



**Universitat**  
de les Illes Balears

## **TREBALL DE FI DE MÀSTER**

# **MATEMÀTIQUES A PARTIR DE LA FOTOGRAFIA. PROPOSTA I ANÀLISI D'ACTIVITATS**

**Caterina Alba Beltran Gomila**

**Màster Universitari de Formació del Professorat**

**Especialitat de Matemàtiques**

**Centre d'Estudis de Postgrau**

**Any Acadèmic 2020-21**

# **MATEMÀTIQUES A PARTIR DE LA FOTOGRAFIA. PROPOSTA I ANÀLISI D'ACTIVITATS**

**Caterina Alba Beltran Gomila**

**Treball de Fi de Màster**

**Centre d'Estudis de Postgrau**

**Universitat de les Illes Balears**

**Any Acadèmic 2020-21**

Paraules clau del treball:

fotografia, ABP, matemàtiques, activitats competencials, contextos

*Nom Tutor del Treball: Daniel Ruiz Aguilera*

## Resum

En el present treball s'ha pretès analitzar com la fotografia és un material contextualitzat vàlid per desenvolupar activitats competencials de matemàtiques a l'educació secundària obligatòria.

En la primera part s'ha estudiat la situació actual de les experiències didàctiques que fan ús de la fotografia dins l'àmbit matemàtic. Aquest ha estat el marc teòric que ha permès establir uns criteris per configurar i avaluar la proposta didàctica que s'ha presentat.

En la segona part s'ha descrit la proposta didàctica en forma d'activitats que cobreixen continguts de cada un dels blocs del currículum de secundària. S'ha realitzat un recull d'activitats, detallades amb guies pel professorat i per l'alumnat, que puguin ser útils en un futur. De cada activitat s'ha realitzat una observació i una valoració didàctica.

El resultat d'aquest treball ha estat una proposta educativa que analitza un recurs contextualitzat per treballar matemàtiques dins les aules de secundària.

# Índex

1.	Introducció .....	6
2.	Justificació i objectius del treball .....	7
3.	Estat de la qüestió.....	8
3.1.	La contextualització .....	8
3.2.	Les fotografies a l'aula de matemàtiques .....	10
3.3.	Les fotografies i l'aprenentatge basat en problemes.....	12
3.4.	Experiències d'aula vigents amb fotografies .....	16
4.	Proposta educativa .....	16
4.1	Consideracions .....	17
4.2	Desenvolupament i anàlisi de la proposta .....	22
4.2.1	Bloc 1: Processos, mètodes i actituds en matemàtiques .....	22
4.2.2	Bloc 2: Nombres i àlgebra .....	22
4.2.3	Bloc 3: Geometria .....	34
4.2.4	Bloc 4: Funcions.....	42
4.2.5	Bloc 5: Estadística i probabilitat.....	49
5.	Conclusions.....	55
6.	Referències bibliogràfiques .....	57
	Annexos.....	60
1.	Secció "Recorda" de l'activitat "Planteja un problema!" .....	60
2.	Rúbrica de coavaluació grupal de l'activitat "Planteja un problema!" .	62
3.	Diana de coavaluació grupal de l'activitat "Planteja un problema!" ....	63
4.	Secció "Recorda" de l'activitat "Aproximem funcions!" .....	64
5.	Plantilla de GeoGebra per l'activitat "Aproximem funcions!" .....	66

6. Rúbrica d'autoavaluació de l'activitat "Aproximem funcions!" ..... 66
7. Secció "Recorda" de l'activitat "Quantes persones es manifestaven?"  
67

# 1. Introducció

Els mitjans audiovisuals de comunicació han anat provocant grans canvis a la societat, en general, i en particular a l'alumnat en la percepció i en els processos mentals degut al pas que s'ha fet d'una cultura escrita a una cultura audiovisual.

Com que l'educació no pot estar aliena dels canvis de la societat, també s'han vist canvis dins de les aules. La imatge és un element de comunicació de primer ordre. A través d'aquest element es pot donar lloc a un intercanvi d'informació important entre el professorat, l'alumnat i la comunitat educativa. Un dels exemples en són els concursos de fotografia matemàtica.

Fa més d'una dècada que continua la popularitat dels concursos de fotografia matemàtica organitzats per associacions de professors de Matemàtica. El nostre entorn està ple de formes geomètriques, de corbes, d'objectes i llocs amb suggeriments matemàtics. Només cal posar una mirada matemàtica que els descobreixi i els capturi. Les exposicions d'aquestes fotografies han permès fer lluir els coneixements matemàtics dels alumnes. Aquest tipus d'exposicions han provocat reflexions i simpatia cap a les matemàtiques.

Un dels objectius actuals a les aules de matemàtiques és fer que l'alumnat sigui capaç de vincular o emprar allò que han après amb activitats de la seva vida quotidiana. Perque aquest objectiu es pugui assolir s'han d'afrontar certs reptes o dificultats. Un dels principals és la rapidesa en que canvia el món que ens envolta, especialment a nivell tecnològic i de comunicació. Un segon és aconseguir un canvi de metodologia a les aules de matemàtiques cap a una filosofia matemàtica realista. L'aprendre per aprendre no estimula de la mateixa que aprendre coneixent els objectius concrets dels nous coneixements.

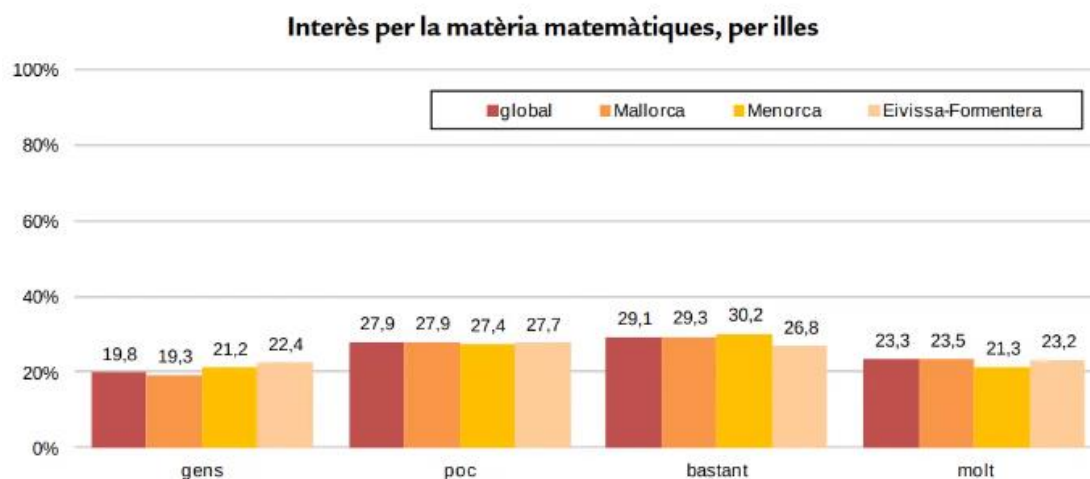
Partint d'aquestes premisses, en aquest treball es remarca la importància de les imatges, en particular de les fotografies matemàtiques, per l'adquisició de varis conceptes de matemàtiques a l'educació secundària obligatòria de manera contextualitzada. Per a tal fi, es donaran una sèrie de propostes educatives que

treugin profit didàctic a aquest recurs que són les fotografies en el context tecnològic en què vivim.

## 2. Justificació i objectius del treball

Segons el darrer informe d'avaluació de diagnòstic que ha publicat l'Institut d'Avaluació de Qualitat del Sistema Educatiu (IAQSE, 2018) una segona part de l'alumnat de 2n d'ESO de les Illes Balears mostra manca d'interès per la matèria de matemàtiques (veieu la Figura 1).

Figura 1. Distribució de l'interès per les matemàtiques de l'alumnat de 2n d'ESO de 2016-2017 a les Illes Balears (IAQSE, 2018).



Amb la finalitat de fer que això canviï, els docents es veuen amb la necessitat de canviar la dinàmica de les classes i d'emprar recursos diferents. Com diu A. Muedra (Muedra Jornet, 2012), si amb tot això s'aconsegueix fer que les classes resultin més atractives i que s'obtinguin millors resultats s'haurà assolit un dels principals objectius de l'ensenyament: l'interès per allò que s'aprèn. Un recurs que pot servir per fer un treball matemàtic diferent al que es fa habitualment a les aules són les fotografies.

Les investigacions i experiències de E. González (González Prieto, 1997), A. Bueno (Bueno Jiménez & Monteliva Sánchez, 1993) i de M. Barrantes (Barrantes



López, Caracterización de La Enseñanza-Aprendizaje de La Geometría En Primaria y Secundaria, 2003) mostren com la utilització de les imatges pot fer que l'alumnat aprengui una major quantitat de continguts de forma significativa.

Per això, la principal motivació d'aquest treball és mostrar com les fotografies poden ser un recurs vàlid per contextualitzar les matemàtiques a les classes d'educació secundària.

Els objectius que es plantegen amb aquest treball són els següents:

- Fer una recerca i anàlisi bibliogràfica de recursos didàctics que facin ús de la fotografia a la matèria de matemàtiques.
- Elaborar un recull d'activitats amb fotografies que sigui d'utilitat pel professorat i per l'alumnat. Proposar una fitxa didàctica o guió pel professorat i una fitxa o enunciat per l'alumnat per cada activitat a l'aula de matemàtiques.
- Fer una anàlisi de les activitats recopilades en funció de diferents aspectes a partir d'uns criteris prefixats.

### **3. Estat de la qüestió**

Tal i com hem esmentat en els objectius en aquest treball presentarem una recerca sobre l'ús de la fotografia en la didàctica de les matemàtiques. Tractarem, per una part, la importància de la contextualització a les classes de matemàtiques i, per una altra part, sobre metodologies que inclouen l'ús de les imatges i, de les experiències que es realitzen actualment amb aquestes metodologies.

#### **3.1. La contextualització**

Si es mira l'evolució dels successius currículums de matemàtiques de l'ensenyament obligatori de les Illes Balears es pot comprovar com han anat

canviant els objectius de l'ensenyament, partint de coneixements més memorístics arribant fins a reclamar que se'n faci un aprenentatge més profund que permeti l'aplicació de les matemàtiques a la realitat quotidiana.

L'actual currículum de l'ESO de les Illes Balears (BOIB núm. 73, de 16 de maig de 2015) definit amb el marc legal del Decret 34/2015, el qual es basa amb el desplegament de la Llei orgànica 8/2013 ('LOMCE', BOE núm. 295, de 10 de desembre), es basa en vuit competències clau que ha de desenvolupar tot l'alumnat. Una competència és defineix com la capacitat de posar en pràctica de manera integrada i ordenada els coneixements, les habilitats i les actituds necessàries per interpretar de forma crítica i adaptar-se a la diversitat de contextos i situacions que planteja la societat actual. En concret, la competència matemàtica ha de permetre aplicar el coneixement i raonament matemàtic a fi de produir la informació necessària per resoldre problemes quotidians.

Com s'ha esmentat a la introducció, el corrent d'educació matemàtica que més defensa aquesta competència és l'anomenada matemàtica realista. Aquesta filosofia d'ensenyament considera les matemàtiques com una activitat humana de cercar y resoldre problemes de la realitat, on l'alumnat passa per diferents etapes de comprensió, seguint l'anomenat procés de matematització progressiva. El realisme planteja que l'aprenentatge a partir de l'experiència és un procés natural que permet desenvolupar l'autoregulació.

Si algun alumne pregunta "per a què serveix això?" o si li se li pregunta "què estàs fent?" i la resposta és "exercicis de matemàtiques" és senyal de que no està aprenent de manera conscient. Per treballar correctament les competències els alumnes han de saber què fan i per a què ho fan. Com diu M. Planella i altres professors (Panella, Vilches, Font, Grau, & Gorriç, 2017) això només es pot aconseguir si se li demana a l'alumnat que desenvolupi un procés creatiu amb un objectiu final molt proper a la realitat (context) i amb el que sigui necessari l'aprenentatge dels elements curriculars fonamentals. El professor ha de saber desenvolupar activitats atractives per l'alumnat fent matemàtiques actives i motivadores per l'alumnat.

Amb tot això, es pot considerar que la fotografia combina molt bé els aspectes educatius amb els estètics, i a la vegada els relaciona amb la vida quotidiana. Després del que s'ha vist, la relació entre la fotografia i les matemàtiques es veu reforçada. En particular conceptes de geometria, la proporcionalitat, la perspectiva, la projecció, entre d'altres es poden expressar a partir d'imatges estàtiques.

### **3.2. Les fotografies a l'aula de matemàtiques**

Tal i com s'ha comentat a l'apartat anterior, les imatges i els materials concrets són necessaris per construir els conceptes i les relacions matemàtiques que ens permetran expressar idees i raonaments per plantejar i resoldre problemes vinculats a la realitat. Des d'aquest punt de partida es pot anar treballant l'abstracció substituint progressivament aquests recursos per representacions simbòliques.

Referint-nos a les fotografies com a recurs, cal diferenciar-les dels vídeos, els quals podrien ser una alternativa audiovisual molt atractiva. Com explica Roser (R. Codina et al, 2014), el vídeo, caracteritzat per la rapidesa en que es presenten les accions, no resulta tan adient com la fotografia per representar els moments clau d'un procés. Per exemple, una seqüència de fotografies pot mostrar els moments de canvi més rellevants de la representació d'una transformació d'un cub en un altre poliedre. Un vídeo, en canvi, no requereix escollir i, per tant, tampoc justificar els moments clau de la representació.

Així doncs, la fotografia ens pot ser de molta utilitat per relacionar els conceptes menys abstractes amb els conceptes més simbòlics. Per una banda, ens permet capturar un moment de la realitat i observar-lo detingudament. A partir d'aquesta fotografia els aprenents poden anar més enllà i pensar en el context i el sentit que pot tenir la fotografia. Per altra banda, ens serveix per il·lustrar la relació entre un concepte matemàtic i un significat específic que el relaciona amb el context.

Un exemple del primer cas que esmenta Roser (Codina R. et al, 2014) el podem pensar amb una fotografia d'un estoig de sis ous, on en falten dos. Ens permet plantejar preguntes com "quants ous falten per completar l'estoig?", "de quantes maneres podríem col·locar els quatre ous que hi ha?", etc.. Però, a més a més, ens permeten fer qüestions sobre aspectes que no apareixen però si que estan relacionades amb el seu context més global (venda d'ous), que també es pot explotar, com amb la pregunta "quants estoigs ens caldrien per a 7 dotzenes d'ous?".

Quant a les fotografies que representen un concepte matemàtic, aquestes poden tenir diferents formes de ser enteses, com comenta Roser (Codina R. et al, 2014), poden tenir diferents significats. Per exemple, la operació "restar", segons el context, es pot entendre com separar, afegir per completar, etc. Cada significat diferent correspon a una situació diferent i s'han d'aprofitar per connectar amb el concepte "restar".

L'aprenentatge pot sorgir també prèviament a tenir una fotografia feta. Poden ser els mateixos alumnes qui realitzin la fotografia. Per convertir aquesta idea en una activitat didàctica, primer cal delimitar el fil conductor de la proposta. Com proposa Evaristo (E. González, 1997) és convenient definir un tòpic general que faci de guia a l'activitat. Els tòpics obliguen a l'alumnat a treballar aspectes concrets del medi físic que es vagi a visitar amb la idea de posar a l'alumne davant d'una situació problemàtica. Amb aquesta modalitat es pretén fer veure a l'aprenent com les matemàtiques estan en el nostre entorn natural, social, escolar i familiar. A més, amb aquesta modalitat s'aconsegueix fomentar la visió crítica de la realitat des del punt de vista matemàtic.

Així doncs, les fotografies permeten transformar l'alumnat en descobridors de conceptes matemàtics de la realitat, en transmissors d'aquests conceptes a través d'imatges reals i també en intèrprets crítics de qualsevol contingut matemàtic que pugui donar-se en situacions quotidianes o, inclús, més abstractes.

No cal oblidar la importància del paper del professorat per garantir l'èxit d'aquests plantejaments. El professorat pot emprar les imatges d'una forma didàctica, com s'ha comentat prèviament, o bé com instrument de consulta. En el primer cas, requerirà la preparació i el disseny, a priori, per aconseguir que l'alumnat pugui arribar on es pretén i no es perdi en continguts, activitats o divagacions que no són l'objectiu de l'aprenentatge o de la competència d'interès. Per aquest motiu, els professors han de planificar les imatges que s'empraran, la seva finalitat, els moments en que s'empraran i com avaluaran l'eficàcia d'aquest recurs.

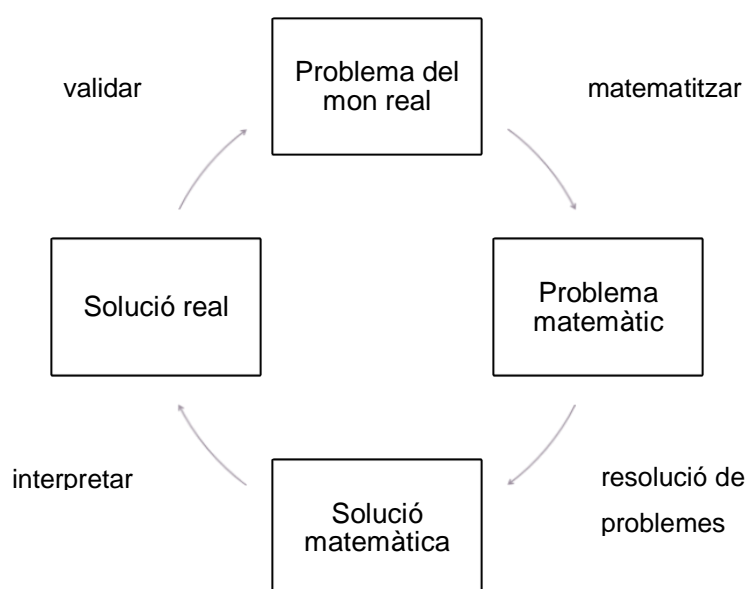
Les imatges es poden obtenir de fonts d'imatges d'internet, de concursos de fotografia que fan associacions de professors de matemàtiques, arxius personals o generar-les expressament. Avui en dia és molt fàcil tenir una càmera a l'aula (telèfons, tauletes, càmeres de videoconferència...). Roser (Codina R. et al, 2014) comenta que en la seva experiència ha pogut veure que els alumnes tendeixen a construir els seus propis escenaris. La qual cosa és molt profitosa ja que la discussió que implica fer la definició del que es vol capturar és molt productiva en coneixement matemàtic d'alt nivell.

### **3.3. Les fotografies i l'aprenentatge basat en problemes**

Segons Dale H. Shunk (Schunk, 1995), els alumnes aprenen més si són ells mateixos qui construeixen el seu propi procés d'aprenentatge (amb la manipulació i la interacció social) i no de manera passiva com s'ha fet amb les metodologies més tradicionals.

L'aprenentatge basat en problemes (ABP, vist també amb les sigles anglosaxones PBL, *Problem Based Learning*) és una de les formes que té l'aprenentatge actiu que encaixa dins una metodologia realista. Mitjançant aquesta metodologia didàctica es treballa l'adquisició de nous coneixements i es desenvolupen habilitats, actituds i competències a partir d'un problema de la vida real, el qual no sempre tindrà una solució exacta. És doncs un procés de descobriment guiat que parteix d'un cas, amb el qual l'alumnat ha de sentir que té el repte de trobar una solució. Això implica crear situacions problemàtiques i fomentar espais d'estructuració i "matematització" d'aquests, tal i com es pot veure representat en la Figura 2 reproduint la proposta de PISA (INECSE, 2003).

Figura 2. Cicle de matematzació de problemes segons la proposta PISA (INECSE, 2003).



Els beneficis de l'aprenentatge basat en problemes són múltiples:

- Incentivar la curiositat per les matemàtiques.
- Promoure en l'alumnat la responsabilitat del seu propi aprenentatge.
- Treballar a l'aula situacions semblants al món real.

- Construir aprenentatge a llarg termini.
- Involucrar a l'alumnat en un repte amb iniciativa i motivació.
- Estimular el desenvolupament del sentit de col·laboració quan es resolen en equip.
- Desenvolupar habilitats que esdevindran competències.

Es pot dir que resoldre problemes és un procés complex, però té més dificultat proposar-ne. Provocar que els alumnes es plantegin preguntes, amb les quals cal usar les matemàtiques per respondre-les, és clau. Una bona eina que permet fer-ho són les fotografies de situacions reals.

Amb aquesta combinació de metodologia (ABP) i recursos (fotografies) el professor estatunidenc Dan Meyer (Àmbit matemàtic C\*, 2020) va elaborar la proposta dels "Problemes en tres actes". Aquesta proposta consisteix en dividir una tasca en tres moments o actes:

- a) Un primer acte on es presenta una situació oberta que sorprengui i estimuli els alumnes, amb imatges o vídeos, sobre la qual poden sorgir preguntes. Abans d'avançar a la resolució del problema plantejat cal fer una discussió conjunta amb el grup classe sobre les preguntes que tenen i quines són més interessants de resoldre. També és un bon punt per plantejar que facin estimacions abans de calcular la solució.
- b) Un segon acte on s'executaria el procés de matematització esmentat abans, on serà necessari cercar informació o dades, per donar resposta a la pregunta. La discussió de les idees serà profitosa quan els alumnes no es preocupin d'errar i veuen la necessitat de justificar les seves intuïcions, afirmacions o estratègies.
- c) Un tercer acte on es presenta la solució, es comprova i es proposen noves preguntes. Un cop resoltes les qüestions caldrà justificar com han usat la imatge per arribar a les solucions. En aquest punt sempre pot ser interessant

comparar els resultats obtinguts amb els resultats reals i veure o recordar el concepte de l'aproximació, que tant es dona a la vida quotidiana.

En aquestes activitats les fotografies són un estímul visual atractiu. L'estructura d'aquestes en tres parts pot ajudar a mantenir l'interès dels alumnes mentre han hagut de conjecturar, fer recerca, estimar, raonar, calcular, errar, etc. El paper del professor dins d'aquestes metodologies és de guia que ha de saber motivar a l'alumnat.

Una altra forma d'emprar les fotografies com a recurs dins d'una metodologia ABP, pot ser l'activitat on el propi alumne ha de plantejar un problema a partir d'una fotografia que ell mateix realitzi. Amb aquest plantejament l'alumnat haurà d'utilitzar tots els coneixements matemàtics que tingui i, a més, també podrà expressar les seves nocions sobre la bellesa i l'art de manera transversal.

Realitzar una fotografia matemàtica, pot suposar per l'alumnat un problema, sense una solució ni una estratègia evident. A l'hora de capturar una imatge matemàtica, l'alumnat es troba en la situació que ha de tenir en compte tot el seu coneixement matemàtic més immediat i d'altres matèries com el medi natural i social, l'art, les tècniques fotogràfiques, etc. per construir una estratègia concreta que condueixi a una solució. L'alumnat ha de poder explorar l'entorn i ha de saber relacionar la geometria d'aquest amb altres àrees per aconseguir il·lustrar un problema amb una imatge estàtica.

Així com comenta M. Barrantes (Barrantes López, et al., 2015) la realització de fotografies desenvolupa la capacitat d'observar, analitzar i sintetitzar de l'alumnat, fomentant la seva percepció matemàtica de la vida quotidiana, a més també desenvolupa una altra forma d'expressió, com és la fotografia la qual no es contempla en el currículum educatiu actual.



### **3.4. Experiències d'aula vigents amb fotografies**

Són varies les experiències que es realitzen actualment que fan ús de la fotografia en la metodologia didàctica de les matemàtiques. Així com s'ha comentat en el punt anterior, un referent actual en la metodologia ABP n'és Dan Meyer amb la proposta dels "Problemes en tres actes". Dins d'aquesta línia també trobem més alternatives, com la de l'estatunidenc Andrew Stadel, el qual ha compartit a través de la plana web "Estimation 180" (Stadel, 2012) una col·lecció de reptes per treballar l'estimació a partir de seqüències de fotografies. La majoria d'aquests reptes es poden abordar amb el mètode dels "Problemes en tres actes" que planteja Dan Meyer.

Uns altres referents en l'ús de la fotografia són el grup català de Fotografia Matemàtica de l'ABEAM (Associació de Barcelona per a l'estudi i l'aprenentatge de les Matemàtiques), els quals organitzen els concursos anuals de Fotografia Matemàtica de Catalunya. Empren la fotografia com una eina per interessar els alumnes en aprofundir en les matemàtiques i relacionar-les amb aspectes de la vida quotidiana. Aquest grup, a més a més, elabora guions de recursos didàctics amb contingut matemàtic a partir de les fotografies premiades, les quals comparteixen a la seva plana web (ABEAM, 2000).

## **4. Proposta educativa**

Un cop analitzada la fotografia com a recurs educatiu i haver recopilat un conjunt d'activitats que en fan ús d'ella es procedeix a presentar i analitzar una proposta didàctica aplicable per a cada un dels blocs de continguts que contempla el currículum educatiu de matemàtiques de l'educació secundària a les Illes Balears, vigent a l'actualitat.

La proposta que es presenta a continuació s'ha dissenyat amb l'objectiu de ser d'utilitat tant pel professorat, ja que es detallen i s'analitzen els continguts i els aspectes didàctics de cada activitat, com per l'alumnat. Totes aquestes activitats

s'han plantejat amb la pretensió de millorar el procés d'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques i la percepció que tenen d'aquesta matèria.

## **4.1 Consideracions**

En aquest apartat es mostren diferents activitats de cada un dels blocs del currículum, les quals empren la fotografia com a nexa d'unió entre la realitat i les matemàtiques. Per a cada bloc s'ha elaborat una fitxa didàctica d'una activitat pel professorat i una fitxa amb l'enunciat d'aquesta activitat per l'alumnat. A més a més, també s'ha realitzat una valoració didàctica de cada activitat.

La majoria de les activitats seleccionades són una recopilació dels recursos didàctics que s'han explicat a l'apartat d'experiències actuals amb fotografies del marc teòric. Altres activitats que també s'han elaborat s'han basat en la metodologia d'aprenentatge basada en problemes, també esmentada en el marc teòric.

Així, amb aquest treball es pretén mostrar i analitzar una activitat que cobreixi certa part dels continguts de cada un dels blocs del currículum. Entre totes les activitats s'han cobert tots els nivells de secundària, la qual cosa ha servit per exemplificar que es poden emprar fotografies per treballar continguts de diferents complexitats.

Per tant, a cada proposta es presentarà una fitxa dirigida a l'alumnat, una altra fitxa dirigida al professorat i una anàlisi de l'activitat que permeti avaluar-la a nivell educatiu.

La fitxa dirigida a l'alumnat consta de les següents indicacions:

1. Enunciat. Guió que podrà seguir l'alumnat per desenvolupar l'activitat que partirà d'una o varies fotografies.
2. Més a més. Preguntes per aprofundir amb els continguts que s'han treballat amb l'activitat que es podran realitzar un cop s'hagi finalitzat l'activitat.

3. Recorda. Resum dels continguts que es treballen amb l'activitat. Aquest resum es disposaria un cop hagin realitzat les activitats, per a que puguin autoavaluar-se. Per motius d'espai, a totes les activitats s'ha ubicat aquesta secció en els annexos, exceptuant la primera.

La fitxa dirigida al professorat consta de les següents parts:

1. Títol i breu descripció de l'activitat.
2. Nivell al qual va dirigida l'activitat. Algunes activitats podran ser aplicades a més d'un nivell.
3. Continguts matemàtics que comprèn l'activitat.
4. Objectius.
5. Temporització de la proposta.
6. Consideracions que s'han tingut en compte per atendre a la diversitat. Per motius d'espai només s'hi ha aprofundit amb més detall a la primera activitat.
7. Temes transversals que es tracten amb l'activitat.
8. Tècnica d'avaluació proposta per l'activitat. Per motius d'espai només s'hi ha aprofundit amb més detall a la primera activitat.
9. Font d'on s'ha extret la proposta.

Quant a l'anàlisi didàctica, aquesta consta dels següents apartats de cada activitat:

1. Observacions. Es comenten les consideracions que s'han de tenir en compte o els punts febles detectats de l'activitat.

2. Assoliment dels criteris didàctics. S'ha avaluat el nivell d'assoliment de certs criteris didàctics, que es recullen a la Taula 1. Aquests engloben l'avaluació del següents aspectes:

- a. Permeten contextualitzar l'ensenyament de les matemàtiques a secundària.
- b. Treballen totes les competències clau (Ordre ECD/65, 2015).
- c. Atenen a la diversitat, tenint en compte els principis DUA<sup>1</sup> (XTEC, 2015).

Taula 1. Rúbrica per a l'anàlisi didàctica de les activitats proposades.

<b>Criteri</b>	<b>Nivell 0 (assoliment nul)</b>	<b>Nivell 1 (assoliment satisfactori)</b>	<b>Nivell 2 (assoliment notable)</b>	<b>Nivell 3 (assoliment excel·lent)</b>
<b>Inclusivitat</b>	No es possibilita el treball dels alumnes amb diferents interessos i nivells de desenvolupament ni s'afavoreix la cooperació entre l'alumnat.	Possibilita el treball dels alumnes amb diferents interessos i nivells de desenvolupament o afavoreix la cooperació entre l'alumnat.	Possibilita el treball dels alumnes amb diferents interessos i nivells de desenvolupament. Afavoreix la cooperació entre l'alumnat.	Possibilita el treball dels alumnes amb diferents interessos i nivells de desenvolupament. Afavoreix la cooperació entre l'alumnat. Té en compte la Zona de Desenvolupament Pròxim de cada alumna/e.
<b>Contextualització</b>	Els continguts treballats no es relacionen amb fets reals o problemes quotidians ni treballa continguts d'altres àmbits.	Els continguts treballats es relacionen amb fets reals ( o problemes quotidians) o treballa continguts d'altres àmbits.	Els continguts treballats es relacionen amb fets reals o problemes quotidians. Treballa continguts d'altres àmbits.	Els continguts treballats es relacionen amb fets reals o problemes quotidians. Treballa continguts d'altres àmbits. Es planteja un problema amb una solució no exacta.

---

<sup>1</sup> Disseny Universal per a l'Aprenentatge

<b>Criteri</b>	<b>Nivell 0 (assoliment nul)</b>	<b>Nivell 1 (assoliment satisfactori)</b>	<b>Nivell 2 (assoliment notable)</b>	<b>Nivell 3 (assoliment excel·lent)</b>
<b>Aprofundiment dels continguts</b>	La tasca no suposa fer nous aprenentatges ni facilita la relació de coneixements de diferents àrees o matèries.	La tasca suposa aplicar coneixements adquirits o facilita la relació de coneixements de diferents àrees o matèries.	La tasca suposa aplicar coneixements adquirits i fer nous aprenentatges. La tasca facilita la relació de coneixements de diferents àrees o matèries.	La tasca suposa aplicar coneixements adquirits i fer nous aprenentatges. La tasca facilita la relació de coneixements de diferents àrees o matèries. Es fomenta la reflexió.
<b>Competència matemàtica</b>	La tasca no permet aplicar els principis i processos matemàtics en diferents contextos ni permet interpretar i reflexionar sobre els resultats matemàtics.	La tasca permet aplicar els principis i processos matemàtics en diferents contextos o permet interpretar i reflexionar sobre els resultats matemàtics.	La tasca permet aplicar els principis i processos matemàtics en diferents contextos. Permet interpretar i reflexionar sobre els resultats matemàtics.	La tasca permet aplicar els principis i processos matemàtics en diferents contextos. Permet interpretar i reflexionar sobre els resultats matemàtics, així com analitzar gràfiques i representacions.
<b>Competència d'aprendre a aprendre</b>	No es comparteixen els criteris d'avaluació amb l'alumnat.	Es comparteixen els objectius d'aprenentatge i els criteris d'avaluació amb l'alumnat.	Es comparteixen els objectius d'aprenentatge i s'estableixen els criteris d'avaluació amb l'alumnat. Es preveuen estratègies per ajudar l'alumnat a identificar el què ha après.	Es comparteixen els objectius d'aprenentatge i s'estableixen els criteris d'avaluació amb l'alumnat. Es preveuen estratègies per ajudar l'alumnat a identificar el què ha après i per comprendre les raons de les seves dificultats. Es preveuen espais de coavaluació o de posada en comú dels aprenentatges entre l'alumnat.
<b>Competència d'iniciativa i esperit emprenedor</b>	La tasca no permet generar noves idees sobre els problemes plantejats ni proposa ningun repte.	La tasca permet generar noves idees sobre els problemes plantejats o es proposa un repte.	La tasca permet generar noves idees sobre els problemes plantejats. Es proposa un repte que resoldran de manera individual.	La tasca permet generar noves idees sobre els problemes plantejats. Es proposa un repte, en el qual s'ha de dissenyar un pla de treball on hagi de col·laborar amb els altres.

<b>Criteri</b>	<b>Nivell 0 (assoliment nul)</b>	<b>Nivell 1 (assoliment satisfactori)</b>	<b>Nivell 2 (assoliment notable)</b>	<b>Nivell 3 (assoliment excel·lent)</b>
<b>Competència en ciència i tecnologia</b>	No s'han d'emprar i manipular eines tecnològiques ni s'han d'emprar dades i processos científics.	S'han d'emprar i manipular eines tecnològiques o s'han d'emprar dades i processos científics.	S'han d'emprar i manipular eines tecnològiques i s'han d'emprar dades i processos científics.	S'han d'emprar i manipular eines tecnològiques i s'han d'emprar dades i processos científics. També s'han de prendre decisions basades en proves i processos científics.
<b>Competència lingüística</b>	La tasca no fomenta l'expressió oral i escrita ni la comprensió lectora.	La tasca fomenta l'expressió de forma oral i escrita així com la comprensió lectora.	La tasca fomenta l'expressió de forma oral i escrita així com la comprensió lectora. Fa ús de la veu, dels gestos, del contacte visual o de postures.	La tasca fomenta l'expressió de forma oral i escrita així com la comprensió lectora. Fa ús de la veu, dels gestos, del contacte visual o de postures. S'ha de poder discriminar la informació rellevant del problema.
<b>Competència social i cívica</b>	Ni es complementa el treball individual amb el col·lectiu ni es fomenta el diàleg i la capacitat d'interpretar i valorar la informació i la realitat.	Es complementa el treball individual amb el col·lectiu o es fomenta el diàleg i la capacitat d'interpretar i valorar la informació i la realitat.	Es complementa el treball individual amb el col·lectiu. Es fomenta el diàleg i la capacitat d'interpretar i valorar la informació i la realitat.	Es complementa el treball individual amb el col·lectiu. Es fomenta el diàleg i la capacitat d'interpretar i valorar críticament la informació i la realitat, així com argumentar els judicis propis.
<b>Competència de consciència i expressions culturals</b>	La tasca no estimula la creativitat ni permet valorar la llibertat d'expressió.	La tasca estimula la creativitat o permet valorar la llibertat d'expressió.	La tasca estimula la creativitat així com valorar la llibertat d'expressió.	La tasca estimula la creativitat així com valorar la llibertat d'expressió i la diversitat cultural.

## **4.2 Desenvolupament i anàlisi de la proposta**

### **4.2.1 Bloc 1: Processos, mètodes i actituds en matemàtiques**

El primer bloc del currículum es treballa de manera transversal a totes les activitats que s'han proposat de cada un dels altres blocs. Segons el currículum educatiu vigent, aquest bloc engloba la resolució de problemes i de projectes d'investigació, les actituds necessàries per desenvolupar el treball científic i la utilització de mitjans tecnològics.

### **4.2.2 Bloc 2: Nombres i àlgebra**

El segon bloc del currículum, "Nombres i àlgebra", es pot tractar a través de fotografies, especialment l'estimació i la comprensió de les magnituds o la necessitat d'establir unitats en el procés de mesurar.

És molt important el paper que constitueix la mesura, la qual permet desenvolupar gran part dels continguts tant d'aquest bloc com del bloc de geometria. L'activitat proposada en aquest bloc té l'objectiu d'estimar mesures de longitud d'objectes que estan fotografiats en un context real.

L'activitat que es presenta per aquest bloc mostra la manera com pot incidir la fotografia per treballar la capacitat estimativa de mesures de longitud i el domini de les unitats de mesura.

## Activitat 1: Proposa la unitat!

### BLOC 2. Proposa la unitat!

### Fitxa per a l'alumnat

#### Enunciat

En aquesta unitat estudiarem la longitud i les diferents formes amb les quals podem quantificar aquesta magnitud a través de l'estimació.

Donades les següents fotografies, estima a cada una d'elles la longitud de l'objecte marcat en color vermell. Quines passes has seguit per donar aquest resultat?

Quina és la unitat més idònia per mesurar l'objecte? Per què?

Fotografia 1



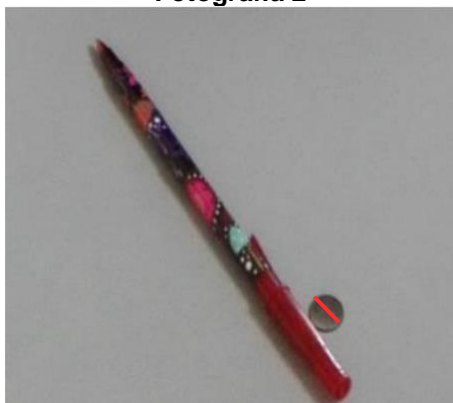
Estimació: \_\_\_\_\_

Passes seguides:

Unitat idònia: \_\_\_\_\_

Justificació:

Fotografia 2



Estimació: \_\_\_\_\_

Passes seguides:

Unitat idònia: \_\_\_\_\_

Justificació:



Fotografia 3



Estimació: \_\_\_\_\_

Passes seguides: \_\_\_\_\_

Unitat idònia: \_\_\_\_\_

Justificació: \_\_\_\_\_

Fotografia 4



Estimació: \_\_\_\_\_

Passes seguides: \_\_\_\_\_

Unitat idònia: \_\_\_\_\_

Justificació: \_\_\_\_\_

Fotografia 5



Estimació: \_\_\_\_\_

Passes seguides: \_\_\_\_\_

Unitat idònia: \_\_\_\_\_

Justificació: \_\_\_\_\_

Fotografia 6



Estimació: \_\_\_\_\_

Passes seguides: \_\_\_\_\_

Unitat idònia: \_\_\_\_\_

Justificació: \_\_\_\_\_

Fotografia 7



Estimació: \_\_\_\_\_

Passes seguides: \_\_\_\_\_

Unitat idònia: \_\_\_\_\_

Justificació: \_\_\_\_\_

### Més a més

Especifica en cada cas si la unitat que empraries es tracta d'un múltiple o d'un submúltiple del metre i converteix la estimació que has realitzat en metres, en cada cas.

- Fotografia 1: \_\_\_\_\_. Estimació: \_\_\_\_\_ m.
- Fotografia 2: \_\_\_\_\_. Estimació: \_\_\_\_\_ m.
- Fotografia 3: \_\_\_\_\_. Estimació: \_\_\_\_\_ m.
- Fotografia 4: \_\_\_\_\_. Estimació: \_\_\_\_\_ m.

- Fotografia 5: \_\_\_\_\_. Estimació: \_\_\_\_\_ m.
- Fotografia 6: \_\_\_\_\_. Estimació: \_\_\_\_\_ m.
- Fotografia 7: \_\_\_\_\_. Estimació: \_\_\_\_\_ m.

Com ho faries per poder comparar la longitud de tots els objectes anteriors?  
Explica-ho i ordena'ls de menor a major.

### Problema extra!

Na Maria, na Mercè, na Cati i n'Estefania estan corrent una cursa de cros.



Na Maria ja ha recorregut 1 km 560 m.

Na Cati va 1 hm per darrere i 300 m per davant de n'Estefania.

Na Mercè va 45 dam davant de n'Estefania.

Font:

<https://images.app.goo.gl/kXsSx4NamYdx86DP7>

1. Indica quin és el recorregut correcte que ha fet na Maria.

- 660 dam       1560 m       1560 dam       1 km 56 hm

2. Indica quin és el recorregut correcte que ha fet na Mercè.

- 1 km 600 m       610 dam       1610 m       1605 m

3. Indica quin és el recorregut correcte que ha fet na Cati.

- 1 km 640 m       460 dam       1460 dam       1460 m

4. Indica quin és el recorregut correcte que ha fet n'Estefania.

- 1 km 16 dam       1 km 1 hm 6 m       160 dam       1450 m

5. Ordena les corredores segons l'ordre en el que van.

## Recorda

Les magnituds i unitats de mesura estan presents en la nostra vida quotidiana. Una **magnitud** és una característica que pot ser mesurada i expressada numèricament. Aquesta es mesura comparant-la amb una altra quantitat fixa denominada unitat de mesura que ha de ser coneguda per tots els membres de la comunitat.

La **longitud** és una magnitud que mesura la distància entre dos punts. El metre és la unitat de mesura principal de la longitud i el designem amb la lletra **m**. Per fer-nos una idea de quina longitud és un metre ho pots esbrinar amb una cinta mètrica. La definició exacta del metre és la següent:



*“Un metre és la longitud del trajecte recorregut en el buit per la llum durant un temps de 1/299 792 458 de segon.”*

Font:  
<https://images.app.goo.gl/8QaE6gLT8iKPC>  
ZEdA

El metre es la unitat bàsica del **Sistema Mètric Decimal** (SMD), el qual és un sistema de mesura **decimal** perquè per passar d'una unitat a l'altra cal multiplicar per una **potència de 10**. Els múltiples i submúltiples de la unitat principal s'anomenen afegint prefixos (quilò, hectò, decà....). Per mesurar longituds grans, s'empren unitats majors que el metre, és a dir els múltiples. Per mesurar longituds petites s'empren unitats menors que el metre, és a dir els submúltiples.

### Relacions d'equivalència dels múltiples del metre

km	1000 m
hm	100 m
dam	10 m

### Relacions d'equivalència dels submúltiples del metre

dm	0,1 m
cm	0,01 m
mm	0,001 m

Per exemple, si volem convertir una unitat a una altra, pot ser útil emprar una taula com la següent, on cada columna indica la posició decimal (quan ens desplacem a una columna cap a la dreta anem a una unitat menor, aquesta val 10 vegades més que el valor de la unitat de l'esquerra):

Múltiples			Unitat	Submúltiples		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		2	0	0	0	0

*En aquest cas podem veure que 2 dam equivalen a 20 m, a 200 dm, a 2000 cm, a 20000 mm i també a 0,02 km i a 0,2 hm.*

El valor de diverses magnituds seran **comparables** si les expressem en la mateixa unitat de mesura.

## BLOC 2. Proposa la unitat!

## Fitxa per al professorat

### Descripció

Es tracta d'aprofundir sobre les unitats de longitud a partir d'un exercici d'estimació d'objectes fotografiats. Aquesta activitat tant es pot realitzar de manera individual com per parelles.

En una primera part es proposa fer una estimació de la longitud d'un objecte fotografiat en un context real. També hauran d'indicar quina seria la unitat de mesura més idònia per quantificar el que mesura. Tot això acompanyat d'una justificació.

L'activitat continua en una segona part, amb uns exercicis més sistemàtics, on hauran de discriminar si la unitat emprada per cada fotografia es tracta d'un múltiple o d'un submúltiple de la unitat principal. També n'hauran de fer la

conversió a metres, quan calgui. Finalment s'acaba l'activitat amb un exercici menys sistemàtic, on han d'ordenar els objectes explicant els criteris o les passes que han seguit amb l'objectiu que surti de manera natural el procediment per comparar diferents valors de magnituds.

### **Nivell**

☞ 1r o 2n d'ESO

### **Continguts**

- Mesura i magnitud. Les unitats de longitud i les seves relacions (múltiples i submúltiples).
- Canvi d'unitats de longitud.

### **Objectius**

- Conèixer les unitats de longitud del SMD i aplicar-les com recursos per a analitzar, interpretar i representar l'entorn:
  - o Triar, en cada cas, la unitat adequada a la quantitat que es mesurarà.
  - o Conèixer les equivalències entre els diferents múltiples i submúltiples del metre.
  - o Canviar d'unitat quantitats de longitud.
- Valorar la importància de la mesura tant en la vida quotidiana com en l'àmbit científic, i aplicar procediments per obtenir mesures de manera directa o indirecta i fer estimacions en diferents contextos.
- Entendre la importància d'expressar les mesures en funció de patrons adequats i universals.

### **Temporització**

El temps estimat per desenvolupar aquesta activitat és de 2 sessions o 2 hores. A la primera sessió es podran realitzar les activitats i a la segona sessió es pot realitzar l'avaluació.

### **Atenció a la diversitat**

Per ajudar a orientar-se amb les estimacions, es proposa complementar aquesta activitat amb materials manipulables, que permetin fer-se la idea del que realment mesuren els múltiples i submúltiples del metre que puguin cabre a dins d'una aula. Aquests instruments poden ser: regles regulats, una cinta mètrica o un peu de rei.

L'activitat s'ha plantejat de manera que cap alumne es senti exclòs, però és possible que alguns alumnes realitzin l'activitat amb més rapidesa i sense gran dificultat i, en canvi d'altres necessitin recordar alguns dels continguts tractats. Per això es recomana treballar-la en parelles heterogènies i en els casos que faci falta el professorat els facilitarà el material de reforç per recordar els continguts (veure la secció "Recorda" de la fitxa per a l'alumnat).

En el cas d'haver-hi alumnat d'altres capacitats o si alguns alumnes acaben abans que la resta se'ls plantejarà una nova activitat més complexa per aprofundir els continguts. Aquesta consisteix en resoldre un problema on hauran de fer càlculs entre unitats de diferents escales, es troba en el requadre titulat "Problema extra!" de la secció "Més a més" de la fitxa per a l'alumnat. Es recomana que la creació d'un formulari digital per respondre les preguntes del problema, a fi de que l'alumnat puguin veure els encerts de manera automàtica quan acabin de respondre.

D'aquesta manera, tot l'alumnat podrà arribar a entendre els continguts i a assolir els objectius.

### **Temes transversals**

A través de les fotografies emprades es poden tractar infinits temes transversals. En aquest cas, es dona joc a tractar temes arquitectònics pel fet d'haver d'estimar longituds de gratacels comparades amb altres edificis, així com la de parcel·les de cases.



### Avaluació

Un cop finalitzada l'activitat es podrà realitzar l'avaluació del procés d'ensenyament-aprenentatge tenint dues finalitats: fent que sigui formadora per l'alumnat i formativa pel professorat. Per una banda, es proposa realitzar una coavaluació per parelles amb l'ajuda de la secció "Recorda" (veure la secció "Recorda" del guió per a l'alumnat), la qual s'entregarà a l'inici de l'avaluació. Els criteris s'hauran decidit i pactat amb el grup ajudats pel professor. Cada alumne serà avaluat per un company que emplenarà una graella que contempli els criteris pactats (veure la Taula 2). Cada criteri s'avaluarà com a "bé" (B), "regular" (R) o "malament" (M) i s'afegiran els aspectes a millorar que li proposin els companys. Per a que el professorat pugui realitzar una avaluació formativa, cada alumne/a haurà d'incorporar a la seva carpeta d'aprenentatge individual aquesta activitat acompanyada d'una reflexió personal del que ha après. Així es podrà recollir l'aprenentatge que hagi assolit sobre aquests temes, conjuntament amb la resta d'activitats que s'hagin recollit al quadern. La revisió d'aquest quadern s'hauria de fer amb una certa freqüència abans d'arribar al final de cada etapa d'avaluació escolar, per poder reforçar els aprenentatges si calen. És important que aquesta avaluació també tingui una funció reguladora, és a dir que serveixi per poder adaptar el següents processos didàctics. L'avaluació de les evidències recollides d'aquesta carpeta d'aprenentatge per aquesta activitat es basarà amb la mateixa rúbrica que s'ha acordat per fer la coavaluació. A més a més, durant la realització de l'activitat el professorat podrà anotar les observacions que faci sobre el rendiment i l'actitud de l'alumnat.

### Font

Aquesta activitat (juntament amb les imatges que la componen) s'ha extret i adaptat del treball d'investigació "*La estimación en la medida de longitud: la fotografía como herramienta de aprendizaje*" presentat per M.A. Nitola (Nitola Zabala, 2018) a l'Universitat Externado de Colombia. També s'ha extret el



problema dels quaderns virtuals de Sebastià Mora que té publicats a la Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya (XTEC).

Font problema extra: [http://clic.xtec.cat/qv\\_biblio/act.jsp?activity\\_id=25](http://clic.xtec.cat/qv_biblio/act.jsp?activity_id=25)

Taula 2. Rúbrica de coavaluació de l'activitat "Proposa la unitat!" del Bloc 2 (Sanmartí, 2010).

Activitat: Proposa la unitat!				
Nom de l'alumne/a avaluat/da:				
Nom de l'alumne/a que avalua:				
<b>Criteris</b>	<b>B</b>	<b>R</b>	<b>M</b>	<b>Què li recomano per millorar?</b>
1. Reconeix les unitats de longitud del SMD.				
2. Identifica els múltiples del metre.				
3. Identifica els submúltiples del metre.				
4. Reconeix les equivalències entre les unitats del SMD.				
5. Fa estimacions visualitzant longituds de l'entorn amb un marge d'error raonable utilitzant unitats arbitràries com ara l'altura d'una persona.				

## Anàlisi de l'activitat "Proposa la unitat!"

Observacions:

- No es facilita la longitud original dels objectes, la qual cosa impossibilita que es pugui realitzar una comprovació al final de l'activitat.
- A partir d'una fotografia es pot distorsionar la longitud real de diferents objectes que estiguin a diferent distància de l'objectiu de la càmera. Per això, quan s'identifica un objecte de referència a una fotografia per estimar la mesura d'un altre objecte, aplicant proporcionalitat, s'ha d'assumir cert marge d'error.

Nivell d'assoliment dels criteris didàctics:

Taula 3. Anàlisi de l'activitat "Proposa la unitat!" del Bloc 2.

<b>Criteri</b>	<b>Nivell 0 (assoliment nul)</b>	<b>Nivell 1 (assoliment satisfactori)</b>	<b>Nivell 2 (assoliment notable)</b>	<b>Nivell 3 (assoliment excel·lent)</b>
<b>Inclusivitat</b>			●	
<b>Contextualització</b>				●
<b>Aprofundiment dels continguts</b>		●		
<b>Competència matemàtica</b>			●	
<b>Competència d'aprendre a aprendre</b>				●
<b>Competència d'iniciativa i esperit emprenedor</b>		●		
<b>Competència en ciència i tecnologia</b>	●			
<b>Competència lingüística</b>		●		
<b>Competència social i cívica</b>				●
<b>Competència de consciència i expressions culturals</b>		●		

### **4.2.3 Bloc 3: Geometria**

El tercer bloc, “Geometria”, es pot treballar de múltiples maneres a través de les imatges. Amb una fotografia es poden capturar formes i estructures presents en el nostre entorn.

La geometria és molt present en tot el que ens envolta, per tant és molt important saber descriure i analitzar propietats, relacions, així com classificar i raonar sobre formes i estructures geomètriques. L'estudi de la geometria ofereix multitud d'oportunitats per establir relacions amb altres àmbits.

L'activitat proposada per aquest bloc consisteix en un problema contextualitzat, a partir d'una imatge que convida a fer-se una pregunta. Per respondre-la es treballaran continguts propis d'aquest bloc, com identificar figures geomètriques i el càlcul de volums, i també continguts d'altres blocs, com són els factors de conversió, la resolució de problemes i fer conjectures.

## Activitat 2: Planteja un problema!

BLOC 3. Planteja un problema!

Fitxa per a l'alumnat

### Enunciat

#### Acte 1

Observa la següent imatge:



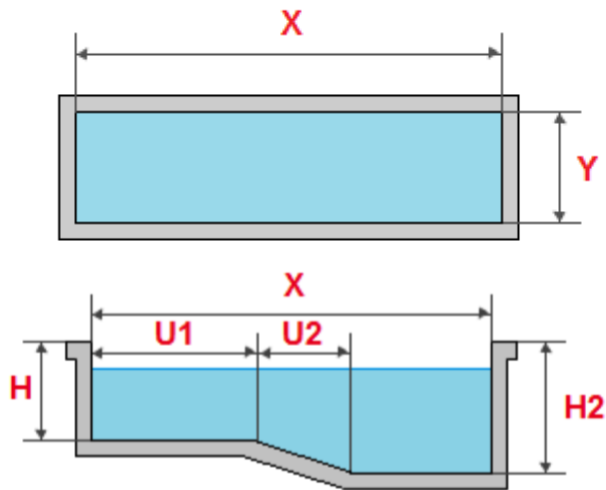
Fonts:

- [https://www.freepik.es/fotos-premium/hombre-mascara-listo-nadar-agua\\_15161814.htm](https://www.freepik.es/fotos-premium/hombre-mascara-listo-nadar-agua_15161814.htm)
- <http://www.reparaciondepiscinas.org/piscinas-privadas.html>

- Quines preguntes et suggereix?  
Podries plantejar un problema matemàtic amb alguna d'elles? Quin?
- Quants de litres hi caben? Si són les 9 del matí, el noi podria fer previsió de prendre un bany avui? Quant trigarà en omplir-se la piscina?
- Fes una estimació per amunt i per avall dels litres que hi caben, sense por!

## Acte 2

És suficient la següent informació per calcular la resposta a les preguntes anteriors? Intenta fer el càlcul més aproximat que puguis i justifica'l.



On:

$$X = 10 \text{ m}, Y = 5 \text{ m},$$

$$H = 1,2 \text{ m}, H2 = 3 \text{ m},$$

$$U1 = 2 \text{ m i } U2 = 6 \text{ m}.$$

Font: <http://www.zhitov.ru/es/pool/>

Amb aquesta mànega es triga 1 minut en omplir un bidó de 55 litres.



Font: <https://www.alamy.com/hose-spraying-water-in-swimming-pool-image272712289.html>

## Acte 3

Amb les dades facilitades a l'acte 2, quines són les teves respostes a les preguntes plantejades en el 1r acte?

La **informació real** és la següent:

La piscina té una capacitat de 95000 litres d'aigua i amb aquesta mànega es va trigar unes 28 hores en omplir-se, per acabar com es veu a la següent imatge:



Font: <http://www.reparaciondepiscinas.org/piscinas-privadas.html>

S'ha desviat molt el valor que has estimat del valor real? Quant? Quin és el percentatge d'error?

### Més a més

- Quant ens costaria?
- Quant trigaria en omplir-se si afegim una altra mànega amb un caudal de 45 litres per minut?
- Quin hauria de ser el caudal de la mànega per poder omplir la piscina abans de les 18.00 si la comencem a omplir a les 00.00?
- Quines altres dimensions podria tenir la piscina mantenint la mateixa capacitat?

A l'apartat 1 dels annexos es troba la secció "Recorda", de la guia per a l'alumnat, que s'entregarà al moment de l'avaluació d'aquesta activitat.

**Descripció**

Es tracta d'un problema de geometria en format de tres actes a partir d'una fotografia. En el primer acte, es planteja que proposin un problema matemàtic a partir de la imatge d'una piscina buida amb una mànega que l'està omplint i a devora la imatge d'un jove que pareix que voldria prendre un bany. Aquesta part es desenvoluparà a nivell de grup-classe amb la finalitat de que surti la pregunta de si el noi es podria banyar el mateix dia que es comenci a omplir la piscina. A continuació, es proposa que es realitzi una estimació a l'alça de quants de litres hi podria cabre a la piscina, també amb tot el grup.

En el segon acte, es facilita la informació que necessiten per poder respondre a la pregunta plantejada. Aquesta part tant es pot realitzar individualment com de manera grupal, però es recomana realitzar-la en grups heterogenis de màxim 4 alumnes, per afavorir la participació i la reflexió de l'alumnat.

En el tercer acte, es presenten les solucions i es podran comprovar amb els valors reals. També es recomana fer en grups.

Finalment, es proposa aprofundir una mica més en els mateixos continguts a partir d'aquest mateix problema canviant el plantejament i certs paràmetres inicials.

**Nivell**

☞ 2n o 3r d'ESO

**Continguts**

- Càlcul d'àrees i perímetres de figures planes. Càlcul d'àrees per descomposició en figures simples.
- Propietats, regularitats i relacions dels políedres. Càlcul de longituds, superfícies i volums del món físic.

- Resolució de problemes de la realitat mitjançant el càlcul d'àrees i volums de cossos geomètrics, fent servir els llenguatges geomètric i algebraic adequats.
- Geometria de l'espai: políedres. Àrees i volums.
- Factors de conversió. Canvi d'unitats de diferents magnituds.

### **Objectius**

- Identificar situacions problemàtiques de la realitat, susceptibles de contenir problemes d'interès.
- Utilitzar processos de raonament i estratègies de resolució de problemes, fent els càlculs necessaris i comprovant les solucions obtingudes.
- Interpretar la solució matemàtica del problema en el context de la realitat.
- Reconèixer, descriure i analitzar figures i cossos geomètrics, identificar les que són presents en l'entorn i emprar les seves propietats i relacions per interpretar millor aquest entorn i resoldre problemes.

### **Temporització**

El temps estimat per desenvolupar aquesta activitat és d'una sessió. Tant en resoldre el problema com en realitzar l'avaluació.

### **Atenció a la diversitat**

S'ha plantejat de manera que cap alumne es senti exclòs, mitjançant agrupaments heterogenis. D'aquesta manera, tant treballant en grup com amb la coavaluació que es realitzarà al final, tot l'alumnat podrà arribar a entendre els continguts i a assolir els objectius amb l'ajuda dels seus companys.

### **Temes transversals**

Es presenten connexions evidents amb l'entorn. En moltes situacions de la vida quotidiana i especialment en l'arquitectura, els prismes hi són presents.



Són molt habituals les situacions i els problemes que utilitzen les propietats geomètriques per a la seva resolució.

### **Avaluació**

Un cop finalitzada l'activitat, es proposa realitzar una coavaluació dels grups amb l'ajuda de la secció "Recorda" (veure l'apartat 1 dels annexos), la qual s'entregarà a l'inici de l'avaluació. Cada alumne avaluarà el treball cooperatiu realitzat del seu grup amb una diana de coavaluació i avaluarà el treball realitzat d'un altre grup amb una rúbrica (veure els apartats 2 i 0 dels annexos). Els criteris de la rúbrica s'hauran decidit i pactat amb el grup-classe ajudats pel professor. Cada criteri s'avaluarà com a "bé", "regular" o "malament" i s'afegirà els aspectes a millorar que li proposin els companys. Així, cada alumne serà avaluat pels seus companys del grup i cada grup serà avaluat per un altre grup.

### **Font**

Aquesta activitat és d'elaboració pròpia, inspirada en el plantejament de Dan Meyer dels problemes en tres actes, comentat en el marc teòric d'aquest treball.

## Anàlisi de l'activitat "Planteja un problema!"

Observacions:

- En funció de com s'arribi a flexibilitzar l'activitat i de com sigui guiada, aquesta es podria allargar.
- Cal tenir clars els tres actes per aprofitar la relació entre ells. També és important mantenir l'intriga fins al 3r acte i no revelar informació addicional durant el procés de resolució del problema per a que no es perdi la motivació durant el desenvolupament i perquè la darrera part no perdi el sentit.

Nivell d'assoliment dels criteris didàctics:

Taula 4. Anàlisi de l'activitat "Planteja un problema!" del Bloc 3.

<b>Criteri</b>	<b>Nivell 0 (assoliment nul)</b>	<b>Nivell 1 (assoliment satisfactori)</b>	<b>Nivell 2 (assoliment notable)</b>	<b>Nivell 3 (assoliment excel·lent)</b>
<b>Inclusivitat</b>			●	
<b>Contextualització</b>				●
<b>Aprofundiment dels continguts</b>				●
<b>Competència matemàtica</b>				●
<b>Competència d'aprendre a aprendre</b>			●	
<b>Competència d'iniciativa i esperit emprenedor</b>				●
<b>Competència en ciència i tecnologia</b>		●		
<b>Competència lingüística</b>				●
<b>Competència social i cívica</b>				●
<b>Competència de consciència i expressions culturals</b>			●	

#### 4.2.4 Bloc 4: Funcions

El quart bloc del currículum de secundària, “Funcions”<sup>2</sup>, és de vital importància per descriure, interpretar i predir fenòmens de tots els àmbits. Per això, cal saber estudiar les relacions entre variables i la seva representació. Per tant, és molt important que els alumnes siguin capaços d’identificar les característiques de certs tipus de funcions per modelitzar situacions reals.

Aquests aspectes també es poden tractar mitjançant imatges. Es pot capturar la representació d’una funció a través de siluetes d’objectes fotografiats. Per exemple, la paràbola és una corba molt present en el nostre entorn.

L’activitat proposada en aquest bloc anima a que alumnat jugui a esbrinar funcions que s’ajustin a les imatges que es presenten, amb ajuda de GeoGebra. A més a més, també es planteja fer ús de la creativitat i que siguin els propis alumnes qui busquin una corba i n’hi facin una fotografia. Així es treballaran continguts propis d’aquest bloc, com són les funcions quadràtiques, i també continguts d’altres blocs, com la utilització de mitjans tecnològics.

---

<sup>2</sup> El bloc quart, “Funcions”, del currículum de secundària es correspon al tercer bloc, “Anàlisi”, del currículum de Batxillerat.

### Activitat 3: Aproximem funcions!

#### BLOC 4. Aproximem funcions!

#### Fitxa per a l'alumnat

##### Enunciat

A continuació, veurem unes quantes fotografies que han guanyat el concurs de fotografia matemàtica d'alguns alumnes d'ESO. Què tenen en comú? Fixa't-hi bé i intenta esbrinar quins conceptes matemàtics han capturat.

Observa la següent fotografia que ha fet n'Inès Jordán Marqués i intenta descriure quina forma s'ha capturat. Existeix alguna funció que ens permetés descriure la forma que es veu representada? Quin tipus de funció és?



Font:

<https://fotografiamatematica.cat/ax%c2%b2-rx-c-arc/>

Determina la funció que més s'aproximi a aquesta gràfica amb l'ajuda de GeoGebra. Amb aquesta calculadora gràfica podràs posar la imatge de fons i anar modulant els diferents paràmetres de l'equació.

Fes el mateix amb aquestes altres fotografies que feren Galve Martínez i Dimas Valdés, respectivament:



Font:

<https://fotografiamatematica.cat/y-x%c2%b2-2/>



Font:

<https://fotografiamatematica.cat/hiperbola-lluminosa/>

En aquesta altra imatge feta per Lluís Montell es poden identificar dues funcions. Quines poden ser?



Font:

<https://fotografiamatematica.cat/wp-content/uploads/2016/10/02-funcinons-pertot-arreu.jpeg>

Troba una funció que s'aproximi al màxim a aquestes dues equacions amb l'ajuda de GeoGebra. Amb aquesta calculadora gràfica podràs posar la imatge de fons i anar modulant els diferents paràmetres de les equacions.

### Més a més

Escull una de les dues opcions:

- a) Fes una fotografia en la qual es pugui veure representat el gràfic d'una de les següents funcions i posa-li un bon títol:

Paràbola 1	$y = \pm \frac{1}{6}x^2$ ; $y = \pm \frac{1}{6}(x + k)^2$ ; $y = \pm \frac{1}{6}(x - k)^2$
Paràbola 2	$y = \pm \frac{1}{2}x^2$ ; $y = \pm \frac{1}{2}(x + k)^2$ ; $y = \pm \frac{1}{2}(x - k)^2$
Paràbola 3	$y = \pm \frac{6}{5}x^2$ ; $y = \pm \frac{6}{5}(x + k)^2$ ; $y = \pm \frac{6}{5}(x - k)^2$
Paràbola 4	$y = \pm 2x^2$ ; $y = \pm 2(x + k)^2$ ; $y = \pm 2(x - k)^2$

- b) Busca una paràbola i fes-li una foto. Pensa quina equació pot ser i posa-li un bon títol.

A l'apartat 4 dels annexos es troba la secció "Recorda", de la guia per a l'alumnat, que s'entregarà al moment de l'avaluació d'aquesta activitat.

#### BLOC 4. Aproximem funcions!

#### Fitxa per al professorat

##### Descripció

L'activitat consisteix en trobar una funció que s'aproximi al màxim a les corbes que capturen unes imatges amb l'ajuda de GeoGebra. Addicionalment, es proposa aprofundir una mica més en els mateixos continguts i anima als alumnes a capturar una funció específica amb una fotografia. Amb l'ús de GeoGebra per afegir la imatge i modular els diferents paràmetres de les funcions es podran aprendre molts de conceptes en relació a les paràboles. Per exemple, fer que una gràfica talli a determinats punts, entendre quins paràmetres permeten desplaçar la gràfica, quin paràmetre permet dilatar o contreure la corba. Per realitzar aquesta activitat es necessitarà disposar d'un

ordinador amb accés a GeoGebra (web o instal·lat) per cada alumne o parella d'alumnes.

### **Nivell**

☞ 3r o 4t d'ESO

### **Continguts**

- Funcions quadràtiques. Representació gràfica. Utilització per representar situacions de la vida quotidiana.
- Utilització de mitjans tecnològics en el procés d'aprenentatge per elaborar i crear representacions gràfiques.

### **Objectius**

- Calcular els elements característics d'una funció polinòmica de grau dos i representar-la gràficament.
- Reconèixer situacions de relació funcional que necessiten ser descrites mitjançant funcions quadràtiques i calcular-ne els paràmetres i les característiques.
- Emprar mitjans tecnològics per fer representacions gràfiques de funcions amb expressions algebraiques complexes i extreure'n informació qualitativa i quantitativa.
- Recrear entorns i objectes geomètrics amb eines tecnològiques interactives per mostrar, analitzar i comprendre propietats geomètriques.

### **Temporització**

El temps estimat per desenvolupar aquesta activitat és d'una sessió per la primera part i d'una altra sessió per abordar l'apartat "Més a més".

### **Atenció a la diversitat**

Aquesta activitat està adreçada a tot l'alumnat. Es pot dur a terme deixant que sigui l'alumnat qui experimenti amb l'applet i a partir d'aquesta experimentació

dedueixin el paper que juguen els coeficients a l'hora de definir la forma d'una funció quadràtica. Per a que no tinguin dificultats per manejar l'applet se'ls pot facilitar una plantilla que contengui la funció d'una paràbola (de la forma  $y = a(x - m)^2 + n$ ) que hagin de modificar fins adaptar-la a les corbes que han de reproduir (veure l'apartat 5 dels annexos).

### **Temes transversals**

La connexió d'aquesta activitat amb altres matèries resulta molt limitada, donat que es tracta de conceptes específicament de representació gràfica. Connecta principalment amb l'àrea de tecnologia.

### **Avaluació**

Aquesta activitat serà avaluada de forma individual, de manera que els mateixos alumnes s'hauran de valorar l'aprenentatge que han realitzat a partir d'una rúbrica (veure l'apartat 6 dels annexos) i disposant de la informació que es facilitarà (veure la secció "Recorda" de l'apartat 4 dels annexos) a l'hora d'avaluar-se. Això forma part del treball d'autoregulació que el professorat podrà contrastar amb les observacions que n'hagi realitzat.

### **Font**

Tant l'activitat com les fotografies que s'han emprat s'han obtingut i adaptat del repositori de recursos didàctics que té publicat el grup català de Fotografia Matemàtica de l'ABEAM a la seva plana web<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> <https://fotografiamatematica.cat>



## Anàlisi de l'activitat "Aproximem funcions!"

Observacions:

- Cal remarcar que per fer aquesta activitat els paràmetres que determinen la posició de la paràbola a les coordenades cartesianes es podria passar per alt, depenent d'on es col·loqui la fotografia en els eixos a GeoGebra. Per això, caldrà assegurar que es doni lloc a què es preguntin com modificar els paràmetres per desplaçar les paràboles, sense desplaçar manualment les imatges.

Nivell d'assoliment dels criteris didàctics:

Taula 5. Anàlisi de l'activitat "Aproximem funcions!" del Bloc 4.

<b>Criteri</b>	<b>Nivell 0 (assoliment nul)</b>	<b>Nivell 1 (assoliment satisfactori)</b>	<b>Nivell 2 (assoliment notable)</b>	<b>Nivell 3 (assoliment excel·lent)</b>
<b>Inclusivitat</b>		●		
<b>Contextualització</b>				●
<b>Aprofundiment dels continguts</b>		●		
<b>Competència matemàtica</b>				●
<b>Competència d'aprendre a aprendre</b>			●	
<b>Competència d'iniciativa i esperit emprenedor</b>			●	
<b>Competència en ciència i tecnologia</b>				●
<b>Competència lingüística</b>		●		
<b>Competència social i cívica</b>		●		
<b>Competència de consciència i expressions culturals</b>		●		

#### **4.2.5 Bloc 5: Estadística i probabilitat**

Pel cinquè bloc del currículum de secundària es planteja una activitat d'estadística, amb la qual es treballen continguts d'inferència i de mostreig. Aquesta part de l'estadística facilita la comprensió de situacions d'incertesa tant presents tant en àmbits quotidians com en l'àmbit d'investigació.

De l'estadística en fan molt d'ús els mitjans de comunicació, de vegades presentant informacions distorsionades. Per això, és de vital importància capacitar l'alumnat per interpretar i saber generar informacions en llenguatge estadístic.

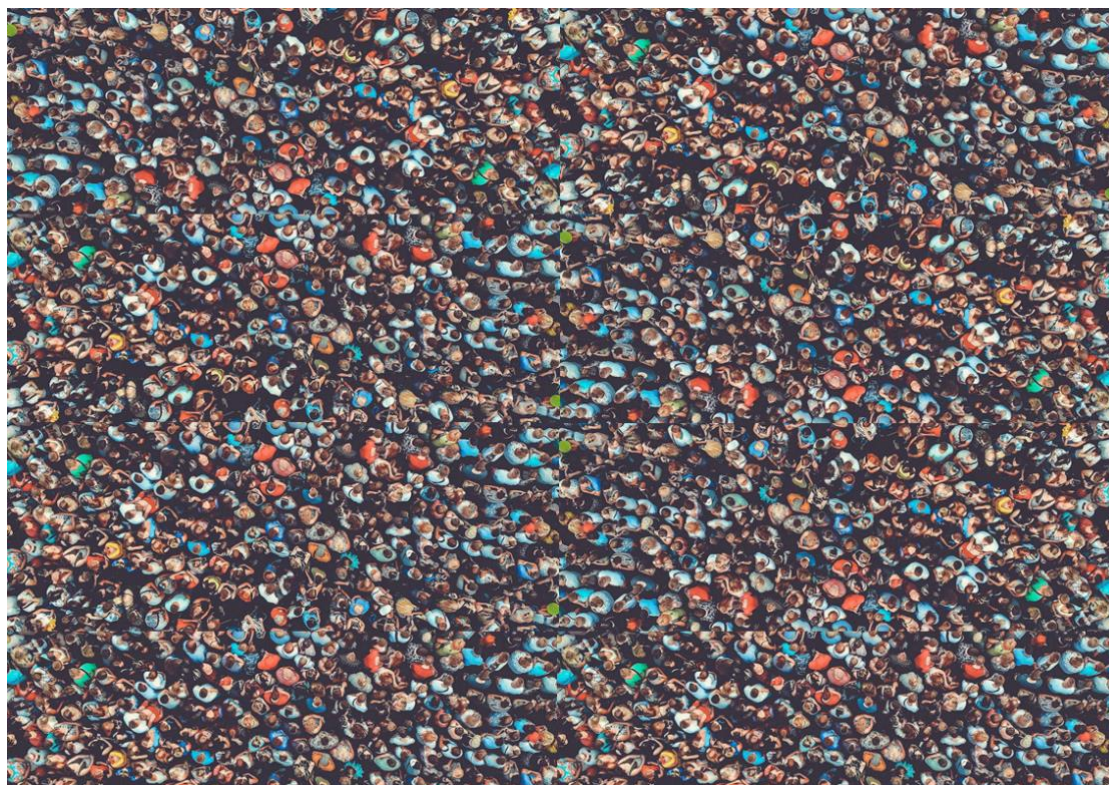
#### Activitat 4: Quantes persones es manifestaven?

BLOC 5. Quantes persones es

Fitxa per a l'alumnat

##### Enunciat

Volem estimar (calcular aproximadament) el nombre de persones que apareixen a la fotografia sobre una manifestació multitudinària.



Font: <https://images.app.goo.gl/vWg6cSy1GcstdbcHA>

1. Com estimaríeu el nombre total de persones que hi ha a la fotografia a partir d'una mostra? Expliqueu breument l'estratègia que seguiríeu.
2. Com obtindríeu el valor d'una mostra amb aquesta fotografia? Quin valor vos dona? Descriviu les característiques d'aquesta mostra (quina àrea de la zona heu emprat, quina proporció representa del total de l'àrea, etc.).

3. Si suposem que les persones estan distribuïdes de manera homogènia en tota la fotografia, calculeu aproximadament el total de persones partint del valor de la vostra mostra.

4. Compareu el vostre resultat amb el que han obtingut altres grups. Són similars o diferents?

### Més a més

El resultat que donareu s'aproximarà més al valor real si augmenteu el nombre de mostres d'igual mida? Per què?

En molts de casos, els mitjans de comunicació solen donar xifres de participació totalment diferents. Per què creieu a que és degut? Com penseu que ho fan? Investigueu quines tècniques podríeu emprar per fer l'estimació estant enmig d'una manifestació.

A l'apartat 7 dels annexos es troba la secció "Recorda", de la guia per a l'alumnat, que s'entregarà al moment de l'avaluació d'aquesta activitat.

## BLOC 5. Quantes persones es manifestaven? Fitxa per al professorat

### Descripció

L'activitat consisteix en proposar el repte de calcular aproximadament el nombre de persones que apareixen fotografiades des de l'aire en una manifestació. És un repte on hauran de fer ús de la inferència i dels conceptes de mostra i població. Pot ser més profitosa si es realitza en grups de no més de 4 persones, per donar lloc al debat i en aprofundir amb les preguntes i en les justificacions.

### Nivell

☞ 4t d'ESO o Batxillerat

### Continguts

- Fases i tasques d'un estudi estadístic. Població i mostra. Variables estadístiques: qualitatives, discretes i contínues.
- Mètodes de selecció d'una mostra estadística. Representativitat d'una mostra. El concepte d'inferència.
- Experiències aleatòries. Esdeveniments i espai mostral.
- Ús del vocabulari adequat per descriure i quantificar situacions relacionades amb l'atzar i l'estadística.
- Mesures de centralització i dispersió: interpretació, anàlisi i utilització.
- Càlcul d'àrees en figures planes.
- Raó i proporció. Magnituds directament proporcionals.

### **Objectius**

- Fer servir un vocabulari adequat per descriure, quantificar i analitzar situacions relacionades amb l'atzar.
- Valorar la representativitat d'una mostra a través del procediment de selecció, en casos senzills.
- Calcular i interpretar les mesures de posició (mitjana, moda, mediana i quartils) d'una variable estadística per proporcionar un resum de les dades.
- Calcular els paràmetres de dispersió (rang, recorregut interquartílic i desviació típica; càlcul i interpretació) d'una variable estadística (amb calculadora i amb full de càlcul) per comparar la representativitat de la mitjana i descriure les dades.

### **Temporització**

El temps màxim estimat per desenvolupar aquesta activitat és d'una sessió o d'una hora.

### **Atenció a la diversitat**

Aquesta activitat està adreçada a tot l'alumnat. Els agrupaments s'han de distribuir heterogèniament per garantir que tot l'alumnat pugui arribar a entendre els continguts i a assolir els objectius amb l'ajuda dels seus

companys. Les preguntes guiades ajudaran a que l'alumnat amb més necessitats puguin seguir el ritme de l'activitat.

### **Temes transversals**

Es dona lloc a tractar sobre la utilització de tècniques de mostreig i a valorar de manera crítica les informacions que es reben dels mitjans de comunicació.

És una bona activitat per treballar amb coeducació recordant les manifestacions del dia de la dona. També és pot relacionar amb altres àrees com pot ser història recordant esdeveniments polítics i socials històrics importants que hagin ocorregut i que s'hagin desencadenat a partir de manifestacions, com son els moviments obrers.

### **Avaluació**

Es podrà realitzar l'avaluació des de l'observació directa del professorat i aquesta podrà ser contrastada amb les respostes que els grups hauran entregat.

### **Font**

Aquesta proposta està extreta i adaptada del repositori de propostes didàctiques que comparteix la Generalitat de Catalunya a través de la l'espai web ARC (Aplicació de Recursos al Currículum) **(CESIRE)**<sup>4</sup>. En concret es tracta d'un material elaborat per Anton Aubanell<sup>5</sup> i Abraham de la Fuente<sup>6</sup>, dos referents en la didàctica de les Matemàtiques de Catalunya.

---

<sup>4</sup> Centre de Recursos Pedagògics Específics de Suport a la Innovació i la Recerca Educativa.

<sup>5</sup> Anton Aubanell va ser professor de Didàctica de les Matemàtiques a la Universitat de Barcelona i responsable del Creamat, un centre de recursos per ensenyar i aprendre matemàtiques, vinculat a la Generalitat.

<sup>6</sup> Abraham de la Fuente és professor de Didàctica de les Matemàtiques a la Universitat de Barcelona i investigador sobre la formació permanent del professorat de matemàtiques, també és professor de matemàtiques a ESO i Batxillerat a Catalunya.

## Anàlisi de l'activitat "Quantes persones es manifestaven?"

Observacions:

- Cal que tots els grups treballin sobre la mateixa foto per poder comparar els resultats.
- Es pot afegir valor a aquesta proposta fent còpies plastificades de la fotografia. Així aconseguirem que la imatge es pugui manipular amb les mans i que es puguin traçar amb un retolador (no permanent) les àrees o mostres.
- És important que aquesta fotografia representi una densitat bastant homogènia de persones i que estigui presa des de l'aire, sense donar perspectiva, a fi de que tots els quadrants que es puguin fer d'aquesta foto siguin representatives.

Nivell d'assoliment dels criteris didàctics:

Taula 6. Anàlisi de l'activitat "Quantes persones es manifestaven?" del Bloc 5.

<b>Criteri</b>	<b>Nivell 0 (assoliment nul)</b>	<b>Nivell 1 (assoliment satisfactori)</b>	<b>Nivell 2 (assoliment notable)</b>	<b>Nivell 3 (assoliment excel·lent)</b>
<b>Inclusivitat</b>			●	
<b>Contextualització</b>				●
<b>Aprofundiment dels continguts</b>				●
<b>Competència matemàtica</b>				●
<b>Competència d'aprendre a aprendre</b>	●			
<b>Competència d'iniciativa i esperit emprenedor</b>				●
<b>Competència en ciència i tecnologia</b>		●		
<b>Competència lingüística</b>			●	
<b>Competència social i cívica</b>				●
<b>Competència de consciència i expressions culturals</b>		●		

## 5. Conclusions

Un cop realitzat aquest treball s'ha pogut comprovar com s'han complit tots els objectius que es proposaren en un inici. Una vegada establerts els fonaments del treball, s'ha dut a terme una exhaustiva recerca bibliogràfica de recursos didàctics que fan ús de la fotografia, dels quals se n'ha escollit un en representació de cada un dels blocs de continguts del currículum. Posteriorment s'han elaborat unes fitxes didàctiques pel professorat i per l'alumnat per cada activitat de cada bloc. A més a més, de cada activitat també s'ha analitzat el grau d'assoliment dels diferents criteris prefixats per avaluar l'acompliment de les competències clau, el nivell de contextualització i la qualitat de l'atenció a la diversitat. El resultat de l'anàlisi de totes les activitats és molt favorable per acceptar que mitjançant fotografies es poden configurar activitats competencials que permetin atendre a tot l'alumnat.

Una primera conclusió que n'he extret de tot aquest treball és que per obtenir material contextualitzat, de qualitat i que resulti atractiu amb nous recursos s'ha d'invertir molt de temps i dedicació. S'ha d'admetre que el que s'ha plantejat ofereix certes dificultats. Per una banda, cal dir que la major dificultat de recopilar activitats és de trobar-ne que facin ús de la fotografia entre tota l'amplia varietat que hi ha. Però, també cal dir que ha resultat més fàcil recopilar les activitats que la comunitat educativa comparteix i adaptar-les, que no pas dissenyar-les des de zero.

Una altra observació que n'he pogut extreure és que a totes les activitats proposades ha aparegut un mateix concepte, l'estimació o l'aproximació. Precisament, amb aquest treball s'ha mostrat l'avinença que té la fotografia amb aquest aspecte tan present en l'aplicació de les matemàtiques en contextos reals. Seguint amb aquesta línia considero que la fotografia és un material versàtil amb el qual es permet realitzar un treball de reflexió interessant si s'empra en activitats guiades adequadament. La fotografia, vista com una eina, guanya més valor quan es junta amb eines tecnològiques com GeoGebra o fulls



de càlcul, entre d'altres. Aquestes eines permeten donar-li vida a les imatges i esbrinar la matemàtica que hi ha implícita al darrere.

Finalment, es pot concloure que les activitats amb fotografies permeten perdre la visió hermètica d'unes matemàtiques poc útils. Gràcies a aquesta gran font de contextos es poden desenvolupar unes matemàtiques més properes a l'alumnat mentre s'adquireixen les competències bàsiques. De manera indirecta, també contribuiran a millorar la percepció que té l'alumnat de les matemàtiques. S'ha pogut veure com les fotografies emprades com a recurs d'aprenentatge matemàtic contribueixen a connectar les matemàtiques amb la realitat, la qual cosa és essencial per l'assoliment de les competències bàsiques. Tal connexió s'estableix o bé quan s'identifiquen idees matemàtiques a una fotografia o bé al revés, quan es captura una idea matemàtica a través d'una fotografia. En tota situació les fotografies resulten essencials per resoldre problemes en contextos quotidians.

Una limitació que ha tingut aquest treball és de no haver-se pogut posar en pràctica dins d'una aula real, la qual cosa hauria permès aprofundir més en l'anàlisi de la proposta. No obstant això, aquest treball es pot considerar un punt de partida per tot docent que busqui variar els recursos que empra i vulgui garantir certa qualitat en les activitats que vulgui incorporar. Aquestes activitats han estat dissenyades pensant que es puguin aplicar per connectar entre sí els coneixements adquirits i aprofundir-hi, però també es podria fer ús d'elles en altres moments d'aula: per introduir els conceptes que s'hi treballen, per fer-ne un repàs a nivells posteriors, etc..

A mi en particular, fer aquest treball m'ha engrescat a seguir una certa metodologia a l'hora d'avaluar i ajustar noves propostes educatives que la comunitat educativa està compartint.

## 6. Referències bibliogràfiques

Àmbit matemàtic C\*. (22 / 06 / 2020). *Problemes en tres actes*. Consultat el 05 / 2021, a Campanyes Del CESIRE de l'àmbit Matemàtic:  
<https://sites.google.com/xtec.cat/cesire-matematiques-campanyes/dimensi%C3%B3-web/problemes-en-tres-actes>

ABEAM. (2000). *Fotografia Matemàtica*. Consultat el 13 / 06 / 2021, a  
<https://fotografiamatematica.cat/>

Barrantes López, M. (2003). Caracterización de La Enseñanza-Aprendizaje de La Geometría En Primaria y Secundaria. *Campo Abierto: Revista de Educación*(24), 15–36. Recollit de <http://0-search.ebscohost.com/llull.uib.es/login.aspx?direct=true&AuthType=cookie,ip,uid&db=edsdnp&AN=edsdnp.853277ART&lang=es&site=eds-live>

Barrantes López, M., Balletbo Fernández, I., & Fernández Leno, M. (2015). LAS IMÁGENES EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA. *UNIHUMANITAS – Académica y de Investigación*(3), 8-17.

Bueno Jiménez, A., & Monteliva Sánchez, M. (1993). Fotografía y Matemáticas : Una Experiencia En La Axarquía. *Epsilon: Revista de La Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*(27), 63–68. Recollit de <http://0-search.ebscohost.com/llull.uib.es/login.aspx?direct=true&AuthType=cookie,ip,uid&db=edsdnp&AN=edsdnp.166602ART&lang=es&site=eds-live>

CESIRE. (sense data). *Aplicació de Recursos al Currículum*. (G. d. d'Educació, Productor, & CESIRE) Consultat el 02 / 07 / 2021, a  
<https://apliense.xtec.cat/arc/>

- Codina Pascual, R., & Burgués Flamarich, C. (2014). Descubrir i mostrar matemàtiques amb fotografies. 2014-7104. Recollit de <http://0-search.ebscohost.com.llull.uib.es/login.aspx%3fdirect%3dtrue%26AuthType%3dcookie%2cip%2cuid%26db%3dedsrac%26AN%3dedsrac.347787%26lang%3des%26site%3deds-live>
- GOIB. (2015). *Currículum de les Illes Balears*. Consultat el 2021, a [https://intranet.caib.es/sites/curriculum/ca/curraculums\\_educacia/?campa=yes](https://intranet.caib.es/sites/curriculum/ca/curraculums_educacia/?campa=yes)
- González Prieto, E. (1997). Fotografía y matemáticas. *Aula de Innovación Educativa*, 58, 15–19.
- IAQSE. (2018). Avaluació de diagnòstic 2016-2017 Illes Balears. Informe executiu. Conselleria d'Educació, Universitat i Recerca del Govern de les Illes Balears.
- INECSE. (2003). Marcos teóricos de PISA 2003. *OCDE i Ministerio de Educación y Ciencia*.
- Muedra Jornet, A. (2012). Matemáticas de Cine : Actividades de Aula. *Uno: Revista de Didáctica de Las Matemáticas*(60), 48–57. Recollit de <http://0-search.ebscohost.com.llull.uib.es/login.aspx%3fdirect%3dtrue%26AuthType%3dcookie%2cip%2cuid%26db%3dedsdnp%26AN%3dedsdnp.3892992ART%26lang%3des%26site%3deds-live>
- Nitola Zabala, M. A. (03 / 2018). La estimación en la medida de longitud: la fotografía como herramienta de aprendizaje (Trabajo de final de grado). Bogotá, Colombia: Universidad Externado de Colombia. Recollit de <https://bdigital.uexternado.edu.co/handle/001/940>
- Ordre ECD/65. (21 / 01 / 2015). *Orden por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*.

Recollit de BOE núm. 25, de 29 de gener de 2015, pàgines 6986 a 7003:  
<https://www.boe.es/eli/es/o/2015/01/21/ecd65>

Panella, M., Vilches, S., Font, J., Grau, R., & Gorriz, M. (2017). Espai, Context i Creativitat : Aprenentatge de Les Matemàtiques. *Ciències: revista del professorat de ciències de primària i secundària*(33), 42–48.

Sanmartí, N. (2010). Avaluar pre aprendre: l'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Educació. direcció General de l'Educació Bàsica i el Batxillerat.

Schunk, D. (1995). Self-efficacy and education and instruction. A D. Schunk, *The Plenum series in social/clinical psychology*. West Lafayette, Indiana, US: Plenum Press.

Stadel, A. (2012). *Estimation 180*. Consultat el 13 / 06 / 2021, a <https://estimation180.com/>

Tirado Carvajal, B., Gualdrón Pinto, É., & Ávila Zárata, A. (2019). Didactic strategy to strengthen competence in mathematical communication through photography. *Logos, Ciencia & Tecnología*, 2(2), 102-112.

XTEC. (2015). *Disseny Universal per a l'Aprenentatge*. Recollit de XTEC - Xarxa Telemàtica Educativa de Catalunya: <http://xtec.gencat.cat/ca/curriculum/diversitat-i-inclusio/projectes-educatius-inclusius/disseny-universal-per-a-laprenentatge/>

## Annexos

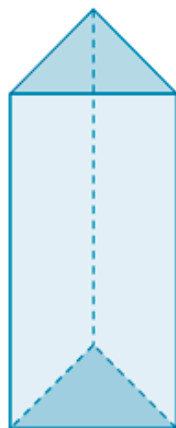
### 1. Secció “Recorda” de l’activitat “Planteja un problema!”

#### Recorda

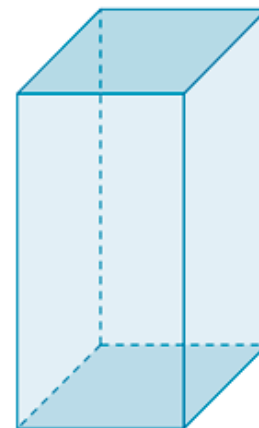
Un **poliedre** és un cos geomètric que té totes les cares en forma de polígons.

Un **prisma** és un poliedre que està limitat superiorment i inferiorment per dos polígons iguals i paral·lels (aquests en són les seves **bases**) i tantes **cares laterals** (que són paral·lelograms) com costats que tenen les bases. Una caixa sabates, el tronc d’un llapis o una goma d’esborrar són exemples de prismes.

Al prisma se li anomena segons el polígon de la seva base. Si la base és un triangle, parlem d’un **prisma triangular**, si és un quadrilàter parlem de **prisma quadrangular**, si és un rombe, **prisma ròmbic** i quan la base és un hexàgon, parlem de **prisma hexagonal**.



Prisma triangular



Prisma quadrangular

Font:

<https://images.app.goo.gl/tCd5LG23sPk3zfFFA>

El volum d’un cos geomètric

representa el que ocupa a l’espai. El **volum d’un prisma** és el producte de l’àrea de la seva base per la seva altura.

El **factor de conversió** és una tècnica que serveix per poder canviar d’una unitat a una altra, també amb **unitats complexes** com per exemple de km/h a m/s. És una fracció que té en el numerador i el denominador la mateixa quantitat, però expressada en unitats diferents. En el denominador de la qual es

posa la unitat que es vol simplificar i en el numerador el valor equivalent a la unitat final (a o l'inrevés).

Algunes unitats que utilitzem freqüentment tenen les següents equivalències:

Volum-Capacitat	Temps
$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$	$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$
$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$	$1 \text{ mes} = 30 \text{ dies}$
$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$	$1 \text{ any} = 365 \text{ dies}$
Àrees	Longituds
$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2$	$1 \text{ any llum} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$

Per exemple, volem calcular els metres que haurà recorregut un cotxe que va a 20 km/h durant 1h i 30 min. Les passes que podríem seguir són les següents:

1. Identifiquem les unitats que hem de transformar i la relació que guarden.

Unitats inicials:

duració = 1,5h i velocitat = 20 km/h

Unitat final: distància = ? m

Relacions: 1 km = 1000 m

2. Calculem la distància amb les unitats inicials.

distància = duració · velocitat

$$\text{distància} = 1,5 \text{ h} \cdot \frac{20 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 30 \text{ km}$$

3. Apliquem factor de conversió a la distància per passar-la a la unitat final (Km → m).

$$\text{distància} = 30 \text{ km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 30000 \text{ m}$$

## 2. Rúbrica de coavaluació grupal de l'activitat "Planteja un problema!"

Taula 7. Rúbrica de coavaluació grupal de l'activitat "Planteja un problema!" del Bloc 3 (Sanmartí, 2010).

Activitat: Planteja un problema!				
Grup avaluat:				
Grup que avalua:				
<b>Criteris</b>	<b>B</b>	<b>R</b>	<b>M</b>	<b>Què li recomano per millorar?</b>
1. Ha comprès l'enunciat.				
2. Ha dissenyat una estratègia i l'ha aplicat per resoldre el problema.				
3. Utilitza estratègies per calcular volums de figures presents en l'entorn				
4. Identifica les relacions de proporcionalitat entre dues magnituds				
5. Han realitzat una comprovació de la solució i han revisat possibles errors				

### 3. Diana de coavaluació grupal de l'activitat "Planteja un problema!"

Taula 8. Diana de coavaluació de l'activitat "Planteja un problema!" del Bloc 3.

Font:

[https://www.edistribucion.es/anayaeducacion/programaciones/Comunitat%20Valenciana/Matematiques\\_1/ET019263\\_Matema1p\\_val\\_pdf/03a\\_Anexo/Anexo\\_Matema1p\\_VA.pdf](https://www.edistribucion.es/anayaeducacion/programaciones/Comunitat%20Valenciana/Matematiques_1/ET019263_Matema1p_val_pdf/03a_Anexo/Anexo_Matema1p_VA.pdf)

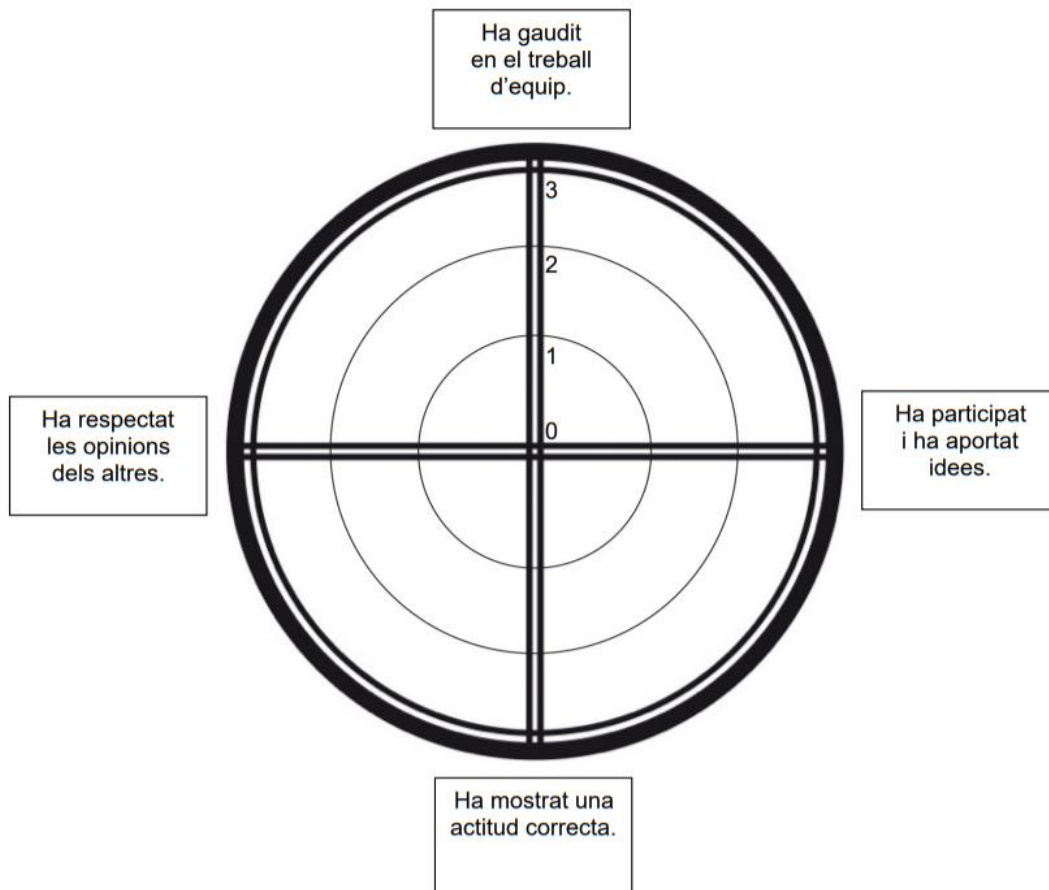
Noms:

Blau: \_\_\_\_\_

Verd: \_\_\_\_\_

Groc: \_\_\_\_\_

Roig: \_\_\_\_\_





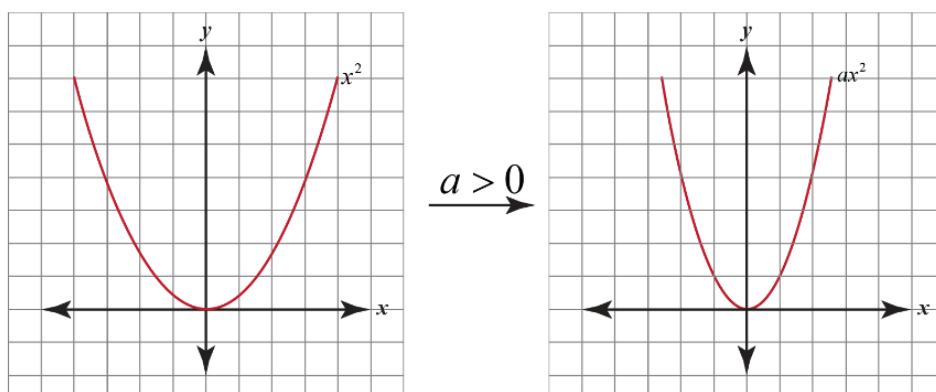
#### 4. Secció “Recorda” de l’activitat “Aproximem funcions!”

##### Recorda

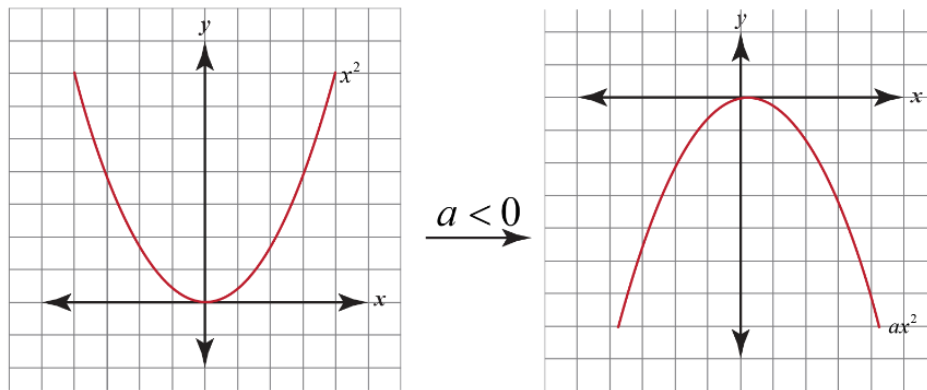
La **paràbola** és una corba molt important ja que apareix en multitud d’ocasions en el nostre entorn. Per exemple, la trajectòria del llançament d’una pilota, l’aigua que surt d’una font, les antenes parabòliques, etc..

Les paràboles es defineixen a partir de **funcions quadràtiques**, és a dir, apareix un terme on la variable independent, generalment expressada com a  $x$ , està elevada al quadrat.

Aquestes funcions venen donades per una expressió algebraica de la forma  $y = ax^2 + bx + c$  on  $a$ ,  $b$  i  $c$  són els coeficients de grau 2, 1 i 0 de l’equació. El signe del coeficient  $a$  determina la concavitat de la paràbola. Com es pot veure a les següents gràfiques, quant major sigui el valor absolut de  $a$  més tancada serà la corba i si  $a > 0$  la paràbola serà **còncava** (les branques van cap amunt), si en canvi  $a < 0$  la paràbola serà **convexa** (les branques van cap avall).



Font: <https://www.cuemath.com/calculus/graphing-a-quadratic-function/>



Font: <https://www.cuemath.com/calculus/graphing-a-quadratic-function/>

Si convertim l'equació a la següent forma  $y = a(x - m)^2 + n$  tindrem que el paràmetre  $m$  determina l'abscissa del vèrtex de la paràbola i el paràmetre  $n$  determina l'ordenada del vèrtex de la paràbola. Si es fa la relació es pot veure com  $m = \frac{-b}{2a}$  i  $n = c - \frac{b^2}{4a}$ .

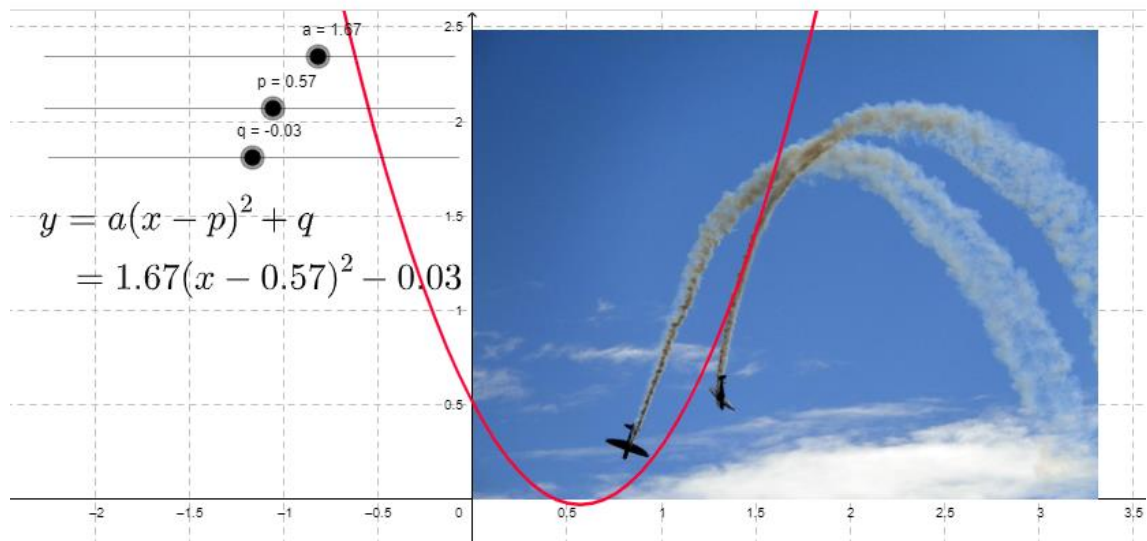
#### En resum:

Per això, podem dir que la gràfica de la funció tipus  $y = ax^2 + bx + c$  és una paràbola de vèrtex  $\left(\frac{-b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$ , que és simètrica a l'eix determinat per la recta  $y = \frac{-b}{2a}$  i que tindrà les branques cap amunt si  $a$  és positiu, i cap avall si  $a$  és negatiu.

## 5. Plantilla de GeoGebra per l'activitat "Aproximem funcions!"

Figura 3. Applet de GeoGebra per l'activitat "Aproximem funcions!" del Bloc 4.

Font: <https://fotografiamatematica.cat/equacioparabola/>



## 6. Rúbrica d'autoavaluació de l'activitat "Aproximem funcions!"

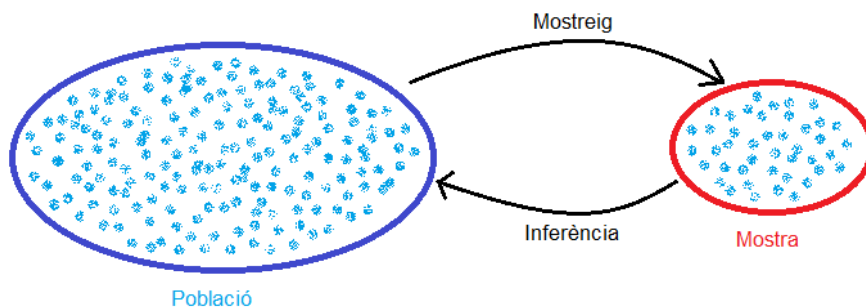
Taula 9. Rúbrica d'autoavaluació de l'activitat "Aproximem funcions!" del Bloc 4.

QUÈ HAS FET?	COM HO HAS FET? Indica les passes seguides	QUÈ HA ESTAT FÀCIL?	QUÈ T'HA COSTAT MÉS?	COM PODRIES MILLORAR-HO?	QUÈ HAS APRÈS?

7. Secció “Recorda” de l’activitat “Quantes persones es manifestaven?”

**Recorda**

La **població** d’un estudi estadístic és el conjunt d’individus o observacions, amb alguna característica comú. A la pràctica, en la majoria de casos resulta inviable poder recollir la informació de tota una població, per això s’obté un subconjunt representatiu d’aquesta, el qual s’anomena **mostra**. La mostra ha de posar de manifest les característiques de la població per assegurar la propietat més important de les mostres, que és la **representativitat**. A través d’una mostra es podran **inferir** les dades que es volen saber de la població. El procés que es segueix per obtenir una mostra s’anomena **mostreig**.



Per resumir i descriure un conjunt de  $n$  observacions (d’una mostra o d’una població) s’empren mesures de centralització i mesures de dispersió.

Les **mesures de centralització** ens informen al voltant de quin valor estan situats la majoria de valors. La principal mesura de centralització és la **mitjana**. Aquesta s’obté sumant tots els valors i dividir-los entre el nombre d’observacions ( $n$ ).