

TRABAJO DE FIN DE GRADO

SENSIBILIDAD CLIMÁTICA: ANÁLISIS CON MODELOS DE BALANCE ENERGÉTICO

Diego Martínez Rodríguez

Grado de Física

Facultad de Ciencias

Año Académico 2020-21

SENSIBILIDAD CLIMÁTICA: ANÁLISIS DE BALANCE ENERGÉTICO

Diego Martínez Rodríguez

Trabajo de Fin de Grado

Facultad de Ciencias

Universidad de las Illes Balears

Año Académico 2020-21

Palabras clave del trabajo:

Cambio climático, modelos numéricos, parametrización, EBM

Nombre Tutor/Tutora del Trabajo Víctor Homar Santaner

Nombre Tutor/Tutora (si procede)

Se autoriza la Universidad a incluir este trabajo en el Repositorio Institucional para su consulta en acceso abierto y difusión en línea,		Autor		Tutor	
		No	Sí	No	
con fines exclusivamente académicos y de investigación	\boxtimes		\boxtimes		

Índice

1. Introducción				
	1.1.	Motivación	3	
	1.2.	Modelos de Balance Energético	3	
2.	Moo	lelo de Balance Energético de dimensión cero	4	
	2.1.	Balance energético y temperatura de equilibrio	4	
	2.2.	Análisis de la evolución del sistema hacia al equilibrio	6	
	2.3.	Análisis de sensibilidad del EBM0D. Parametrizaciones	6	
		2.3.1. Sensibilidad al albedo y retroalimentación con la temperatura	7	
		2.3.2. Sensibilidad a la opacidad	10	
		2.3.3. Sensibilidad a la insolación	12	
3.	Moo	lelo de balance Energético de dimensión uno	16	
	3.1.	Parametrización de Budyko	17	
		3.1.1. Albedo	17	
		3.1.2. OLR	17	
		3.1.3. Transporte de calor	17	
		3.1.4. Resolución numérica del balance energético en equilibrio	18	
		3.1.5. Evolución temporal. Resolución numérica del balance energético	19	
	3.2.	Parametrización de Sellers	20	
		3.2.1. Albedo	20	
		3.2.2. OLR	21	
		3.2.3. Transporte de calor	21	
		3.2.4. Evolución temporal. Resolución numérica del balance energético	22	
	3.3.	Análisis de sensibilidad del EBM1D. Parametrizaciones	22	
4.	Sno	vball earth	25	
	4.1.	EBM0D	25	
	4.2.	EBM1D	28	

5. Conclusiones	28
Referencias	29
A. Códigos	30

1. Introducción

1.1. Motivación

La toma de conciencia del impacto de la actividad humana sobre el clima es uno de los grandes avances científicos del S.XX y del S.XXI. La Física del Clima ha permitido determinar la influencia humana en la dinámica y termodinámica climática a través del estudio de los procesos principales que los determinan. La naturaleza compleja del sistema climático ha dado paso a un gran número de herramientas de modelización, desde los modelos climáticos más simples, de balance de energía cerodimensionales, hasta los modelos acoplados atmósfera-océano basados en las ecuaciones primitivas del estado atmosférico. El abanico de niveles de complejidad de modelización climática es muy ancho, y de hecho esta disciplina está altamente relacionada con la creciente capacidad de computación disponible.

Las políticas de adaptación al cambio climático exigen analizar la magnitud de los posibles impactos locales, globales y sobre el bienestar humano y una variedad de sectores estratégicos como los ecosistemas, agricultura, hidrología, salud, energía, industria, etc. La sensibilidad climática se define como el calentamiento del sistema climático asociado al incremento de gases de efecto invernadero. La herramienta más adecuada para su estudio también son los modelos del clima.

Este trabajo propone la revisión de los conceptos físicos que fundamentan los primeros modelos del clima, poniendo un énfasis especial en la parametrización de los procesos y características climáticas que se han visto más afectadas por la acción humana. Haciendo uso de modelos de equilibrio radiativo, desde las complejidades más bajas cero-dimensionales, hasta modelos unidimensionales (latitud), analizando la sensibilidad climática a varios parámetros de modelización como la absorción producida por los gases de efecto invernadero, el albedo o los cambios en la radiación solar incidente.

El objetivo principal de este trabajo es analizar los procesos físicos fundamentales de los modelos de equilibrio radiativo cero-dimensional y unidimensional, así como la interpretación del impacto humano sobre la concentración de gases de efecto invernadero en el contexto de éstos.

1.2. Modelos de Balance Energético

Los modelos de Balance Energético o EBM (Energy Balance Models) fueron introducidos por Budyko y Sellers de forma independiente en sendos artículos Sellers 1969, Budyko 1969. Aunque ya se habían desarrollado modelos anteriores, la simplicidad de los EBM ha iniciado un sinfín de investigaciones sobre cambio climático y son el mejor punto de partida para iniciarse en la modelización del clima.

Como su nombre indica, los modelos de balance energético permiten calcular la temperatura superficial de la Tierra a partir del balance energético global, es decir no resuelven la dinámica del sistema climático sino que se basan en el balance entre la energía entrante y saliente del sistema climático. El balance energético tiene en cuenta los flujos globales de energía radiativa en la Tierra, y dichos flujos se cuantifican mediantes observaciones satelitales. Principalmente se tiene en cuenta la energía entrante y saliente en la parte superior de la atmósfera (TOA) así como el almacenamiento de energía en el sistema.

2. Modelo de Balance Energético de dimensión cero

Dentro de los modelos de balance energético, el modelo más simple es de dimensión cero, a partir de ahora EBM0D, y permite determinar una temperatura única para el sistema climático. El modelo considera la Tierra como una masa puntual y que actúa como un cuerpo negro. Al ser un modelo de dimensión cero, no contempla ninguna coordenada, en particular, ni latitud, ni longitud ni altura. El modelo EBM0D estima la temperatura de equilibrio del sistema climático como la del cuerpo negro que está en balance energético con la radiación solar incidente.

Al hablar de temperatura superficial de un punto en 0D, nos referimos a la temperatura media que tendría la Tierra si la consideramos cubierta por una fina capa que representa todo el sistema climático.

2.1. Balance energético y temperatura de equilibrio

La temperatura del sistema varia cuando existe un desequilibrio entre la radiación solar incidente absorbida (ASR) y la radiación de onda larga emitida (OLR), la energía térmica del sistema varía como:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = ASR - OLR \tag{1}$$

Donde E, ASR y OLR es:

• Energía térmica del sistema (E):

La energía térmica es la parte de energía interna de un sistema proporcional a su temperatura absoluta:

$$E = CT_s \tag{2}$$

Donde C es la capacidad calorífica del sistema. En la tierra su valor está influenciado en mayor medida por los océanos, al ser el calor específico del agua alrededor de cuatro veces mayor que el del aire. Además la masa del océano es alrededor de tres veces mayor que la de la atmósfera.

Para obtener una estimación de C, asumiremos que la fina capa que hemos considerado es el sistema climático está formada en un 70% por océanos, los cuales se asumen como una capa estática, por lo tanto no se tienen en cuenta las corrientes oceánicas y las variaciones de la temperatura. Asimismo, se asume que la energía se absorbe en los 70 primeros metros del océano. Con esta suposición estamos ignorando la contribución del intercambio de energía con el fondo oceánico que, a largo plazo y en modelos más complejos, sí se tendría que tener en cuenta.

$$C = 0.7 \rho c dA_e$$

A_e : Superficie de la Tierra	ρ : densidad del agua
c: capacidad calorífica del agua	d: profundidad

• Radiación emitida de onda larga (OLR):

En el estudio del sistema climático es la energía por unidad de área y tiempo emitida por el sistema climático. En el EBM0D se calcula mediante la Ley de Stefan-Boltzmann para la temperatura del sistema:

$$OLR = \epsilon \tau \sigma T_s^4 \tag{3}$$

Donde τ es una corrección debido a la transmisividad infrarroja de la atmósfera. Es un número menor que uno y parametriza el efecto invernadero en la atmósfera terrestre. En el EBM0D es un escalar que nos permite analizar el impacto de las contribuciones humanas. Y ϵ corresponde a la emisividad de la superficie (proporción de radiación térmica emitida por una superficie u objeto por estar a temperatura superior al cero absoluto.)

• Radiación absorbida de onda corta (ASR):

Es la energía por unidad de área y tiempo absorbida por el sistema climático. Para establecer la energía absorbida hay que definir dos conceptos:

1. La radiación solar.

La radiación solar incidente viene dada por la constante solar (S), pero teniendo en cuenta que este flujo es por unidad de área perpendicular a la dirección del rayo, para convertirlo a unidad de área media sobre toda la esfera terrestre, resulta un cuarto de la primera.

$$Q = S\frac{A_d}{A_s} = \frac{1}{4}S$$

 $A_d =$ Área iluminada del disco = πR^2 $A_s =$ Área de la esfera = $4\pi R^2$ R = Radio de la Tierra

2. El albedo

En el sistema climático no toda la radiación incidente es absorbida, ya que parte se refleja al espacio. La proporción de radiación reflejada es el albedo (α):

$$\alpha = \frac{\text{flujo reflejado}}{\text{flujo incidente}}$$

Por lo tanto se modela el ASR con la siguiente expresión:

$$ASR = \text{flujo incidente} - \text{flujo reflejado} = \frac{1}{4}(1-\alpha)S \tag{4}$$

Teniendo en cuenta las parametrizaciones y aproximaciones realizadas de la energía incidente y emitida, la expresión del balance energético pasa a ser:

$$C\frac{dT_s}{dt} = \text{ASR} - \text{OLR}$$

$$C\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{4}(1-\alpha)S - \epsilon\tau\sigma T_s^4$$
(5)

Esta expresión, está basada en que las únicas contribuciones al balance energético son los intercambios con el espacio. Según el modelo EBM0D, el equilibrio se alcanza cuando la radiación entrante se iguala con la emitida:

$$ASR = OLR$$

Despejando, se obtiene la temperatura de equilibrio:

$$T_{eq} = \left(\frac{(1-\alpha)S}{4\epsilon\tau\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$$

La temperatura superficial que resulta de la aplicación de este modelo a partir de los datos de referencia (Kiehl y Trenberth 1997):

$$S = 1370Wm^{-2}; \qquad \alpha = 0,3; \qquad \epsilon\tau = 0,62; \qquad \sigma = 5,67E - 8W/m^2K^4 \tag{6}$$

Es de 287.37K, que es consistente con la temperatura media global registrada para 2020 que es de 288K, datos extraídos de NOAA 2020.

2.2. Análisis de la evolución del sistema hacia al equilibrio

El EBM0D representado por la Ecuación (refeq:Balance0d) permite analizar la evolución hacia el equilibrio de la temperatura:

$$C\frac{dT_s}{dt} = \frac{1}{4}(1-\alpha)S - \epsilon\tau\sigma T_s^4$$

Usando diferencias adelantadas para la derivada temporal:

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{\Delta T_s}{\Delta t} = \frac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1}$$

Conocida la temperatura T_1 para un tiempo t_1 podemos determinar la temperatura futura. Despejando la temperatura obtenemos:

$$T_2 = T_1 + \frac{\Delta t}{C} \left(\text{ASR} - \text{OLR}(T_1) \right)$$

Para calcular la serie de temperaturas se toman como referencia los datos de (Kiehl y Trenberth 1997 y (6) y se calculará cada año ($\Delta t = 1$ año). El cálculo de la evolución temporal de la temperatura del sistema se ha realizado por medio de un código de desarrollo propio (adjunto en el Anexo I).

Si la temperatura inicial es superior a la de equilibrio (OLR > ASR), el balance energético es negativo y la temperatura disminuye, en consecuencia disminuye la energía emitida $(OLR \propto T^4)$, por lo que el balance energético sigue siendo negativo, pero en menor proporción. Este proceso se mantiene hasta que se igualen el ASR y el OLR.

Análogamente si la temperatura inicial es inferior a la de equilibrio (OLR < ASR), el balance energético es positivo y la temperatura aumenta, en consecuencia aumenta la energía emitida, el balance energético sigue siendo positivo pero en menor proporción. Este proceso se mantiene hasta que se igualen el ASR y el OLR.

2.3. Análisis de sensibilidad del EBM0D. Parametrizaciones

En una primera aproximación al EBM0D se toman todos los parámetros del modelo constantes $(\alpha, \tau, S = Cte)$. En este apartado se estudia la sensibilidad del balance energético, y por lo tanto de la temperatura de equilibrio, a estos parámetros y se proponen formas de parametrizar en el modelo los cambios antropogénicos en el sistema climático. Para ello, se estudian por separado cada parámetro, considerando que el resto son constantes.



Figura 1: De izquierda a derecha y centro: Evolución de la la energía emitida, absorbida y de la temperatura para diferentes combinaciones de temperaturas iniciales.

2.3.1. Sensibilidad al albedo y retroalimentación con la temperatura

El hombre influye directa o indirectamente en la modificación del balance energético, Hansen y col. 1998 estudia las diferentes formas en las que interviene el ser humano en el clima. Este estudio concluye que el efecto antrópico sobre el sistema climático es principalmente debido a la emisión de gases de efecto invernadero y los cambios en los usos del suelo. Por su parte, Betts 2000, Climate Change 2014 y Myhre y Myhre 2003 demuestran que los cambios en el uso del suelo son la principal fuente de cambio antrópico en el albedo.

Para estudiar los cambios en el albedo nos centraremos en Myhre y Myhre 2003, que mediante modelos de transferencia radiativa estima los forzamientos radiativos introducidos por los cambios de usos del suelo.

Vegetación l	Albedo	$\Delta \alpha$ (E-3)	$\Delta RF(Wm^{-2})$
SARB	SARB	2.1	-0.11
Wilson y Sellers. 1985	Wilson y Sellers. 1985	2.5	-0.29
Matthews (1983)	Matthews (1983)	1.5	-0.12
Goldewijk 2001 with Ga PNV	Wilson y Sellers. 1985	3.4	-0.36
Goldewijk 2001 with Gb PNV^*	Wilson y Sellers. 1985	5.3	-0.66

Cuadro 1: Cambios en el forzamiento radiativo (Wm^{-2}) y en el albedo superficial (Myhre y Myhre 2003) debido a cambios en la vegetación, indicando de qué estudio se han sacado los datos de albedo y vegetación.

Para separar el efecto humano de la evolución natural de la vegetación, se introduce la base de datos PNV, que representa cual sería la vegetación más probable, con el clima que existiría si se excluyesen los efectos antrópicos.

De los resultados de Myhre y Myhre 2003 se extrae que existe un forzamiento radiativo negativo (enfriamiento) y un aumento del albedo, en latitudes medias del hemisferio norte durante el siglo XXI. En estas regiones los principales cambios han sido el aumento de los campos dedicados al cultivo y en menor proporción al aumento de la urbanización. La mayor parte de los campos de cultivo provenían de bosques en Europa y de pastos en América del Norte y Rusia.

Estos estudios proporcionan unos datos realistas de cambios en el albedo, que nos permiten estudiar la evolución del balance energético y de la temperatura en el EBM0D. Para que los valores de albedo se ajusten a los cambios predichos por los estudios citados anteriormente se linealiza el albedo:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}t\tag{7}$$

Como valores iniciales del albedo, la temperatura y la opacidad se ha tomado $\alpha_0 = 0.3$, T=288K y $\tau = 0.62$, y como pendiente ($\Delta \alpha$) se ha tomado los cambios de albedo extraídos del Cuadro 1.



Figura 2: De izquierda a derecha: Evolución de la energía emitida, absorbida, TOA y de la temperatura para los diferentes cambios de albedo (Cuadro 1).

Los resultados (Figura 2) muestran que tanto para la energía emitida como la temperatura disminuyen progresivamente hasta los valores de equilibrio. También se observa que los cambios en la temperatura en equilibrio son muy pequeños (hay que tener en cuenta que los forzamientos radiativos son muy pequeños comparados con la constante solar).

Para poder explicar estas variaciones del albedo con el EBM0D, en el que solo se puede modificar el albedo, lo que sucede es que para compensar ese flujo energético el albedo aumentará (se

Datos de vegetación	$\Delta \alpha$ (E-3)	$\Delta T(K)$
SARB	2.1	0.82
Wilson y Sellers. 1985	2.5	0.86
Matthews (1983)	1.5	0.77
Goldewijk 2001 with Ga PNV	3.4	0.95
Goldewijk 2001 with Gb PNV*	5.3	1.12

Cuadro 2: Cambios en la temperatura asociados a los cambios en el albedo superficial.

absorbe menos energía y baja la temperatura) o disminuirá (se absorbe más energía y aumenta la temperatura).

Para poder explicar los valores negativos de forzamiento radiativo (Cuadro 1) hay que tener en cuenta que la desertificación y el aumento de las tierras de cultivo implica que el albedo del planeta aumente de un valor de 0.12-0.18 para los bosques a un valor de 0.15-0.35, lo que implica que se refleja más energía y ello contribuye a una disminución de la temperatura.

Aquí ya se observa uno de los problemas del EBM0D si el albedo cambia como la Ecuación (7),los cambios en el albedo y la temperatura que se obtienen (Cuadro 2) muestran que no se está modelando correctamente las consecuencias de la deforestación, ya que estaríamos implícitamente diciendo que una solución al cambio climático sería precisamente la deforestación y el aumento masivo de campos de cultivo.Se verá más adelante que hay otros mecanismos que regulan la temperatura global. De hecho los datos de Goldewijk 2001 que tienen en consideración los PNV muestran que sin el efecto humano el enfriamiento debería ser incluso mayor.

A parte de los cambios en los usos del suelo, hay que tener en cuenta que un valor de albedo de especial importancia es el de cobertura helada, que comporta una reflexión más elevada, y por lo tanto un forzamiento radiativo negativo más intenso que el resto de usos de suelo natural.

Lo que se tiene es una retroalimentación positiva ya que si por un forzamiento externo la temperatura disminuye y se comienza a formar más hielo, el albedo aumentará, lo que a su vez producirá una disminución en la energía absorbida y una disminución en la temperatura que llevará a la formación de más hielo.

También puede ocurrir al contrario un forzamiento externo hace aumentar la temperatura, con lo que se comienza a deshelar el hielo, disminuyendo el albedo, aumentando la energía absorbida, lo que a su vez producirá más deshielo (esta relación inversa entre albedo y energía absorbida se puede observar en la Figura 3.

Una primera aproximación para poder parametrizar esta retroalimentación es tomar como constante el albedo de una superficie completamente cubierta/libre de hielo y como función cuadrática de la temperatura el albedo del rango de temperaturas entre completamente helado y completamente deshelado.

Se define $T_c = 260K$ como la temperatura por debajo de la cual una superficie está cubierta completamente por hielo. A su vez definimos $T_0 = 293K$, como la temperatura a partir de la cual la superficie esta completamente libre de hielo. Los dos valores que tomaremos para el albedo son

 $\alpha = \alpha_i = 0.7$ para una superficie cubierta de nieve y $\alpha = \alpha_{if} = 0.3$ para una superficie sin nieve.

$$\alpha(T) = \begin{cases} \alpha_{i} & si \quad T \leq T_{c} \\ \alpha_{if} + (\alpha_{i} - \alpha_{if}) \frac{(T - T_{o})^{2}}{(T_{c} - T_{o})^{2}} & T_{i} < T < T_{o} \\ \alpha_{if} & si \quad T > T_{o} \end{cases}$$
(8)



Figura 3: Relación entre el albedo y ASR con la temperatura.

Cuando se parametriza el albedo con la temperatura del sistema aparecen algunos fenómenos interesantes. Por una parte surgen dos temperaturas de equilibrio (Teq_1, Teq_2) y el sistema alcanza una u otra en función de la temperatura inicial (Figura 5). Como consecuencia se puede definir una temperatura umbral/límite que separa los estados iniciales que terminan con el sistema helado o deshelado. De forma numérica se ha determinado que la temperatura límite entre los dos feedbacks es de T = 274, 6K. Esto se debe a los feedbacks que comentábamos antes, un pequeño forzamiento externo que haga cambiar la temperatura nos puede adentrar en una Tierra helada o en una Tierra deshelada.

La aparición de dos soluciones de equilibrio para la temperatura y el hecho de tener una Tierra helada o deshelada será comentado en un apartado posterior (Snowball theory) para estudiar el efecto de las glaciaciones y los deshielos incluyendo la parametrización de la opacidad y la radiación solar.

2.3.2. Sensibilidad a la opacidad

En este apartado se tratará de explicar los efectos antrópicos en la opacidad y la energía de onda larga emitida. Ramaswamy y col. 2002 estudia las relaciones entre el forzamiento radiativo y la concentración de gases de efecto invernadero y en Pachauri y col. 2014 se introducen las trayectorias de concentraciones representativas que estudian la relación entre las concentraciones de gases de efecto invernadero y la temperatura.

A la hora de parametrizar la energía emitida hay que tener en cuenta el efecto invernadero. Algunos gases, como el dióxido de carbono o el vapor de agua, absorben parte de la radiación infrarroja. Cuando una molécula de estos gases absorbe la energía, acaban re-emitiendo energía y parte se refleja de vuelta a la tierra. Sea T_c el aumento de temperatura originado por los gases de efecto



Figura 4: Evolución de la temperatura hacia el equilibrio para once temperaturas iniciales, parametrizado según la Ecuación 8.

invernadero. Entonces la Ley de Stefan-Boltzmann se reescribe como:

$$OLR = \epsilon \sigma \tau T_o^4$$
$$OLR = \epsilon \sigma \tau (T_o + T_c)^4$$

Como los valores de $T_c \approx 33K$ (McGuffie Climate Modelling Primer) $T_c/T_o \ll 1$, y se puede expandir en Taylor la expresión del OLR:

$$OLR = \epsilon \sigma \tau T_o^4 \left(1 + 4 \frac{T_c}{T_o} \right)$$
$$OLR = A\tau + B\tau T$$

Donde A y B son:

$$A = \epsilon \sigma T_o^4$$
$$B = 4\epsilon \sigma T_o^3$$

Suponiendo que el albedo es constante, y que el único parámetro que puede variar del EBM0D es la opacidad:

$$\Delta RF = \Delta OLR = A\Delta \tau + B(\Delta \tau T_0 + \tau_0 \Delta T)$$

Despejando la variación de la opacidad:

$$\Delta \tau = \frac{\Delta OLR - B\tau_0 \Delta T}{A + BT_0} \tag{9}$$

Donde $\tau_0 = 0.62$ y $T_0 = 288K$ son los valores de referencia.

Los RCPs estudian un periodo temporal desde la época preindustrial hasta finales de este siglo, para estudiar cuan importante es el efecto antrópico se concentran los cambios recogidos en el Cuadro 3 en un periodo temporal de treinta años ($\Delta t = 30$ años) y se supone que la opacidad varia linealmente durante dicho periodo:

$$\tau(t) = \tau_0 + \frac{\Delta \tau}{\Delta t} t \tag{10}$$

RCP	$\Delta RF(Wm^2)$	ΔT	$\Delta \tau (\text{E-02})$
RCP 8.5	8.5	4.8	-4.3
RCP 6.0	6.0	3.1	-2.9
RCP 4.5	4.5	2.6	-2.3
RCP 2.6	3	1.7	-1.4

Cuadro 3: Valores de forzamiento radiativo y anomalía de temperatura para los diferentes RCPs según Pachauri y col. 2014 y cambios de opacidad asociados según la Ecuación 9.



Figura 5: De izquierda a derecha: Evolución del TOA, la energía emitida y de la temperatura para los diferentes cambios de opacidad (Cuadro 3) durante un periodo de 30 años.

Para parametrizar la opacidad de onda larga con la temperatura hay que tener en cuenta que si la Tierra se calienta, la atmósfera aumentará su concentración de vapor de agua, lo que aumentará el efecto invernadero, aumentando la opacidad. Una forma de parametrizar la relación entre el vapor de agua y la opacidad es:

$$\tau(T) = \tau_0 - \frac{T - 288\text{K}}{400 \text{ K}} \quad \tau_0 = 0.62 \tag{11}$$

A medida que disminuye la opacidad, aumenta la energía emitida ya que más energía será capaz de escapar la atmósfera, una diferencia importante en la evolución de la temperatura (Figura 7) es que al no existir dos tipos de feedbacks solo hay una solución de equilibrio.

2.3.3. Sensibilidad a la insolación.

Una vez estudiados el albedo y la opacidad, se estudiará el único factor no antropogénico, el cual es usado por negacionistas para responsabilizar de los cambios observados en el clima, la insolación, es decir, la cantidad de energía que la Tierra recibe del Sol.



Figura 6: Evolución de la opacidad y el OLR con la temperatura

Para explicar las variaciones de la insolación y también de las eras glaciales usaremos la teoría de Milankovitch, que afirma que las variaciones en las propiedades geométricas de la orbita de la Tierra son las principales regidoras de los cambios en la insolación y de las eras glaciales.

Hay que tener en cuenta que las escalas temporales que manejaremos en la teoría de Milankovitch ya no son años, ni siglos sino decenas de miles de años, ya que los parámetros de la órbita experimentan variaciones cíclicas a largo plazo debido a la interacción gravitatoria con el resto de elementos del sistema solar. Las tres principales propiedades geométricas de la órbita son:

- Oblicuidad: Es el ángulo de inclinación del eje de rotación de la Tierra, es el parámetro responsable de las estaciones, tiene un periodo de 40000 años, pudiendo oscilar entre los 21.6^o y los 24.5^o.
- **Precesión:** Es el cambio en la orientación del eje de rotación, esta dirección forma una circunferencia cada 26000 años, es el responsable de la modificación de los equinoccios y los solsticios.
- Excentricidad: Es el grado de desviación de la órbita respecto a una circunferencia, es el parámetro responsable de las variaciones en el afelio y perihelio y por lo tanto es el mas relevante en la insolación. Tiene un periodo de 100000 años, pudiendo variar entre 0.005 y 0.06

Los estudios de Milankovitch revelan que las glaciaciones y las variaciones de la insolación, no se deben a los cambios en la insolación total sino a las variaciones de la insolación en las latitudes altas del Hemisferio Norte. En consecuencia, los resultados del EBM0D en el cual solo tendremos en cuenta las variaciones de la insolación total darán resultados alejados de los de Milankovitch. Nos centraremos en investigar si los cambios de temperatura predichos por los RCPs pueden estar causados por los ciclos de Milankovitch y no tanto por la actividad humana. Los datos de los parámetros orbitales están sacados de:Berger y Loutre 1991 y para el tratamiento de los mismos usaremos la librería climlab.Empezamos estudiando la evolución de estos parámetros a lo largo de los últimos mil millones de años.

Una de las limitaciones del EBM0D es que al tener que hacer todos los cálculos modelando la tierra como un único punto, solo se puede estudiar la insolación total media por año y esta no varía mucho con el tiempo (Figura 9).



Figura 7: De izquierda a derecha: Evolución del TOA, la energía emitida y de la temperatura

Para estudiar la sensibilidad del EBM0D a las variaciones de la constante solar, se estudia la respuesta a cuatro valores diferentes, el máximo (1367.45 Wm^2), el mínimo (1365.28 Wm^2), la media (1365.92 Wm^2) y el actual (1365.47 Wm^2).

Partiendo de una temperatura inicial de 288K y tomando para el albedo y la opacidad sus valores de referencia $\alpha = 0.3$ y $\tau = 0.62$ vemos que los cambios en la temperatura son muy pequeños, Cuadro 4 y Figura 9.

$S(Wm^2))$	$T_{eq}(K)$	$\Delta T(K)$
1367,46	287,24	-0,1
1365,28	6.0287, 13	0,01
1365,92	287,16	-0,02
$1365,\!47$	287,14	0

Cuadro 4: Temperatura de equilibrio y variación respecto al valor actual para las cuatro constantes solares.



Figura 8: Evolución de los parámetros orbitales durante los últimos mil millones de años.



Figura 9: Izquierda insolación durante los últimos mil millones de años y a la derecha la evolución de la temperatura para las cuatro combinaciones de constante solar.

Para comparar si los cambios en los parámetros orbitales pueden explicar las predicciones más optimistas de las RCP (RCP 2.6) nos situaremos en los parámetros orbitales que más harían cambiar la insolación total y podrían dar lugar a un mayor aumento de la temperatura. Numéricamente la constante solar necesaria para producir un aumento de 2.6 grados es de 1415,6 Wm^2 , lo que supondría un aumento de un 163,67% del valor actual.

3. Modelo de balance Energético de dimensión uno

Los EBM0D son un tipo de modelo climático que no tienen en cuenta muchos procesos relevantes para el clima como por ejemplo el transporte meridional o la distribución espacial del albedo y de la radiación incidente y que se pueden, en primera aproximación, parametrizar incluyendo un grado de libertad más, la latitud. Se tiene en cuenta la dependencia con la latitud, ya que se puede asumir que la radiación solar es uniforme con la longitud, pero no con la latitud. Esto se debe principalmente a que:

La curvatura e inclinación del eje de la Tierra implica que el flujo radiativo incidente disminuye al aumentar la latitud, una primera parametrización del flujo radiativo incidente con la latitud es la introducida en North 1975:

$$S = 1 + S_2 P_2(\sin\varphi) \tag{12}$$

Donde $P_2(\sin \varphi)$ es el Polinomio de Legendre de segundo orden y S_2 es un parámetro experimental $(S_2 = -0.482;$ North 1975). En el EBM1D la Tierra deja de ser un punto y se divide en bandas latitudinales, pero se considerará que es uniforme longitudinalmente y es importante tener en cuenta que para alcanzar el equilibrio se debe permitir el intercambio de energía entre cada banda.

Estas dos mejoras introducidas en el EBM1D permiten incluir una variación latitudinal del albedo, debido a la formación de hielo en determinadas latitudes, cosa que en el EBM0D no se podía tener en cuenta. Además de incluir el transporte meridional entre bandas permite parametrizar de forma aproximada el efecto de las corrientes oceánicas y atmosféricas. La ecuación del balance energético del EBM0D viene dada por Ecuación 5. Para el modelo de una dimensión el balance se tiene que cumplir para cada banda:

$$C\frac{\partial T_i}{\partial t} = \mathrm{ASR}_i - \mathrm{OLR}_i \tag{13}$$

Donde el índice i representa la banda, introduciendo tres generalizaciones importantes:

- 1. La temperatura, el albedo y la radiación solar incidente ahora son funciones de la latitud, lo que nos permite tener en cuenta efectos meridionales en la radiación incidente y el albedo.
- 2. En particular cuando la temperatura de una banda es inferior a la de congelación, se representa ese aumento de hielo/nieve con un aumento en el albedo.
- 3. La temperatura media global T_s se calcula como una media ponderada por la superficie que ocupa cada banda de la temperatura de dicha banda T_i .

No hay que olvidar que la diferencia de radiación solar recibida entre latitudes altas y bajas implica que para mantener el balance energético tiene que haber transporte meridional de energía entre bandas adyacentes. En el sistema climático real, este transporte se realiza principalmente por la circulación atmosférica y las corrientes oceánicas.

En ausencia de dicho transporte, la solución de equilibrio muestra bandas independientes con temperaturas de equilibrio iguales a la resolución del EBM0D en cada banda. Por lo tanto, es necesario introducir un término de transporte meridional (F_i) en la ecuación de balance para poder acoplar bandas adyacentes:

$$C\frac{\partial T_i}{\partial t} + F_i = \text{ASR}_i - \text{OLR}_i \tag{14}$$

Al igual que para el EBM0D, hay que proponer parametrizaciones para cada término. Para el EBM1D hay dos parametrizaciones famosas introducidas en Sellers 1969 y Budyko 1969. Cada una propone una parametrización para cada término de la ecuación de balance energético (Ecuación 14).

3.1. Parametrización de Budyko

Esta parametrización fue introducida por el físico Mikhail Ivanovich Budyko en 1969, en su artículo Budyko 1969, propuso la siguiente parametrización para cada término de la ecuación de balance energético:

3.1.1. Albedo

Budyko parametriza el albedo como una función escalón, asumiendo la temperatura a partir de la cual una superficie esta helada es $T_c=260$ K. Por debajo de esta temperatura el albedo es el del hielo $(\alpha_i = 0,6)$ y por encima es el de la media terrestre $(\alpha_{if} = 0,3)$:

$$\alpha(T) = \begin{cases} \alpha_i & si \quad T \le T_c \\ \alpha_{if} & si \quad T > T_c \end{cases}$$
(15)

3.1.2. OLR

Teniendo en cuenta que el rango de estudio de temperaturas es pequeño, típicamente 250-300K la radiación emitida se puede linealizar:

$$OLR(T) = A + BT \tag{16}$$

Los coeficientes A y B tienen en cuenta la nubosidad, los efectos de los gases de efecto invernadero y la variabilidad del vapor de agua. El parámetro A nos permitirá parametrizar la acción humana en los cambios de concentración de gases de efecto invernadero y el parámetro B determina la sensibilidad del modelo a perturbaciones externas y la consecuente estabilidad del sistema.

Para el EBM1D uno se pueden considerar constantes, ya que permiten simular los ciclos anuales de la temperatura superficial, y las distribuciones medias anuales promediadas por zonas del balance energético (G. North, Short y Mengel 1983, G. North y Coakley 1979). Para la primera simulación se utilizan los valores de McGuffie Climate Modelling Primer: $A = 204Wm^{-2}$ $B = 2,17Wm^{-2}$ °C⁻¹

3.1.3. Transporte de calor

La principal diferencia entre las dos parametrizaciones es la parametrización del transporte meridional de energía. Budyko asume que el ratio de transporte de energía es proporcional a la diferencia entre la temperatura zonal y la temperatura media global:

$$F(T_i) = \kappa_t (T_i - \bar{T}) \tag{17}$$

Donde $\kappa_t = 3,81Wm^{-2} \ ^{\circ}C^{-1}$ es el coeficiente de transporte.



Figura 10: Parametrización del albedo (izquierda) y del OLR (derecha) según la parametrización de Budyko, con $A = 204Wm^{-2}$ $B = 2,17Wm^{-2}$ °C⁻¹.

3.1.4. Resolución numérica del balance energético en equilibrio

Incluyendo las parametrizaciones de cada término, ecuaciones: (15), (16)y (17), la ecuación de balance pasa a ser:

$$C\frac{\partial T_i}{\partial t} + \kappa_t (T_i - \bar{T}) = \frac{1}{4}(1 - \alpha_i)S_i - (A + BT_i)$$
(18)

Aplicando la condición de equilibrio $\partial_t T = 0$ y despejando la temperatura, llegamos a la expresión de la temperatura de equilibrio (para cada paralelo):

$$T_i = \frac{S_i \left(1 - \alpha_i\right) + \kappa_t \bar{T} - A}{4(B + \kappa_t)} \tag{19}$$

La insolación disminuye a medida que nos alejamos del ecuador debido a que la inclinación de la Tierra hace que la radiación solar se distribuye por un área de superficie mayor y porque la capa de atmósfera que tiene que atravesar es más densa en las regiones polares que en las ecuatoriales. Además la inclinación del eje de la Tierra hace que durante seis meses al año las zonas polares no reciben radiación solar y solo emiten energía al espacio.

En la Figura 11 se refleja lo explicado en la introducción del EBM1D, las zonas ecuatoriales y tropicales reciben más energía del sol que las polares, y el resultado es que el equilibrio sería un EBM0D con una temperatura de equilibrio más alta en el ecuador y más baja en los polos, existiendo un gradiente de temperatura entre zonas no compensado.

Por eso es necesario introducir el término de transporte, ya que permite transportar la energía del ecuador hacia los polos para compensar el gradiente de temperatura explicado anteriormente, es decir, el EBM1D permite incluir de una forma sencilla las corrientes oceánicas y atmosféricas.

Con este modelo se puede explicar mejor la formación de hielo, ya que entre los paralelos 60 y 90, tanto norte como sur la insolación es menor que en otras latitudes, y en consecuencia la temperatura cae por debajo de los 260K, formándose hielo, lo que se puede observar en la Figura 11, ya que en estas latitudes el albedo pasa a ser el del hielo $\alpha_i = 0, 6$.



Figura 11: De izquierda a derecha: Variación con la latitud de la temperatura, la insolación, el albedo y la energía para un modelo con constante solar $S = 1370Wm^{-2}$, una linealización del OLR con coeficientes $A = 204Wm^{-2}$ $B = 2,17Wm^{-2}$ ° C^{-1} y una inclinación de 23,5° del eje de rotación de la Tierra.

3.1.5. Evolución temporal. Resolución numérica del balance energético

Al igual que con el EBM0D, nos interesa estudiar la evolución temporal de la temperatura a partir del balance energético para luego tratar de incorporar los efectos antropogénicos a largo plazo. Para ello se usa diferencias centradas:

$$T_{n+1} = T_n + \frac{\Delta t}{C} \left(\text{ASR} - \text{OLR}(T_n) - F(T_n) \right)$$
(20)

Se empieza con una distribución de temperatura uniforme para todas las latitudes ($T_0 = 273K$). Debido a la diferencia de insolación entre paralelos las zonas ecuatoriales se calientan más que las polares, el TOA tiende a sobre-calentar el ecuador y a sobre enfriar los polos, pero el transporte de energía tiende a contrarrestar el efecto del balance radiativo y en equilibrio ambas contribuciones se cancelan (Figura 12)



Figura 12: De izquierda a derecha evolución temporal de la temperatura TOA, transporte energético y balance energético para un modelo EBM1D con parametrización de Budyko.

3.2. Parametrización de Sellers

Fue introducida por William D.Sellers en el artículo Sellers 1969, se trata de un modelo de balance energético unidimensional en el que se desprecia el almacenamiento de calor en los océanos, tierra o atmósfera. En dicho artículo propuso una parametrización para cada componente del balance energético

3.2.1. Albedo

Sellers opta por una descripción más realista que la de Budyko, ya que se basa en que el albedo aumenta linealmente a lo largo de un intervalo de temperatura dentro del cual puede decirse que la Tierra está cada vez más cubierta de nieve.

$$\alpha(\phi, T) = \begin{cases} b(\phi) - 0,009T & si \quad T < 283 \\ \\ b(\phi) - 2,548 & si \quad T \ge 283 \end{cases}$$
(21)

Donde $b(\phi)$ es una constante empírica calculada en Sellers 1969 para cada paralelo y permite incluir una variación latitudinal del albedo que no se ve afectado por la temperatura. Un punto importante de esta parametrización es que se establece un valor máximo para el albedo de 0.85. La principal mejora respecto a la parametrización de Budyko es que permite incluir una variación latitudinal del albedo independiente de la temperatura, pero se tiene el inconveniente de que se ignoran los efectos de la variación de la nubosidad en el albedo, ya que no hay una forma simple de incluirlas.

3.2.2. OLR

Una formulación alternativa a la de Budyko (linealizar la temperatura), usada por Sellers, consiste en modificar la radiación de cuerpo negro por algún factor que tenga en cuenta la reducción de la radiación de onda larga saliente por la atmósfera, por ejemplo:

$$OLR(T) = \sigma T^4 [1 - m \tanh\left(19T^6 \cdot 10^{-16}\right)]$$
(22)

Donde el término entre corchetes se puede interpretar como un factor de transmisión atmosférica o emisividad efectiva, representa el efecto de los gases de efecto invernaderos, el polvo y las nubes en la radiación emitida. El término m es el coeficiente de atenuación, que para condiciones actuales vale 0.5 (calculado en Sellers 1969)



Figura 13: Parametrización del albedo (izquierda) y del OLR (derecha) según la parametrización de Sellers.

3.2.3. Transporte de calor

Sellers parametriza el transporte de calor como un proceso de difusión, es decir, el calor se transporta de zonas más cálidas a zonas más frías proporcionalmente al gradiente de temperatura.

flujo de calor
$$\propto C\nabla T$$

La cantidad de calor por unidad de tiempo y área que abandona/entra en una banda es la divergencia del flujo:

$$F = \nabla \cdot (C\nabla T) = D\nabla^2 T$$

Teniendo en cuenta que en el modelo de dimensión uno la única coordenada libre es la latitud, el término difusivo pasa a ser:

$$F(T) = D\nabla^2 T = D\left[\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} - \tan(\phi)\frac{\partial T}{\partial \phi}\right]$$
(23)

Donde D es el coeficiente de difusión térmica del sistema climático, calculada a partir de observaciones experimentales: $D = 0.55Wm^{-2} \circ C^{-1}$ (G. R. North 1988)

3.2.4. Evolución temporal. Resolución numérica del balance energético

Incluyendo las parametrizaciones de cada término, Ecuaciones: 21, 22 y 23, la ecuación de balance pasa a ser:

$$C\frac{\partial T_i}{\partial t} + D\left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial \phi^2} - \tan(\phi_i)\frac{\partial T_i}{\partial \phi}\right] = \frac{1}{4}(1-\alpha_i)S - \sigma T_i^4[1-m\tanh\left(19T_i^6\cdot 10^{-16}\right)]$$
(24)

Una vez presentada la ecuación del balance energético, se usa diferencias centradas para estudiar la evolución temporal de la temperatura (Ecuación 20). Es importante resaltar uno de los inconvenientes de la parametrización de Sellers frente a la de Budyko, la Ecuación 24, al ser no lineal no existe una solución analítica para $T_i(\phi)$

Igual que en la parametrización de Budyko se empieza con una distribución uniforme de temperatura $(T_0 = 273K)$, inicialmente las zonas polares están mas frias que las ecuatoriales debido a que el TOA es negativo en las zonas polares, este gradiente de energía es compensado por el transporte de energía del ecuador hacia las zonas polares hasta que se cancelan en el equilibrio.



Figura 14: De izquierda a derecha evolución temporal de la temperatura TOA, transporte energético y balance energético para un modelo EBM1D con parametrización de Sellers.

3.3. Análisis de sensibilidad del EBM1D. Parametrizaciones

En las dos secciones anteriores se han introducido dos parametrizaciones diferentes para el EBM1D, en este apartado se utilizarán dichas parametrizaciones para estudiar los efectos introducidos por cambios antropogénicos en el sistema climático. Para ello se utiliza la parametrización de Budyko, de manera que la ecuación del balance energético para nuestro modelo es:

$$C\frac{\partial T_i}{\partial t} + \kappa_t (T_i - \bar{T}) = \frac{1}{4}(1 - \alpha_i)S_i - A - BT$$
(25)

Para estudiar la sensibilidad del balance energético, y en consecuencia de la temperatura de equilibrio, hay 4 parámetros que se han asumido como constantes hasta ahora (C,D,A,B), Estudiar las variaciones de la capacidad calorífica y de la difusión térmica está fuera de los objetivos de este trabajo, en consecuencia, se analiza la sensibilidad del modelo a la constantes de linealización del OLR (A y B). Para estudiar el impacto antropogénico se seleccionó un conjunto de cuatro RCP. El más optimista, el RCP3D (peak-decline), en el cual las concentraciones de dióxido de carbono se estabilizan después de un máximo alrededor del 2100 de 442ppm. El más extremo, el RCP8.5, (bussines as usual) representa un aumento continuo de la concentración de dióxido de carbono hasta alcanzar un pico de unas 1951 ppm. El RCP6.0 y el RCP4.5 se caracterizan por un aumento constante de las concentraciones durante el siglo XXI, hasta un valor de unas 751 y 543 ppm respectivamente, seguido de una estabilización después de 2100. Los datos han sido extraídos de Meinshausen y col. 2011 . Para tener en cuenta los cambios en la concentración de CO_2 ,Myhre 1998 estudia las variaciones del parámetro A en la fórmula de radiación de Budyko (Ecuación 16) y mediante modelos de transferencia radiativa calcula el cambio en el OLR debido a cambios en la concentración de dióxido de carbono, llegando a la siguiente fórmula:

$$\Delta A = -5,35 \ln \frac{[\text{CO}_2]_t}{[\text{CO}_2]_0}$$
(26)

Para estudiar el efecto de los cambios de A debido a los cambios de concentraciones de dióxido de carbono, se parte de una distribución inicial de temperatura que es la de equilibrio obtenida con la parametrización de Budyko en el Apartado 3.1.4, a partir de esta distribución de temperatura se aplica la parametrización de Budyko para calcular la temperatura media anual usando las diferentes RCPS, la variación de temperatura y del coeficiente A una vez pasados los cien años de estudio (Figura 16 y Cuadro 5).

RCP	$\Delta A(Wm^{-2})$	ΔT
RCP3PD	-0.65	0.44
RCP4.5	-1.98	0.92
RCP6	-3.16	1.44
RCP8	-4.98	2.23

Cuadro 5: Variación del coeficiente A y de la temperatura durante el siglo XXI para las diferentes RCPS.



Figura 15: De izquierda a derecha: Evolución de la concentración de dióxido de carbono y del parámetro A para las cuatro RCPs. Para relacionar ambos gráficos se ha usado la Ecuación 26

Los escenarios más optimistas (RCP3PD y RCP4.5) arrojan un aumento de temperatura media asumible, en cambio los más drásticos (RCP6 y RCP8) arrojan unos aumentos de temperatura media que pueden acarrear graves consecuencias. Entre los cambios drásticos más relevantes está la descongelación del permafrost del Ártico, alrededor del 35-47 % si la temperatura aumenta dos grados y al 21 % si el aumento de la temperatura es de 1,5 °C, otro cambio debido al aumento de dos grados de la temperatura es la destrucción de la bioma natural de un 13 % de ecosistemas. Es importante tener en cuenta que estas predicciones sacadas de IPCC 2018 no tendrán el mismo efecto en todas las áreas del planeta.



Figura 16: Distribución inicial de temperatura para las cuatro RCPs (izquierda) y evolución de la temperatura media para cada RCP.

4. Snowball earth

4.1. EBM0D

La primera de las aplicaciones de los modelos de balance energético, es la explicación de las eras glaciales, también conocida como Snowball Earth theory, esta teoría sugiere que durante el Criogénico (periodo que abarca dese hace 720 hasta 635 millones de años) la Tierra estuvo completamente cubierta por hielo. Es decir, que la Tierra puede existir en dos estados, uno cubierto parcialmente por hielo (el actual) y otro completamente helado.

Para poder entender la existencia de dos estados de equilibrio, no basta con estudiar cada parámetro por separado (radiación solar, albedo y opacidad) sino que habrá que combinar el feedback albedohielo estudiado en el apartado 1.3.1, en el se suponía que el albedo variaba con la temperatura, dependiendo de la existencia de hielo, con la linealización de la energía emitida (OLR) estudiada en el apartado 1.3.2 y con las variaciones de la constante solar.

Al parametrizar el albedo y la energía emitida, manteniendo la constante solar en el valor actual (S = $1370Wm^{-2}$) se observa (Figura 17) que existen tres temperaturas de equilibrio : $T_1 = 246,26$ K, $T_2 = 272,52$ K y $T_3 = 287,67K$, una corresponde a una Tierra completamente helada, otra a una Tierra parcialmente deshelada y otra a una Tierra completamente deshelada.



Figura 17: De izquierda a derecha y centro: parametrización ASR, OLR y TOA para un EBM0D.

Habrá que clasificar las tres temperaturas de equilibrio dependiendo de si son equilibrios estables o inestables, recordando la ecuación de la temperatura en función del tiempo:

$$C\frac{\partial T}{\partial t} = ASR - OLR$$

Para estudiar las situaciones de equilibrio, se puede escribir la temperatura total como el valor de equilibrio, T_0 , mas una perturbación dependiente del tiempo:T'(t): $T = T_0 + T'$

$$C\frac{\partial(T_0+T')}{\partial t} = ASR(T_0+T') - OLR(T_0+T')$$

Teniendo en cuenta que ${\cal T}_0$ es una temperatura de equilibrio:

$$C\frac{\partial T'}{\partial t} = ASR(T_0 + T') - OLR(T_0 + T')$$

Recordar que el albedo depende de la temperatura según la Ecuación (8)

• Para $T_0 = T_1 = 246,26K$

Para T=246K la Tierra está totalmente helada y el albedo es $\alpha_i=0,7$

$$C\frac{\partial T'}{\partial t} = (1 - \alpha_i) S - A - B (T_1 + T')$$
$$C\frac{\partial T'}{\partial t} = -BT'$$
$$T' = T'(t = 0)e^{-\frac{B}{C}t}$$

La solución de la ecuación diferencial es una exponencial que se amortigua con el tiempo, en consecuencia el equilibrio es estable.

• Para $T_0 = T_2 = 272, 52K$

Para T=272,52K la Tierra está parcialmente helada y el albedo es una función cuadrática.

$$\alpha = \alpha_i + m(T_2 + T' - T_o)^2 = \alpha_i + m(T_2 - T_o)^2 + m(T'^2 - 2T_oT')$$

$$C\frac{\partial T'}{\partial t} = (1 - \alpha)S - A - B(T_2 + T')$$

$$C\frac{\partial T'}{\partial t} = -[B + mS(T' + 2T_2 - 2T_o)]T'$$

$$T' = \frac{be^{-bt/C}}{1 - ae^{-bt/C}}$$

Donde a,b,m son:

$$m = \frac{\alpha_i - \alpha_{if}}{(T_c - T_o)^2} \qquad a = mS \qquad b = B + 2mS(T_2 - T_o)$$

La solución de la ecuación diferencial es una exponencial que se amortigua con el tiempo, en consecuencia el equilibrio es estable.

• Para $T_0 = T_3 = 287,67K$

Para T=287,67K la Tierra está totalmente deshelada y el albedo es $\alpha_{if} = 0,289$

$$C\frac{\partial T'}{\partial t} = (1 - \alpha_{if}) S - A - B (T_3 + T')$$
$$C\frac{\partial T'}{\partial t} = -BT'$$
$$T' = T'(t = 0)e^{-\frac{B}{C}t}$$

La solución de la ecuación diferencial es una exponencial que se amplifica con el tiempo, ya que b < 0, y en consecuencia el equilibrio es inestable.

Se puede concluir que el EBM0D con feedback albedo-hielo tiene dos equilibrios estables y por lo tanto exhibirá un comportamiento de histéresis. Esto implica que las propiedades del sistema ya no solo dependen de las condiciones de contorno, sino que también depende de las perturbaciones anteriores, el sistema tiene "memoria" y puede variar rápidamente entre diferentes estados de equilibrio, variando lentamente uno de los parámetros.

En el EBM0D el comportamiento de histéresis y la transición entre los dos estados de equilibrio (Tierra helada/Tierra parcialmente helada), vienen dados por cambios en la constante solar.



Figura 18: Comportamiento de histéresis en el EBM0D con albedo-hielo feedback

Como se observa en la Figura 18 para un mismo valor de la constante solar (por ejemplo el actual $S = 1370Wm^{-2}$) hay dos valores posibles de la temperatura (250 o 290K), lo que determina cual de estas temperaturas es en la que se encontrará el sistema es la "historia" anterior, es decir las propiedades del sistema en un estado dependen del estado anterior.

Si se empieza en una tierra helada y la constante solar se incrementa lentamente (una época de mayor actividad solar), la temperatura va aumentando hasta que la temperatura de equilibro tiende a T_c . Cuando $T_2 = T_3 = T_c$ se pasa a estar en la Tierra deshelada.

Pero si la constante solar empieza a descender lentamente el sistema tiene "memoria" y para volver a la tierra helada no basta con volver a la constante solar para la cual $T_2 = T_3 = T_c$. El sistema seguirá en el estado deshelado hasta que se vuelve inestable en $T_2 = T_1 = T_o$ donde se produce una rápida transición al estado helado.

4.2. EBM1D

En el EBM1D, se explicó que el feedback albedo-hielo daba lugar a un ciclo de histéresis para la temperatura, al variar la constante solar. Al introducir la variación de la latitud, la temperatura pasará a ser la temperatura media de las bandas, pero el comportamiento de histéresis sigue apareciendo y nos ayudará a explicar la dependencia de la formación de hielo con la constante solar y la latitud.

Si se empieza en una tierra helada y la constante solar se incrementa lentamente (hacia una época de mayor actividad solar), la temperatura media aumenta lo que implica que algunos paralelos se deshielan, incrementando la energía absorbido lo que produce un aumento de la temperatura hasta $T_0 = 250K$ y aunque siga siendo inferior a 260K, está lo suficientemente cerca como para que un pequeño aumento de energía solar, le permite superar la de formación del hielo y toda la Tierra estará deshelada (curva roja en el gráfico).

Pero si la constante solar empieza a descender lentamente desde el valor a partir del cual se ha helado el sistema tiene "memoria" y para volver a la tierra helada no basta con volver a la constante solar para la cual se tenía la transición Tierra helada-deshelada. Los paralelos seguirán deshelados excepto los polares y la temperatura ha de descender hasta T_c donde todos los paralelos están por debajo de 260K, en consecuencia helados y se produce una rápida transición al estado helado.



Figura 19: Comportamiento de histéresis en el EBM1D con feedback albedo-hielo.

5. Conclusiones

En este trabajo se han estudiado y programado los modelos climáticos basados en la conservación global de la energía para estudiar el efecto del hombre en el clima. Debido al enfoque muy conceptual y altamente parametrizado de los EBMs. Los resultados son sólo de relevancia cualitativa, además de las simplificaciones realizadas en las ecuaciones, también la implementación de los métodos numéricos puede causar algunas inexactitudes. Los EBMs proporcionan una introducción sencilla a los principales principios físicos del clima global, habiendo demostrado su utilidad en algunas aplicaciones, especialmente en aquellas que implican los campos a gran escala (temperatura y componentes energéticas globales)

Por supuesto, estos modelos tienen una serie de limitaciones que hay que reconocer. Se trata de modelos de equilibrio térmico, no proporcionan vientos y que no incluyen la dinámica oceánica más allá del simple modelo de difusión. Los efectos de las nubes se tratan sólo a través de los coeficientes macroscópicos A, B y m, y se ignoran procesos múltiples como la retroalimentación de las nubes, además la retroalimentación del vapor de agua se incluye empíricamente en el coeficiente de amortiguación B.

El objetivo principal del trabajo era estudiar la influencia del ser humano en el clima, aunque desde un punto de vista muy sencillo se ha podido estudiar como los cambios en las emisiones de gases de efecto invernadero y los cambios en los uso del suelo introducidos por el hombre son capaces de producir las variaciones de temperatura que se están padeciendo en la actualidad y se seguirán acuciando a no ser que se tomen acciones para disminuir las consecuencias. En el contexto de las previsiones más optimistas (RCP3PD) si se actúa se puede reducir el aumento de la temperatura a "solo" medio grado de la temperatura actual.

También se ha podido discutir la principal aplicación de los EBM que es el modelado de las eras glaciales y las variaciones de los parámetros orbitales, llegando a la conclusión que la Tierra a lo largo de su historia ha sufrido grandes periodos de glaciación seguidos de deshielos debido a las variaciones de la radiación solar incidente, pero no reflejan ni justifican los argumentos que relacionan estas variaciones con los cambios en el clima que se observan actualmente y se pueden explicar mejor con los cambios por el ser humano analizados con los modelos EBM0D y EBM1D.

Referencias

- Berger, A. y M.F. Loutre (1991). «Insolation values for the climate of the last 10 million years». En: Quaternary Science Reviews 10.4, págs. 297-317. ISSN: 0277-3791. DOI: https://doi.org/ 10.1016/0277-3791(91)90033-Q. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/ pii/027737919190033Q.
- Betts, R. A. (2000). Offset of the potential carbon sink from boreal forestation by decreases in surface albedo.
- Budyko, M. I. (ene. de 1969). «The effect of solar radiation variations on the climate of the Earth». En: *Tellus* 21.5, págs. 611-619. DOI: 10.3402/tellusa.v21i5.10109. URL: https://doi.org/ 10.3402/tellusa.v21i5.10109.
- Climate Change, Intergovernmental Panel on (2014). «Information from Paleoclimate Archives». En: Climate Change 2013 – The Physical Science Basis: Working Group I Contribution to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Cambridge University Press, págs. 383-464. DOI: 10.1017/CB09781107415324.013.
- Goldewijk (jun. de 2001). «Estimating Global Land Use Change over the Past 300 Years: The HYDE Database». En: *Global Biogeochemical Cycles* 15, págs. 417-433. DOI: 10.1029/1999GB001232.
- Hansen, J. E. y col. (oct. de 1998). «Climate forcings in the Industrial era». En: Proceedings of the National Academy of Sciences 95.22, págs. 12753-12758. DOI: 10.1073/pnas.95.22.12753. URL: https://doi.org/10.1073/pnas.95.22.12753.
- IPCC (dic. de 2018). «Summary for Policymakers. In: Global warming of 1.5°C. An IPCC Special Report». En:
- Kiehl, J. T. y Kevin E. Trenberth (1997). «Earth's Annual Global Mean Energy Budget». En: Bulletin of the American Meteorological Society 78.2, págs. 197-208. DOI: 10.1175/1520-

0477(1997)078<0197:EAGMEB>2.0.CO;2. URL: https://journals.ametsoc.org/view/ journals/bams/78/2/1520-0477_1997_078_0197_eagmeb_2_0_co_2.xml.

- Meinshausen, Malte y col. (ago. de 2011). «The RCP greenhouse gas concentrations and their extensions from 1765 to 2300». En: *Climatic Change* 109.1-2, págs. 213-241. DOI: 10.1007/s10584-011-0156-z. URL: https://doi.org/10.1007/s10584-011-0156-z.
- Myhre y Myhre (2003). «Uncertainties in Radiative Forcing due to Surface Albedo Changes Caused by Land-Use Changes». En: Journal of Climate 16.10, págs. 1511-1524. DOI: 10.1175/1520-0442(2003)016<1511:UIRFDT>2.0.CO;2. URL: https://journals.ametsoc.org/view/ journals/clim/16/10/1520-0442_2003_016_1511_uirfdt_2.0.co_2.xml.
- NOAA (2020). Global Climate Report. URL: https://www.ncdc.noaa.gov/sotc/global/202013. (visitado 30-09-2010).
- North (nov. de 1975). «Theory of Energy-Balance Climate Models». En: Journal of the Atmospheric Sciences 32.11, págs. 2033-2043. DOI: 10.1175/1520-0469(1975)032<2033:toebcm>2.0.co;2. URL: https://doi.org/10.1175/1520-0469(1975)032%3C2033:toebcm%3E2.0.co;2.
- North, G. R. (1988). «Lessons from Energy Balance Models». En: Physically-Based Modelling and Simulation of Climate and Climatic Change. Springer Netherlands, págs. 627-651. DOI: 10. 1007/978-94-009-3043-8_1. URL: https://doi.org/10.1007/978-94-009-3043-8_1.
- North, Gerald y Coakley (ago. de 1979). «Differences between Seasonal and Mean Annual Energy Balance Model Calculations of Climate and Climate Sensitivity». En: *Journal of the Atmospheric Sciences* 36. DOI: 10.1175/1520-0469(1979)036<1189:DBSAMA>2.0.C0;2.
- North, Gerald, David Short y J. Mengel (sep. de 1983). «Simple energy balance model resolving the seasons and the continents: Application to the astronomical theory of the ice ages». En: *Journal of Geophysical Research* 88. DOI: 10.1029/JC088iC11p06576.
- Pachauri, Rajendra K y col. (2014). Climate change 2014: synthesis report. Contribution of Working Groups I, II and III to the fifth assessment report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Ipcc.
- Ramaswamy Schimel, David y col. (ene. de 2002). «Radiative forcing of climate change». En: Radiative Forcing of Climate Change.
- Sellers, William D. (jun. de 1969). «A Global Climatic Model Based on the Energy Balance of the Earth-Atmosphere System». En: *Journal of Applied Meteorology* 8.3, págs. 392-400. DOI: 10.1175/1520-0450(1969)008<0392:agcmbo>2.0.co;2. URL: https://doi.org/10.1175/ 1520-0450(1969)008%3C0392:agcmbo%3E2.0.co;2.
- Wilson y Sellers. (1985). «A global archive of land cover and soils data for use in general circulation climate models». En: Journal of Climatology 5.2, págs. 119-143. DOI: https://doi.org/10. 1002/joc.3370050202. eprint: https://rmets.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10. 1002/joc.3370050202. URL: https://rmets.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/ joc.3370050202.

A. Códigos

Todos los códigos desarrollados y usados durante este trabajo están disponibles y organizados en el siguiente enlace: https://drive.google.com/drive/folders/1W3heCwOcjA-E_tjTgjkLfGHbLPLcGHmz? usp=sharing