtering* con datos reales se tendría que aumentar la resolución, pero para el caso a estudiar esta resolución es suficiente. Ahora se puede representar la amplitud espectral, que concretamente es la del ruido del detector a la frecuencia que atraviesa la señal en cualquier tiempo, los datos utilizados son, la sensibilidad de diseño para Advanced LIGO [32]:

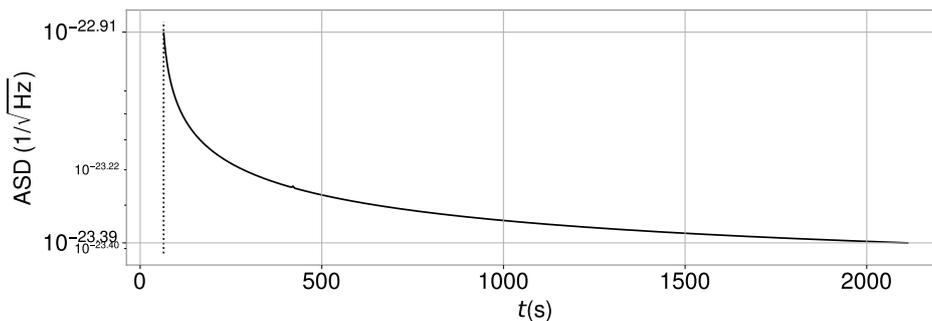


Figura 12: Representación ASD del detector cuando está a la frecuencia de la señal en el tiempo $t(s)$.

Esta función ASD es importante ya que a la hora de calcular el valor de la relación señal/ruido está incluida. Como se ha comentado anteriormente, el valor del SNR acumulado en cualquier tiempo se puede calcular, pero llega un momento en el que el valor obtenido no tiene una gran variación al aumentar el tiempo. Los tiempos que se estudiarán en general son valores de potencia de 2, ya que computacionalmente es más eficiente. Para hacer este cálculo se ha utilizado como ya se ha comentado el paquete PyCBC [29] de Python. Por otra parte, a la hora de hacer la integral no se ha hecho de 0 a ∞ tal y como dice la ecuación (37), sino que se ha hecho de 20 Hz a 2500 Hz. Ahora, se pondrá una tabla con los distintos tiempos de observación que se han utilizado para hacer este cálculo, y el valor del SNR obtenido.

t(s)	128	256	512	1024	2048	4096	8192	12000
SNR	3.3048	4.6081	5.7375	6.8186	7.8657	8.8306	9.6222	9.8980

Tabla 2: Valores óptimos obtenidos de la relación señal/ruido en función del tiempo de observación.

Observando los valores de esta tabla se reafirma lo comentado, ya que a partir del valor $T_{\text{obs}} = 8192$ s, la diferencia entre los resultados va disminuyendo. Para el último valor de la tabla no se ha podido hacer la representación gráfica del SNR ($t = 12000$ s) porque el programa no ha soportado la carga computacional. No se pondrá este gráfico porque en este caso solo se ha calculado la relación señal/ruido óptima, y no la SNR *matched-filtered* con datos reales, en consecuencia no hay fluctuaciones en SNR(t) y solo se observa un pico. El último valor para el cual se ha calculado la relación señal/ruido es 12000 s, en este caso este número no es una potencia de 2, no se ha podido hacer el caso de $t = 16384$ s, porque el programa no ha podido realizarlo.

5.2. Caso SN

En esta sección se hará exactamente el mismo procedimiento pero utilizando los datos de la segunda columna de la tabla 1. En primer lugar, como se ha hecho en el otro caso se calcula el valor de la energía rotacional, en este caso con una frecuencia inicial de $f_{\text{gw}} = 1000$ Hz y un momento de inercia, $I_{\text{zz}} = 10^{45}$ g/cm². El resultado de esta energía es:

$$E_{\text{rot}} = 4.935 \times 10^{51} \text{ erg.}$$

Una vez obtenido este valor, se iguala a la ecuación (32), eligiendo un valor grande del tiempo para poder despreciar el tiempo. El resultado de la elipticidad es:

$$\epsilon = 0.120622.$$

Como los valores de la frecuencia inicial y del momento de inercia son menores en este caso, la energía rotacional es menor. En cambio la elipticidad es mayor ya que al despejar la ecuación (32), estos dos parámetros quedan en el denominador y en consecuencia, el resultado aumenta.

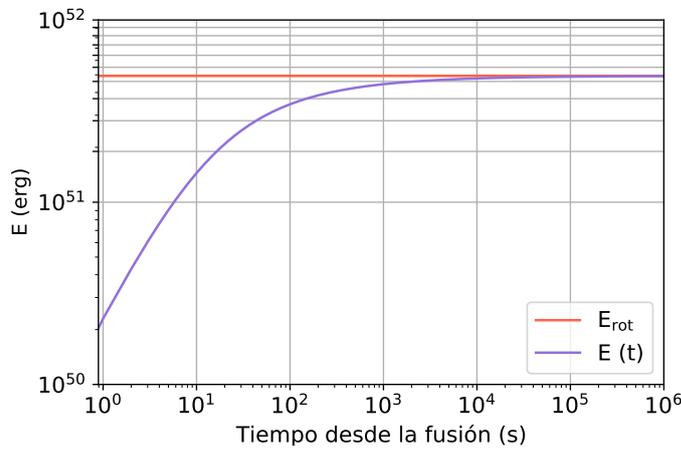


Figura 13: Representación de la energía rotacional y de la energía en función del tiempo.

Se puede observar que el tiempo de convergencia es prácticamente el mismo que para el primer caso. Entonces, una vez obtenida la elipticidad se puede representar la forma de onda:

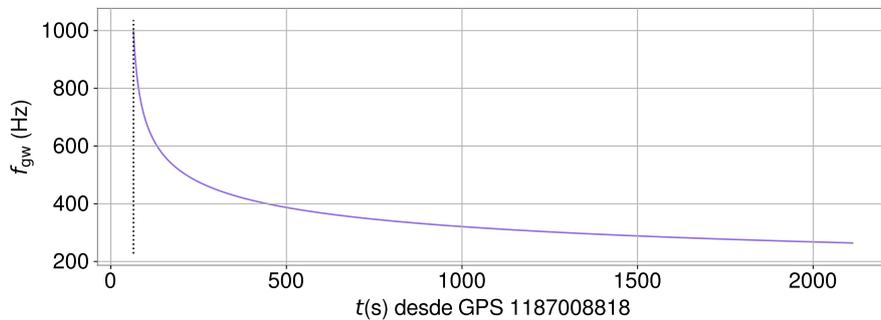


Figura 14: Representación de la forma de onda.

Al comparar el decaimiento de esta función con el caso anterior se puede observar que es más lento en este caso. En el caso BNS la frecuencia decaía más de 1000 Hz en menos de 500 s, en

cambio en este se puede ver que la frecuencia decae 600 Hz. Ahora, se representará la amplitud de deformación de la onda gravitacional.

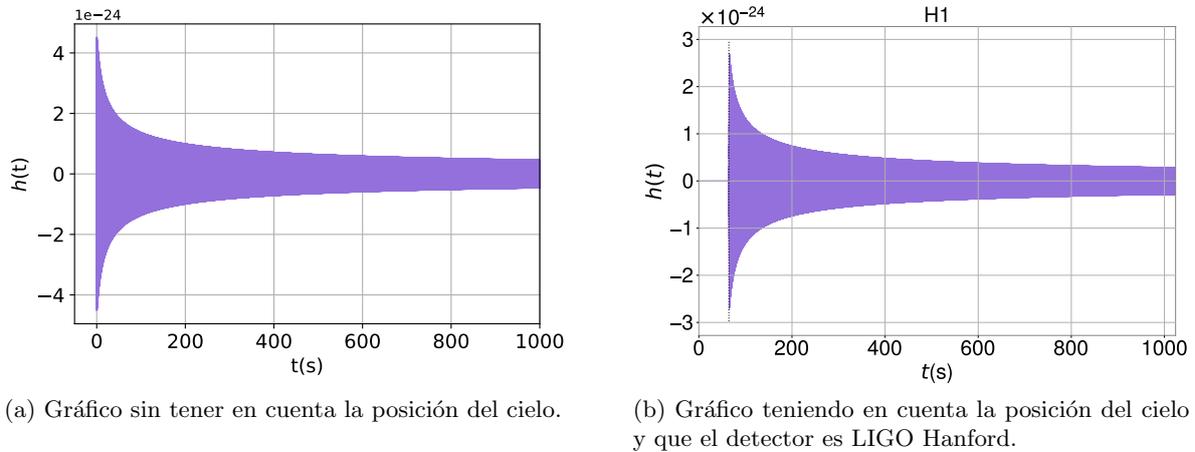


Figura 15: Representación de la amplitud de la deformación en función del tiempo.

En este caso se puede observar que ocurre lo mismo que en el anterior, en el caso en el cual no se tiene en cuenta ni la posición del cielo ni que detector es, el valor de $h(t)$ es mayor. La relación entre el valor inicial de ambos gráficos debe ser la misma que para el caso estudiado anteriormente. Esta relación se puede calcular simplemente dividiendo los valores iniciales. El valor máximo de 15a es, $h = 4.508 \times 10^{-24}$, y para 15b es, $h = 2.706 \times 10^{-24}$, entonces dividiendo el primer valor entre el segundo se obtiene una relación, $r = 1.666$, la cual es igual al valor obtenido en el caso anterior, se puede decir que hay consistencia. Lo cual era de esperar ya que al tener las dos señales los mismos parámetros α , δ y tiempo inicial, las funciones *beam pattern* serán las mismas.

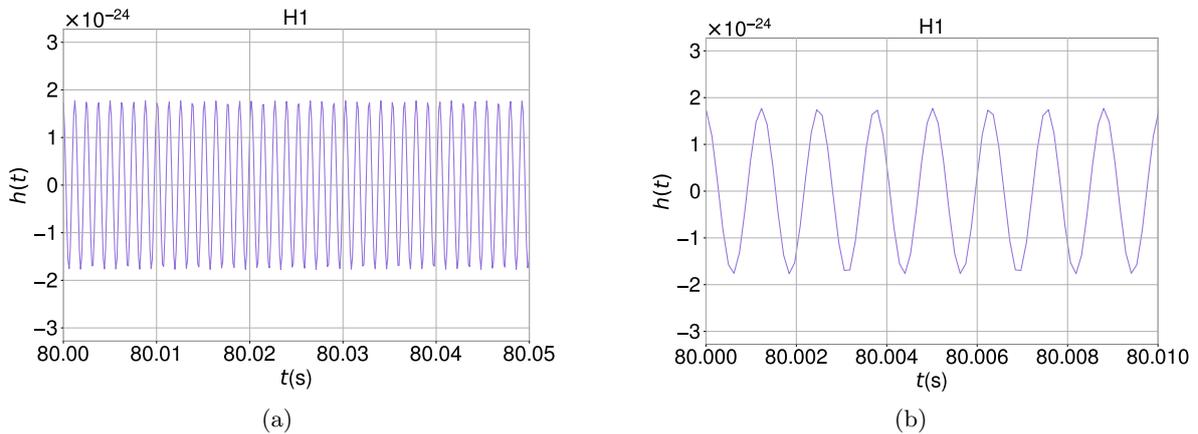


Figura 16: Ampliación del eje temporal.

Esta ampliación se ha hecho en el mismo instante de tiempo que en el caso anterior para poder comparar mejor. Se puede observar que en este caso la frecuencia es más baja que en el caso anterior, ya que hay menos picos. Esto se debe a que la frecuencia inicial es menor, por lo tanto, se puede ver que funciona correctamente y tiene el comportamiento adecuado. A continuación, se insertará el gráfico de la amplitud espectral, tal y como se ha hecho en el caso anterior. Los datos utilizados vuelven a ser los mismos [32].

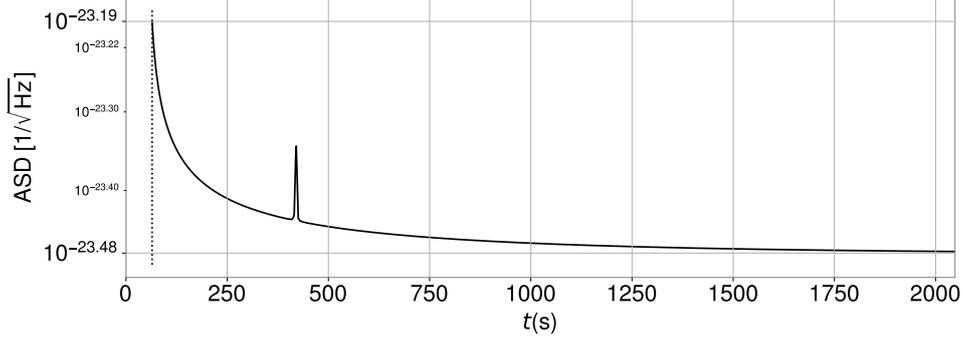


Figura 17: Representación ASD del detector cuando está a la frecuencia de la señal en el tiempo $t(s)$.

En este caso se puede observar que cerca de los 500 segundos hay un pico, esto puede deberse ruido producido por las resonancias de las suspensiones o factores de este estilo. Es similar a lo que ocurre en el gráfico 7. Ahora ya se tiene todo lo necesario para poder calcular la relación señal/ruido. Ejecutando el programa con diferentes valores de tiempo se obtiene.

$t(s)$	128	256	512	1024	2048	4096	7000
SNR	2.7247	3.6075	4.2757	4.8365	5.3180	5.7204	5.9631

Tabla 3: Valores óptimos obtenidos de la relación señal/ruido en función del tiempo de observación.

En este caso solo se ha podido llegar a calcular el valor de esta señal hasta un tiempo de 7000 s. Pero se puede ver que este valor ya empieza a converger, es de esperar que el valor al cual converja sea $SNR \approx 6$.

5.3. Comparación de las tasas

Por último se compararán las tasas para poder saber cual de las dos combinaciones de parámetros hace que la tasa de eventos que LIGO puede observar sea mayor. Para hacerlo se fija un valor para ambos casos del SNR, en este caso se elige $SNR = 8$, entonces a continuación se mira el valor al cual convergen ambas señales. Para el caso de BNS converge a $SNR \approx 10$, y para el caso de CCSN, $SNR \approx 6$. Primero de todo, hay que calcular la distancia D , se divide el valor de convergencia entre el valor fijado y todo se multiplica por la distancia elegida, y obteniendo:

$$\text{BNS: } D \approx \frac{10}{8} \cdot 40 \text{ Mpc} \approx 50 \text{ Mpc}, \quad \text{CCNS: } D \approx \frac{6}{8} \cdot 40 \text{ Mpc} \approx 30 \text{ Mpc}.$$

Entonces, sustituyendo estos números en las formulas de las tasas de la sección 3.1 y 3.2. se obtiene:

$$\text{BNS: } R_{\text{LIGO}} \approx 0.24 \text{ yr}^{-1}, \quad \text{CCNS: } R_{\text{LIGO}} \approx 23 \text{ yr}^{-1}.$$

Por lo tanto, se puede ver que la tasa de eventos es mucho superior para el caso de estrellas de neutrones nacidas de supernovas de colapso del núcleo. Este resultado era lo esperado, ya que en la Vía Láctea se detectan nuevas estrellas de neutrones por siglo y en cambio, para que se detecte una fusión de estrellas de neutrones binarias local se tiene que esperar mucho más. Estos resultados como se ha comentado no son exactos, lo importante de este estudio es ver los ordenes de magnitud estimados para los dos casos. Por este motivo, y por la complejidad que conlleva no se ha hecho el cálculo de propagación de errores.

6. Conclusiones

En este trabajo se han tratado dos situaciones de formación de estrellas de neutrones. En primer lugar, se ha visto la posibilidad de la creación de una estrella de neutrones como remanente de la fusión de un sistema binario de estrellas de neutrones. En este caso se han comentado los dos estudios sobre la búsqueda de ondas gravitacionales del remanente. En segundo lugar, se ha explicado la formación de estrellas de neutrones procedentes de una supernova. En este trabajo se ha estudiado el caso de un remanente de larga duración.

Después, se han visto las tasas de fusión de BNS y CCSN, y mediante un cambio de unidades se ha conseguido expresar la tasa de señales detectables para el detector LIGO para ambos casos. La tasa es mucho mayor en el caso de una estrella de neutrones procedente de supernovas de colapso del núcleo.

Para poder estudiar los dos casos distintos se ha utilizado un modelo, el modelo de un milisegundo magnetar. Con este modelo se tienen una serie de fórmulas analíticas que describen la frecuencia de la onda gravitacional y la amplitud de deformación adimensional de la onda gravitacional para un cuerpo giratorio. Además, se ha utilizado el paquete PyCBC [29] para calcular la relación señal/ruido y obtener el *optimal matched filter*.

En la sección de resultados numéricos se han estudiado dos casos distintos, los cuales compartían una serie de parámetros y se diferenciaban en otros. El primer caso a tratar ha sido el de BNS, antes de poder calcular las funciones del modelo se ha tenido que calcular el valor máximo de la elipticidad. Para esto se han fijado el resto de parámetros y se ha calculado la energía rotacional, E_{rot} , y la energía emitida por las ondas gravitacionales. Esta última tiene una dependencia cuadrática con la elipticidad. Por tal de obtener el valor máximo se igualan consiguiendo para el primer caso un valor de $\epsilon \approx 0.015$. Una vez obtenido este valor se pueden calcular las funciones nombradas. Para poder observar mejor la forma oscilatoria de la amplitud de deformación en función del tiempo se ha hecho una serie de ampliaciones sobre el eje horizontal. También se ha representado el ruido del detector a la frecuencia que atraviesa la señal en cualquier tiempo. Con todo esto, se ha calculado la relación señal/ruido y se ha visto su convergencia hacia un valor $\text{SNR} \approx 10$ para una distancia de 40 Mpc. En segundo lugar, se ha tratado el otro tipo de estrellas de neutrones comentado, repitiendo exactamente el mismo proceso pero con datos de frecuencia inicial y momento de inercia distintos. El valor de la elipticidad obtenido en este caso es, $\epsilon \approx 0.12$. En esta ocasión también se ha calculado el SNR, y se ha podido comprobar que converge hacia un valor $\text{SNR} \approx 6$. Cabe comentar que a la hora de representar la amplitud de deformación se ha hecho con dos programas distintos, el primer programa no tenía en cuenta la posición del cielo ni la geometría del detector y el segundo sí. Se ha calculado el valor máximo de ambas amplitudes y se ha visto que se mantiene la misma relación en ambos casos.

Aunque en todo el estudio se han hecho todos los cálculos con el valor óptimo de la elipticidad, es muy improbable que las estrellas de neutrones puedan soportar estos valores. Un valor más realista sería $\epsilon < 10^{-5}$ [33], este cambio de elipticidad hace que la señal sea más débil.

Por último, se han calculado las tasas para un valor fijo del SNR, en este caso se ha elegido $\text{SNR} = 8$. El valor obtenido para ambos casos es muy distinto, para BNS se ha obtenido $R_{\text{LIGO}} \approx 0.24 \text{ yr}^{-1}$ y para el otro caso, $R_{\text{LIGO}} \approx 23 \text{ yr}^{-1}$. Con esto se puede concluir que es mucho más probable que se detecten estrellas de neutrones recién nacidas para el caso de supernovas de colapso del núcleo. En este trabajo no se han calculado errores ya que es muy complicado estimarlos, nos hemos quedado siempre con los valores centrales.

Otro punto a comentar es que si se utiliza un valor menor de la elipticidad (pero eligiendo el

mismo para los dos casos distintos estudiados), la distancia a la cual se podrán detectar estrellas de neutrones proveniente de supernovas decaerá en un factor ~ 10 en comparación con BNS. Esto provocaría que el valor de ambas tasas fuese más próximo. Además, también se tendría que tener en cuenta que la fracción de remanentes de BNS que son estables durante el tiempo suficiente para producir este tipo de señal será menor. Esto se debe a que, como se puede ver en la figura 4, si la masa total del remanente es alta puede directamente colapsar a un agujero negro.

De cara al futuro sería interesante hacer otros estudios cambiando otros parámetros como por ejemplo, no fijar el ángulo ι y hacer diferentes pruebas. Cambiar la escala de tiempo de la onda gravitacional, es decir, cambiar el parámetro τ también sería un buen estudio, ya que este valor es desconocido. Para poder hacer de manera más eficiente estos cambios, sería de utilidad conseguir un programa computacional más rápido. Para hacer este trabajo se ha utilizado Jupyterhub, por lo tanto, dependiendo del día, al ser online, el tiempo para ejecutar los programas iba variando. Además, no se han podido hacer tiempos más largos porque se excedía la asignación de memoria en el ordenador compartido.

Referencias

- [1] Steven Weinberg. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. John Wiley and Sons, New York, 1972. 978-0-471-92567-5.
- [2] S. L. Shapiro and S. A. Teukolsky. *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects*. John Wiley and Sons, New York, 1983. 978-0-471-87316-7.
- [3] Saul Ramos-Sanchez. *Relatividad para futuros físicos*. CopIt-arXives, 2018. 978-1-938128-18-9.
- [4] Michele Maggiore. *Gravitational Waves. Vol. 1: Theory and Experiments*. Oxford Master Series in Physics. Oxford University Press, 2007. 978-0-19-857074-5, 978-0-19-852074-0.
- [5] Will C.M. Poisson E. *Gravity: Newtonian, Post-Newtonian, Relativistic*. Cambridge University Press, Cambridge, first edition, 2014. 9781139507486.
- [6] B. P. Abbott et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Phys. Rev. Lett.*, 116(6):061102, 2016. <https://arxiv.org/abs/1602.03837>.
- [7] J. Aasi et al. Advanced LIGO. *Class. Quant. Grav.*, 32:074001, 2015. <https://inspirehep.net/literature/1328453>.
- [8] https://en.wikipedia.org/wiki/Neutron_star.
- [9] Gordon Baym and Frederick K. Lamb. Neutron stars. *Encyclopedia of Physics 3rd ed.*, 2005. <https://arxiv.org/abs/physics/0503245>.
- [10] R. Abbott et al. All-sky search in early O3 LIGO data for continuous gravitational-wave signals from unknown neutron stars in binary systems. *Phys. Rev. D*, 103(6):064017, 2021. <https://arxiv.org/abs/2012.12128>.
- [11] Magdalena Sieniawska and Michał Bejger. Continuous gravitational waves from neutron stars: current status and prospects. *Universe*, 5(11):217, 2019. <https://arxiv.org/abs/1909.12600>.
- [12] Stan Woosley and Thomas Janka. The physics of core-collapse supernovae. *Nature Phys.*, 1:147, 2005. <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0601261>.

- [13] B. P. Abbott et al. GW170817: Observation of Gravitational Waves from a Binary Neutron Star Inspiral. *Phys. Rev. Lett.*, 119(16):161101, 2017. <https://arxiv.org/abs/1710.05832>.
- [14] B. P. Abbott et al. Gravitational Waves and Gamma-rays from a Binary Neutron Star Merger: GW170817 and GRB 170817A. *Astrophys. J. Lett.*, 848(2):L13, 2017. <https://arxiv.org/abs/1710.05834>.
- [15] B. P. Abbott et al. Multi-messenger Observations of a Binary Neutron Star Merger. *Astrophys. J. Lett.*, 848(2):L12, 2017. <https://arxiv.org/abs/1710.05833>.
- [16] Nikhil Sarin and Paul D. Lasky. The evolution of binary neutron star post-merger remnants: a review. *arXiv e-prints*, 12 2020. <https://arxiv.org/abs/2012.08172>.
- [17] B. P. Abbott et al. Search for Post-merger Gravitational Waves from the Remnant of the Binary Neutron Star Merger GW170817. *Astrophys. J. Lett.*, 851(1):L16, 2017. <https://arxiv.org/abs/1710.09320>.
- [18] B. P. Abbott et al. Search for gravitational waves from a long-lived remnant of the binary neutron star merger GW170817. *Astrophys. J.*, 875(2):160, 2019. <https://arxiv.org/abs/1810.02581>.
- [19] Ben Margalit and Brian D. Metzger. The Multi-Messenger Matrix: the Future of Neutron Star Merger Constraints on the Nuclear Equation of State. *Astrophys. J. Lett.*, 880(1):L15, 2019. <https://arxiv.org/abs/1904.11995>.
- [20] Nihan Pol, Maura McLaughlin, and Duncan R. Lorimer. Future prospects for ground-based gravitational wave detectors – The Galactic double neutron star merger rate revisited. *Astrophys. J.*, 870(2):71, 2019. <https://arxiv.org/abs/1811.04086>.
- [21] Ravi Kumar Kopparapu, Chad Hanna, Vicky Kalogera, Richard O’Shaughnessy, Gabriela González, Patrick R. Brady, and Stephen Fairhurst. Host Galaxies Catalog Used in LIGO Searches for Compact Binary Coalescence Events. *Astrophys. J.*, 675:1459–1467, 2008. <https://arxiv.org/abs/0706.1283>.
- [22] Bruce Allen, Warren G. Anderson, Patrick R. Brady, Duncan A. Brown, and Jolien D. E. Creighton. FINDCHIRP: An Algorithm for detection of gravitational waves from inspiraling compact binaries. *Phys. Rev. D*, 85:122006, 2012.
- [23] Nihan Pol, Maura McLaughlin, and Duncan Lorimer. An Updated Galactic Double Neutron Star Merger Rate Based on Radio Pulsar Populations. *Res. Notes AAS*, 4(2):22, 2020. <https://arxiv.org/abs/2002.10225>.
- [24] B. P. Abbott et al. GW190425: Observation of a Compact Binary Coalescence with Total Mass $\sim 3,4M_{\odot}$. *Astrophys. J. Lett.*, 892(1):L3, 2020.
- [25] Karolina Rozwadowska, Francesco Vissani, and Enrico Cappellaro. On the rate of core collapse supernovae in the milky way. *New Astron.*, 83:101498, 2021. <https://arxiv.org/abs/2009.03438>.
- [26] Nikhil Sarin, Paul D. Lasky, Letizia Sammut, and Greg Ashton. X-ray guided gravitational-wave search for binary neutron star merger remnants. *Phys. Rev. D*, 98(4):043011, 2018. <https://arxiv.org/abs/1805.01481>.
- [27] Piotr Jaranowski, Andrzej Krolak, and Bernard F. Schutz. Data analysis of gravitational - wave signals from spinning neutron stars. 1. The Signal and its detection. *Phys. Rev. D*, 58:063001, 1998. <https://arxiv.org/abs/gr-qc/9804014>.

- [28] B. P. Abbott et al. GWTC-1: A Gravitational-Wave Transient Catalog of Compact Binary Mergers Observed by LIGO and Virgo during the First and Second Observing Runs. *Phys. Rev. X*, 9(3):031040, 2019. <https://arxiv.org/abs/1811.12907>.
- [29] <http://pycbc.org/pycbc/latest/html/>.
- [30] Rosalba Perna, Roberto Soria, Dave Pooley, and Luigi Stella. How rapidly do neutron stars spin at birth? Constraints from archival X-ray observations of extragalactic supernovae. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 384:1638, 2008. <https://arxiv.org/abs/0712.1040>.
- [31] https://wiki.ligo.org/MainRemnantGW170817#Sky_Direciton.
- [32] Lisa Barsotti, Slamowir Gras, Matthew Evans, and Peter Fritschel. Updated advanced ligo sensitivity design curve. Technical Report LIGO T1800044-v5, LIGO Scientific Collaboration. <https://dcc.ligo.org/T1800044/public>.
- [33] Nathan K. Johnson-McDaniel and Benjamin J. Owen. Maximum elastic deformations of relativistic stars. *Phys. Rev. D.*, 88:044004, 2013. <https://arxiv.org/abs/1208.5227>.