Universitat de les Illes Balears

Títol: Aprofitament didàctic a les exposicions de matemàtiques – Ramon Llull i la quadratura del cercle

NOM AUTOR: JAUME SASTRE TOMÀS

Memòria del Treball de Final de Màster

Màster Universitari de formació del professorat
(Especialitat/Itinerari de Matemàtiques)

de la

UNIVERSITAT DE LES ILLES BALEARS

Curs Acadèmic 2015-2016

Data 06/06/2016 *Signatura de l'autor* ______

Nom Tutor del Treball JOSEP LLUÍS POL LLOMPART *Signatura Tutor* ______

Nom Cotutor (si escau) ______ *Signatura Cotutor* ______

Acceptat pel Director del Màster Universitari de Formació del professorat *Signatura* ______

RESUM

Si l'objectiu de les exposicions matemàtiques són dinamitzar l'aprenentatge dels alumnes, fent-los que puguin aprendre i relacionar conceptes matemàtics amb objectes de la vida quotidiana, per què tenen tan poc interès per part dels docents? Per què no s'utilitzen més com a recurs didàctic?

Tenim una varietat d'exposicions per poder comparar? Han estat muntades seguint una estructura per aconseguir l'objectiu de millorar el procés d'ensenyament aprenentatge dels alumnes? Es treu algun profit per part dels alumnes? Es fa algun tipus d'aprofitament didàctic de l'exposició?

Com es demanaria l'Anton Aubanell als indicadors competencials:

Permeten respondre alguna pregunta? Ajuden a relacionar els coneixements matemàtics amb altres àmbits? Fa raonar als alumnes? ...

Totes aquestes preguntes són les que intentarem respondre duent a terme aquest treball de màster. Si sabem que les exposicions tenen un objectiu tan bo, per què no s'utilitzen més?

Farem un breu repàs de les exposicions, tant permanents com temporals, de les que tenim constància i que hem pogut abastar a nivell autonòmic, estatal, europeu i mundial.

Seguidament, detallarem una proposta didàctica per l'exposició Ramon Llull i la quadratura del cercle, que es realitzarà al Castell de Bellver, a propòsit de l'any Llull, que commemora el 700 anys de la seva mort.

Aquesta proposta plantejarà l'aprofitament didàctic de l'exposició per alumnes de dos nivells de secundària, i anirà acompanyada del fulletó de les activitats a realitzar durant l'exposició, així com també les activitats per preparar-la i activitats d'aprofundiment i avaluació a les posteriors classes.

Transcrivim algunes de les idees de Pere Puig i Adam i recollides per Claudi Alsina:

"Ensenyar no és transmetre; estudiar no és reproduir! Ensenyar i aprendre és, per sobre de tot, compartir, com a persones, aquesta admiració per les matemàtiques i recórrer el camí junts d'aquesta descoberta."

PARAULES-CLAU

Aprofitament didàctic

Ramon Llull

Castell de Bellver

Quadratura del cercle

Exposicions matemàtiques

Exposicions temporals

Exposicions itinerants

Museus de matemàtiques

Fitxes d'aprofitament

Percepció docent

Guia didàctica

Avaluació didàctica

ÍNDEX

OBJECTIUS DEL TREBALL

Aquest treball s'emmarca bàsicament en dos objectius principals. El primer d'ells és fer un estudi sobre les exposicions de caire matemàtic i, especialment l'aprofitament didàctic que es pot treure d'aquestes. S'estudiaran tant les exposicions permanents, com per exemple els museu de Catalunya (al qual s'ha realitzat una visita presencial) o d'altres molt rellevants a nivell europeu o mundial, com les itinerants passades o presents a les Illes Balears i altres comunitats autònomes com Catalunya i Aragó.

A més, també hem volgut conèixer la percepció que tenen els professors de matemàtiques de la illa sobre les exposicions matemàtiques que s'han dut a terme en els anys passats. De tal manera, hem preparat una enquesta sobre la percepció que tenen sobre les exposicions de matemàtiques (veure annex). Els resultats, encara que hem tingut poques respostes, han estat prou significatius. Els professors de matemàtiques, no tenen gaires records d'exposicions matemàtiques passades, no hi han anat amb els seus alumnes des de que donen classe i molts no li veuen una utilitat clara.

El segon objectiu principal serà fer una proposta per a l'aprofitament didàctic de l'exposició "Ramon Llull i la quadratura del cercle" que es durà a terme al Castell de Bellver de Palma. Proposarem activitats a desenvolupar abans, durant i posteriorment a la visita a l'exposició. Aquestes activitats es relacionaran amb els continguts que hi podran trobar i es faran tenint en compte els indicadors competencials de la riquesa d'una activitat.

A més, mitjançant aquest treball, volem intentar trobar una relació entre les matemàtiques, moltes vegades considerada una matèria aïllada i autosuficient, i àmbits extraescolars com la història del pensament, l'arquitectura i altres aspectes de la vida quotidiana. El caràcter interdisciplinari que poden tenir les exposicions és un ajut important per afavorir una concepció més contextualitzada de l'assignatura de matemàtiques.

ESTAT DE LA QÜESTIÓ

La nostra recerca principal, s'ha basat en estudiar, per una part, les exposicions permanents o museus matemàtics existents actualment i per l'altre les exposicions itinerants que s'han anat duent a terme al llarg dels anys, i de les que tenim constància.

Pel que fa als museus matemàtics, degut a que Mallorca no en disposa de cap, hem realitzat una visita presencial al Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) i hem pogut observar i manipular tot el material que tenien disponible. A més, hem realitzat una recerca sobre els principals museus més rellevants a nivell mundial com són el museu Matematikum de Giessen (Alemanya), el Giardino d'Archimede de Florència, el Museu de Ciència i tecnologia de Dresden (Alemanya), o el MoMath de Nova York.

Sobre les exposicions temporals, hem fet una recerca de les exposicions passades des dels anys 90 fins a l'actualitat a les Illes Balears, així com també hem contactat amb diverses Societats de Matemàtiques d'altres comunitats autònomes (com l'aragonesa), les quals ens han explicat la seva experiència amb aquests tipus d'activitats didàctiques.

Les exposicions de matemàtiques no tenen una història molt llarga però poc a poc han anat entrant en la vida quotidiana dels centres i de la societat [1]. Hem pogut observar que en un període de 25 anys (des dels anys 90 fins a l'actualitat), hem comptabilitzat una desena d'exposicions, començant per la d'Horitzons matemàtics, que es va dur a terme a l'any 1990 i que és la més antiga de la qual tenim coneixement i que ja contemplava l'ús de materials manipulables. Arts matemàtiques ja a l'any 2000 o Imaginar Einstein a l'any 2005. Posteriorment, es van realitzar 4 exposicions matemàtiques que es dugueren a terme a l'IES Santanyí organitzades per la professora Maria del Mar Rigo: Arts i Matemàtiques, Matemàtiques i educació per la pau, Música i matemàtiques i Matemàtiques i geometria a les ciutats entre els anys 2006 i 2009. Després es va presentar Y después fue...¡La forma! al CosmoCaixa de Palma, posteriorment es va muntar l'exposició IMAGINARY a Palma de Mallorca i finalment, la última de les que tenim constància és Quadrant d'idees al 2011.

JUSTIFICACIÓ DE LA PROPOSTA

La justificació ve donada per la mancança d'un estudi previ sobre les exposicions de matemàtiques que s'han realitzat a la nostra comunitat autònoma i per la oportunitat d'establir una guia didàctica per l'exposició de Ramon Llull i la quadratura del cercle.

És fàcil acceptar que les exposicions són un recurs per fer matemàtiques fora de l'aula i veurem al llarg d'aquest treball que permeten una concepció dinàmica de la realitat i faciliten relacionar un fonament teòric amb àmbits existents a la vida quotidiana.

La petició de redactar una guia didàctica per l'exposició abans comentada ve directament demanada per els organitzadors de l'exposició: Magdalena Rosselló (directora del Castell de Bellver) i Josep Lluís Pol Llompart (representant de la Societat Balear de Matemàtiques). A més, a l'exposició també hi col·laboren activament el Lul·lista Jordi Gayà i l'enginyer de telecomunicacions Pere Joan Planes, qui creu haver trobat indicis de que el Castell de Bellver fou dissenyat seguint la figura plena que descrivia Ramon Llull.

DESENVOLUPAMENT DE LA PROPOSTA

Com ja hem vist doncs, hi ha una mancança en l'organització d'exposicions a la nostra comunitat autònoma. Hem fet un recull de les que s'han organitzat a través dels anys tant a les Illes Balears com a fora. Seguidament detallarem les que tenim constància i les dividirem en exposicions permanents, o museus matemàtics, i exposicions temporals.

Malauradament, a Mallorca no tenim el plaer de gaudir d'un museu de matemàtiques, no obstant, hem fet un recull de les principals característiques dels museus més rellevants a nivell Europeu i mundial. Cal destacar que hem visitat personalment el Museu de Matemàtiques de Catalunya, on fórem atesos pel professor Guido Ramellini, qui ens va fer una visita guiada molt profitosa a través del museu.

Descripció de les exposicions existents:

Exposicions permanents: museus matemàtics

Com exemple negatiu, començarem mencionant que el museu de matemàtiques de Londres s'ha quedat obsolet, deixant els seus continguts dins vitrines de vidre i amb plafons explicatius, encara que hem pogut observar que al 2016 s'obrirà de nou a la sala The David and Claudia Harding Gallery una nova galeria de matemàtiques totalment renovada [8]. Els alumnes el que necessiten és tocar, manipular, experimentar i poder fer-se preguntes[1]. Les exposicions fixes, sense cap tipus d'interacció amb el visitant són antiquades, i sobretot si parlem d'exposicions de caire matemàtic, ja que els recursos digitals superen amb escreix aquesta dimensió.

MUSEU DE MATEMÀTIQUES DE CATALUNYA (MMACA)

Com a contraexemple, tenim el Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) amb una distribució de 5 sales i ple de material manipulable.

Ens vam reunir amb un dels principals valedors del museu, el professor Guido Ramellini, el qui ens va explicar una mica del naixement del museu així com també vam poder observar com dinamitzava alguna de les visites a l'exposició. El museu neix de la idea que va tenir l'Anton Aubanell durant el seu any sabàtic on va treballar amb material manipulable. Ell i Josep Rei, aprofitant l'any 2000, que va ser l'any internacional de les matemàtiques (UNESCO), van començar a

[1] Jorge Wagensberg: "El motor de la ciència són les preguntes"

moure el projecte per aconseguir un espai fix on poder mostrar una exposició permanent de material manipulable que tingués conceptes matemàtics subjacents. Transcrivint les paraules del professor Ramalleni: “Millor treballar sobre un material potent que sobre un contingut potent”.

L’objectiu del projecte era aconseguir que les matemàtiques escolars i universitàries es vegin des d’una altra perspectiva i redescobrir el gust per la cultura matemàtica. La idea genèrica consisteix en proposar activitats de caràcter manipulatiu, en la que els visitants hagin d’interaccionar amb els materials, de forma individual o col·lectiva. Totes les activitats estan pensades per afavorir l’autonomia dels visitants, amb el menor nombre possible d’informació textual, encara que això no implica que no hi pugui haver una intervenció d’un monitor. Es pretén crear mòduls que mostrin la utilitat i aplicabilitat de les matemàtiques en el món exterior, que millorin la seva imatge, tot elaborat amb materials de qualitat i que convidin a la reflexió i a les preguntes [2].

El passat febrer va fer 2 anys que es va commemorar l’obertura del museu, encara que la primera exposició itinerant que realitzaren es va fer al novembre de l’any 2007. El museu està ubicat actualment la segona planta del Palau Mercader dins el parc de Can Mercader, una gran zona verda enjardinada que limita amb la ronda de Dalt i la carretera de l'Hospitalet, entre els barris d'Almeda i Sant Ildefons, a Cornellà de Llobregat, Barcelona.

El museu està dividit en 5 sales on cadascuna explica conceptes d’alguna branca de les matemàtiques [9]. Són les següents:

1. Sala Garden: Combinatòria
2. Sala George Polia: Càlcul
3. Sala Eratóstenes: Planeta Terra
4. Sala Puig i Adam: Geometria
5. Sala Emma Castelnuovo: Miralls

El contingut de cada sala es divers (podeu veure alguna de les fotos del material de les sales a l’annex corresponent).

El nombre de mòduls a cadascuna de les sales varia, però tots van acompanyats amb plafó on es fa una breu introducció sobre el contingut del mòdul, una mica d’història o la menció d’algun autor relacionat. També es feia algun tipus de pregunta relacionada amb el contingut que mostrava.

Tots el mòduls anaven acompanyats de material manipulable amb el que interactuar. El material utilitzat era variat: peces de fusta, plàstic, espuma o material construït per mostrar algun tipus de concepte matemàtic.

Els problemes plantejats mitjançant les activitats anaven des de la construcció d'estructures com ponts o arcs, treball amb poliedres, jocs d'atzar o estadística o plantejaments on s'havia d'aplicar la lògica.

El públic va des d'alumnes de 3r i 4t de primària fins alumnes de batxillerat o estudis superiors, encara que hi accedeixen persones de totes les edats. Durant la visita hi ha dos monitors que van dinamitzant els grups. No tenen cap guia didàctica preparada (a no ser que el professor encarregat del grup l'hagi preparada amb anterioritat), i els professors reben informació prèvia si la sol·liciten per poder preparar la visita dels seus alumnes. Els monitors s'encarreguen de presentar algun dels materials del museu, els que creuen més interessants pel grup o els que els hi sol·liciten, i després deixen que els alumnes descobreixin per si mateixos les solucions. La figura del monitor està vista com un facilitador del coneixement, ells et proporcionen les eines i potser les pistes per a que els alumnes arribin a adquirir-lo per ells mateixos.

El museu obre dos dies, el dimecres pel matí, que té un cost per les escoles de 60€ per un grup de 30 alumnes i per la tarda, que és gratuït, i els diumenges que es gratuït de 10 a 14 hores.

MATEMATIKUM DE GIESSEN

El Mathematikum es considerat el primer museu matemàtic interactiu del món [10]. Es troba a la ciutat de Liebigstraße a Gießen, Alemanya. L'iniciador del museu va ser el Prof. Albrecht Beutelspacher, mestre acadèmic apassionat de les matemàtiques que compaginant amb el seu treball a l'empresa privada, desitjava fer conèixer les matemàtiques al públic en general.

Té una superfície d'entorn 1.200 m² d'exposició i mostra al voltant de 150 exposicions, que obren una nova porta a les matemàtiques. Els visitants són de totes les edats.

Una selecció dels experiments disponibles són:

- Una bombolla de sabó gegant que permet als visitants introduir-s'hi dins.
- El miralls per treballar simetries.
- Què tan alt sóc jo? Mesurar l'alçada segons el món digital i parlar de precisió.
- Rodes quadrades: provar diferents tipus de rodes i veure que no només les rodes rodones poden rodar.
- Seccions còniques: com el canvi d'una superfície quan es varia la posició del con.

- La catenària: forma de construir un arc que és complex i extremadament estable alhora.

- Línies d'Euler, el Pont de Leonardo, el Monocordi o l'Espiral Pi, etc.

GIARDINO D'ARCHIMEDE DE FLORÈNCIA

Giardino d’Archimede o El Jardí de d'Arquímedes es troba situat a la ciutat italiana de Florència. El Jardí d'Arquímedes és un consorci d'universitats i organismes públics, destinades a la creació i gestió d'un museu matemàtic. Actualment els membres del consorci són: l'Escola Normal Superior de Pisa, la Universitat de Florència, la Universitat de Pisa, la Universitat de Siena, la província de Florència, l’Institut Nacional de les matemàtiques superiors i el consorci Irpino. El professor Enrico Giusti és el president del consorci [11].

Es defineixen ells mateixos com el primer museu dedicat íntegrament a les matemàtiques, concebut i creat per portar les matemàtiques als ciutadans. Els objectius són múltiples. En primer lloc, el públic pot entrar en contacte amb el nucli de les idees matemàtiques que resideixen dins de les exposicions. En segon lloc, vol reconèixer la importància de les matemàtiques, i el seu paper en la seva vida quotidiana. Finalment, vol transmetre el missatge de que les matemàtiques són divertides, no són una seqüència avorrida d'exercicis mancades de sentit comú, i sí són un estimulant univers d'idees i mètodes dissenyats per a resoldre problemes importants.

Les exposicions que s’hi poden trobar són:

- Més enllà de les brúixoles: la geometria de les corbes

- Pitàgores i el seu teorema

- Matemàtiques a Itàlia 1800-1950

- Un pont sobre el Mediterrani. Leonardo Pisano, la ciència àrab i el renaixement de les matemàtiques a Occident

- Les armes de l'educació de masses. Jocs, trencaclosques i passatemps matemàtics

- Petita història del càlcul

- Les matemàtiques a través de segells

- Petita història de la trigonometria

- Els números de color rosa - Dones i Matemàtiques

EL MUSEU DE CIÈNCIA I TECNOLOGIA DE DRESDEN

El saló Mathematisch-Physikalischer va ser fundat sota el regnat d'August el Fort en 1728 i segueix sent avui un dels museus més importants del món sobre instruments científics i històrics. És el museu més antic del complex barroc de Dresden i té una exposició completament redissenyada que mostra una gran varietat de dispositius de mesura [12].

Els visitants poden veure i descobrir miralls, rellotges i dispositius mecànics com telescopis, models astronòmics o globus històrics de la terra, el cel, i fins i tot la Lluna i Mart. A finals del segle XVIII, es va crear un observatori astronòmic dins del saló. La nova presentació al Saló Mathematisch-Physikalischer permet que els objectes que s'hi exposen puguin ser vists de tan a prop que ni tan sols un gravat o una decoració molt petita quedi sense revelar. Hi ha pel·lícules i animacions que proporcionen informació sobre el funcionament intern de les peces seleccionades. Els visitants poden fer servir una calculadora mecànica de l'antiga Alemanya i participar en demostracions d'experiments històrics amb instruments replicats amb precisió.

EL MOMATH DE NEW YORK

Les matemàtiques il·luminen els patrons i les estructures que ens envolten [13], aquest és el lema del MoMath (Museu de matemàtiques) de Nova York. Ells mateixos indiquen que les seves exhibicions dinàmiques, la seva galeria, i els programes que tenen, ajuden a estimular la recerca, despertar la curiositat, i revelar les meravelles de les matemàtiques. El MoMath compta amb exposicions innovadores que atreuen gent de totes les edats, però amb un èmfasi especial en les activitats per alumnes de 4t a 8è grau (9 a 13 anys). El museu està situat entre la Cinquena Avinguda i Madison Avenue, a Manhattan (Nova York) i està obert de 10:00 am a 5:00 pm, set dies a la setmana, 364 dies a l'any (tanca el dia d'Acció de gràcies).

El Museu Nacional de Matemàtiques s'esforça per millorar la comprensió i la percepció pública de les matemàtiques. El Museu Nacional de Matemàtiques es va iniciar en resposta al tancament d'un petit museu de les matemàtiques a Long Island, el Museu Goudreau. Un grup de parts interessades es van reunir a l'agost de 2008 per explorar la creació d'un nou museu de matemàtiques que anés més enllà de la Goudreau, tant en el seu abast com en la seva metodologia. Varen descobrir ràpidament que no hi havia cap museu de matemàtiques en els Estats Units. Així doncs, es va obrir un centre científic d'elements manipulables que va atreure milers de visitants, es va crear la popular exposició Matemàtiques Midway, que va delectar a més de 750.000 visitants dels Estats Units, es van realitzar multituds d'encontres matemàtics al llarg diverses ciutats d'Estats Units i es va col·laborar amb la creació de programes per a estudiants i mestres. Arthur Steinmetz serveix com a President de la Junta de Síndics del Museu, i Cindy Lawrence com a Director Executiu i CEO del Museu.

Exposicions temporals

Seguidament, farem una breu descripció de les exposicions matemàtiques de les que tenim coneixement i que s'han realitzat al passat tant a les Illes Balears com també a altres comunitats autònomes:

HORITZONS MATEMÀTICS:

Aquesta exposició va tenir lloc a la capella de la Misericòrdia de Palma, durant la primavera del 1990 i va ser impulsada per la IREM – APMEP (Sociedad Canaria "Isaac Newton" de professors de matemàtiques) a partir d'una proposta del centre francès *la Villette, citè des Sciences et de l'Industrie*. Tenia com objectiu posar en contacte directe el món actual dels investigadors matemàtics amb els ciutadans i proporcionar recursos didàctics als professors [3].

Anava dirigida a alumnes de BUP i COU i disposava de materials manipulables amb els quals es poguessin observar problemes oberts i sense resoldre. L'exposició organitzava els materials en diverses taules (anomenats Quioscs) que representaven problemes matemàtics. Cada quiosc tenia un text explicant les peces i diverses activitats amb preguntes obertes per intentar aprofundir al màxim en el contingut didàctic del quiosc.

No era una exposició guiada, sinó que eren els propis professors de les escoles qui guiaven les visites dels seus alumnes. El Centre de Professors de Palma va editar una guia en forma de quadern per treure el màxim profit de la visita i que resultés d'interès didàctic per a la tasca docent dels professors.

Era una exposició gratuïta que va estar exposada prop d'un mes.

ARTS MATEMÀTIQUES:

Aquesta exposició va tenir lloc a l'Espai Ramon Llull, casa de cultura de Palma, des del 24 de març al 5 de maig de l'any 2000.

Es va realitzar a propòsit de l'any mundial de les matemàtiques, va ser concebuda i dissenyada per un grup de professors de secundària (Rosalia Bilbao, Joan Borràs, Maria Magraner, Antoni Mas, Josep Lluís Pol i Joana Rosselló) i va ser sufragada per La Conselleria d'Educació i Cultura (Govern de les Illes Balears) i el Consell de Mallorca.

El seu objectiu principal era posar de manifest el coneixement matemàtic present en una mostra prou diversa d'obres d'art.

Anava destinada principalment a alumnes des de 3r d'ESO fins al darrer curs de Batxillerat.

El material disponible estava distribuït a través de plafons on hi havia un text descrivint la peça d'art al costat d'aquesta. Es va intentar trobar peces d'art de d'una gran diversitat de tècniques: fotografia, pintura, escultura, arquitectura, música, ceràmica, etc.

Les visites a l'exposició guiades per 2 monitors duts per l'Ajuntament amb estudis de Pedagogia. Es va elaborar una guia d'aprofitament molt extensa de manera que els professors elegien treballar algunes de les propostes segons el gust de cadascun. Les visites duraven aproximadament 1 hora. Es varen esgotar els torns dels dos monitors durant les 3 setmanes de visita de l'exposició.

La majoria de peces eren cedides. Es desconeix el muntant total que va costar l'exposició. El principal cost va ser traslladar la peça de marmol den Joan Costa. Com activitats relacionades es dugueren a terme dues conferències. Els ponents foren Antonio Pérez Gómez de la Universitat de Granada i Llorenç Huguet de la Universitat de les Illes Balears.

IMAGINAR EINSTEIN

Aquesta exposició va ser organitzada per Josep Lluís Pol i Llompart i Margarita Gayà Moreno amb el patrocini de l'Ajuntament de Palma. Va ser organitzada l'any 2005, que fou declarat Any Mundial de la Física, en commemoració dels quatre articles que Einstein publicà l'anus mirabilis de 1905. És també, per tant, el centenari de la teoria espacial de la relativitat. Tot i que el tema central de l'exposició era la física, el contingut matemàtic inherent hi era molt present [14].

Va estar exposada el més de maig de 2005 al Casal Balaguer – Palma.

L'exposició estava adreçada a tot el públic en general, però tenia un interès clarament acadèmic. Els conceptes que es manejaren eren assequibles per a qualsevol persona amb una formació cultural mitjana equivalent al darrer curs d'Educació Secundària Obligatòria.

L'exposició estava formada per onze peces amb la intenció de copsar l'interès del visitant, molt inspirades en els poemes objecte de Joan Brossa. Es tractava d'objectes o muntatges fets amb diversos materials i tècniques: peces de ferro, de metacrilat, de fusta, fotografies manipulades, collages, etc., realitzades sempre des d'un punt de vista conceptual.

Hi havia plafons que acompanyen les obres, la relació entre allò que es veu, l'objecte, i allò del què es vol parlar, el concepte.

Tots els plafons mostraven una cita, en alguns dels casos del mateix Einstein, i hi havia una breu descripció entre la peça i la frase, que procurava sempre deixar preguntes enlaire. La segona cara del plafó explicava més extensament al visitant, els detalls històrics i científics del centre d'interès.

Durant la visita, l'alumnat intentava relacionar cada un dels temes d'interès amb les peces o muntatges plàstics que veien a l'exposició. Es tractava de poder fixar alguns coneixements o conceptes a través d'una sola imatge.

S'intentava establir llavors un breu diàleg amb l'alumnat per despertar la curiositat, suggerir idees, respondre dubtes, etc.

Es lliurava un quadern de l'alumnat en paper a tots els visitants que permetia tenir disponible la informació per a un treball posterior dins classe. Alumnat i professorat podien així recórrer més en profunditat alguns dels temes, escollits segons l'interès o el gust de cada un.

Es va enviar un correu electrònic a tots els centres avisant de que es faria l'exposició. El material que es trobaria estava penjat a la plana web, a l'apartat de "material per al professorat", recollia dades més significatives entorn de cada punt tractat. La seva funció era donar una mica més d'informació al professorat per poder preparar la visita a l'exposició amb antelació.

Com a coneixements previs necessaris, era molt recomanable familiaritzar l'alumnat amb conceptes com els de corpuscle i ona, l'èter, les línies espectrals, la relativitat, l'estructura atòmica, la mecànica quàntica, etc. Es pretenia aconseguir que l'alumnat n'hagués sentit parlar almenys en alguna ocasió i hagués tingut l'oportunitat de plantejar algunes qüestions.

La durada aproximada de la visita era de 1h i mitja.

Com a activitats complementàries, hi va haver una conferència del Dr. Joan Estela, físic de la Universitat de les Illes Balears, sobre la relativitat. A més, es va realitzar una actuació d'inauguració amb alumnes de secundària.

IES SANTANYÍ: ART I MATEMÀTIQUES, MATEMÀTIQUES I EDUCACIÓ PER LA PAU, MÚSICA I MATEMÀTIQUES, GEOMETRIA A LES CIUTATS.

Vam tenir l'oportunitat de visitar a la professora Maria del Mar Rigo Rigo, de l'IES Santanyí, qui va ser l'encarregada d'organitzar un seguit de 4 exposicions, des de l'any 2006 al 2009, coincidint amb la celebració de l'any mundial de les matemàtiques [15].

Ens va mostrar part del material que s'havia utilitzat per muntar les exposicions així com dels tallers que es van organitzar.

Eren organitzades pel departament de matemàtiques del IES Santanyí amb el patrocini de l'Ajuntament de Santanyí (Regidoria d'Educació i cultura), la Casa de Cultura, l'AMIPA de l'IES Santanyí i la Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX.

Cadascuna d'elles tenia un objectiu diferent, però totes intenten acostar el món matemàtic a la societat i relacionar-lo amb la vida quotidiana.

Així doncs, en la primera d'**Art i matemàtiques**, a la seva sala principal s'hi s'exposava informació de diferents branques matemàtiques com l'anàlisi, les funcions trigonomètriques, les còniques o els nombres primers. Després, hi havia ubicacions de l'exposició dedicades a algunes personalitats importants dins el món de les matemàtiques i l'art com Mauritis Cornelius Escher (1898-1972), Salvador Dalí (1904-1989) o Leonardo da Vinci (1452-1519). Finalment hi havia informació de propietats matemàtiques importants com la raó Àurea, els poliedres del renaixement o els fractals [16].

En la de **Matemàtiques i educació per la pau**, l'objectiu principal va ser intentar transformar el món físic en tres representacions de l'espai, l'esfera en tres dimensions, les projeccions fent referència al món bidimensional, el cilindre com la visió del món real on a la part exterior es mostrava el primer món i a la part interior les mateixes situacions al tercer món, i la banda de Moebius com la representació del món ideal. A més, hi havia altres cartells com el de dones matemàtiques, demostracions visuals del teorema de Pitàgores o jocs de diferents parts del món, sobretot africans (Mankala). A la zona d'activitats hi havia temes de repartiments, comerç just o pau i conflictes [17].

L'exposició de **Música i matemàtiques** permetia acostar el món de la música i relacionar-lo amb les seves propietats matemàtiques. Els alumnes podien crear dibuixos aplicant les proporcions musicals de l'oscil·lació de dos pèndols, comprovar com el material, la llargada i la tensió d'una corda afectaven al seu so i composar música jugant amb daus. Aquesta exposició, segons ens han comentat, va ser la més carregada en quant a coneixements matemàtics, ja que es tractaven temes com el tractament del senyal, la teoria d'ones o el teorema de Fourier. A més, s'estudiaven els diferents tipus d'instruments (corda, vent i percussió), temes de freqüència, intensitat, timbre o ressonància. Als tallers, els propis alumnes podien construir el seu propi monocordi pitagòric, una màquina d'ones per veure'n la transmissió, a més de fer alguns instruments com els "boomwockers" o un botellòfon i poder reproduir melodies conegudes [18].

La última exposició, de **Geometria a les ciutats**, pretenia acostar les relacions entre l'estructura d'edificis i altres construccions que es poden trobar a les ciutats amb les matemàtiques, més concretament amb la geometria. Els alumnes podien veure diferents enrajolats i construir els teus propis dissenys, construir iglús o navetes amb pecetes de midó de blat de moro, veure diferents tipus de plànols i descobrir i experimentar amb diferents superfícies reglades. A més també tenien l'oportunitat de construir diferents edificis del municipi de Santanyí al disposar del seu desenvolupament pla [19].

Els cartells mostrats en aquesta exposició, parlaven de diferents ciutats i autors, que mostraven les diferents corrents artístiques i vessants matemàtiques per a la construcció de ciutats i edificis. Parlaven de ciutats com

Barcelona, l’art de Gaudí, l’art islàmic, edificis que podien trobar a Santanyí o les proporcions Modulor de Le Corbousier, entre d’altres.

Aquestes exposicions anaven dirigides a tot tipus d’alumnes, des de alumnes de primària, secundària fins a batxillerat, encara que estava oberta a tot tipus de públic. Estaven destinades als instituts del voltant del poble de Santanyí, encara que hi podien assistir-hi grups de centres de tota la illa de Mallorca.

Estaven formades per plafons (70x100cm) on hi havia un text descrivint alguna peça, depenent de l’exposició, o algun autor, alguna teoria o branca matemàtica o fins i tot curiositats i aplicacions de les matemàtiques a diferents àmbits. Després hi havia una zona de taller (normalment al pati) on els alumnes podien practicar i aprofundir els coneixements adquirits i explicats a l’exposició.

Les exposicions estaven guiades per alumnes de matemàtiques del mateix institut, normalment cursaven l’assignatura de Taller de matemàtiques amb la professora organitzadora.

Els professors de cada institut visitant eren els qui decidien si volien utilitzar algun contingut de l’exposició com aprofitament durant la visita o si feien algun tipus d’avaluació posterior amb el visitat. La professora entrevistada si que utilitzava una fitxa d’aprofitament durant la visita per cadascun dels seus grups i sí que avaluava posteriorment a classe els continguts de l’exposició.

L’exposició estava oberta unes tres hores cada dia, encara que amb aproximadament 1 hora es podia visitar l’exposició. Si es participava als tallers, sí que es podia allargar.

Les quatre exposicions varen estar exposades tres dies del mes de maig dels anys 2006, 2007, 2008 i 2009 i es duien a terme a la Casa de Cultura de Santanyí. L’entrada a la mateixa era gratuïta.

El finançament destinat a muntar l’exposició anava variant anualment. Es va començar amb un pressupost molt limitat en la primera, però es va anar incrementant podent dotar l’exposició de materials de més qualitat i tallers més complets.

Y DESPUES FUE ... ¡LA FORMA!

“Un ràpid cop d'ull al nostre voltant ens farà advertir la profusió de formes geomètriques que ens envolten. Tots els objectes que hi tenen una forma, de fet aquest és precisament un dels paràmetres que ho defineixen com a tal” [20].

“Y después fue ... ¡La forma!” explorava l'origen i èxit de vuit formes molt freqüents en la natura: esfera, ona, angle, hexàgon, fractal, paràbola, hèlix i espiral. L’exposició recollia una col·lecció de més de 200 peces procedents de tot el món que il·lustraven aquestes vuit formes. Els mòduls interactius ensenyaven a relacionar la forma d'un ésser viu o un objecte amb la seva eficàcia per realitzar una funció.

És pot dir que un objecte qualsevol del nostre univers pot definir-se per set propietats o coordenades: composició i estructura (a l'interior de l'objecte), **forma**, mida i color (les més visibles), **funció** i necessitat (a l'exterior).

La forma d'un objecte i la seva funció estan íntimament unides. Totes dues son característiques d'un objecte real. La idea bàsica d'aquesta exposició era precisament que una forma concreta anirà relacionada amb una funció concreta. Hi ha algunes excepcions d'aquesta relació forma-funció, que es veien reflectides en una vitrina plenament dedicada a objectes singulars amb formes que no es corresponien amb la resta de les propietats de l'objecte, sobretot amb la seva funció, i que justament per això, resultaven sorprenents o dignes de col·leccionar.

Algunes d'aquestes formes són més freqüents que altres i són les que amb més facilitat podem trobar-nos a la natura. Totes elles estan relacionades amb funcions molt concretes, tant quan apareixen en objectes vius, com en objectes inerts o fins i tot en els dissenyats per l'home.

L'exposició començava amb una col·lecció de tres tipus d'objectes que veiem a la naturalesa: *espontanis* (a causa a l'atzar i a les lleis de la física), *vius* (resultat de la selecció natural) i *intel·ligents* (dissenyats o seleccionats per l'home).

El recorregut expositiu presentava 8 formes molt habituals acompanyades d'experiments que permetien comprovar les funcions principals d'aquestes formes.

Vam tenir l'oportunitat de veure l'exposició de La forma a la nostra visita al CosmoCaixa de Barcelona el passat 21 de Maig de 2016 (veure annex Fotografies exposicions) i poguérem observar la relació entre la forma i la funció de cadascuna d'elles, la definició i explicació que hi donen és:

- L'**esfera** *INTIMA* perquè és la manera de tancar un volum utilitzant la mínima superfície. Quan totes les direccions de l'espai són equivalents, la forma més probable és la simetria esfèrica.

- L'**ona** *MOU I COMUNICA*. És el procediment més simple per moure un material dins d'un fluid. Molts animals es desplacen de forma ondulant.

- L'**angle** *PENETRA I CONCENTRA*. Si apliquem una força sobre un objecte angular, per exemple un con, aquesta força es concentra a l'extrem.

- L'**hexàgon** *PAVIMENTA*. Quan s'estreny un conjunt de cercles, esferes o cilindres per estalviar espai, el resultat és un conjunt d'hexàgons.

- El **fractal** *INTIMA* perquè tendeix a omplir l'espai amb continuïtat, sense interrupcions. Les formes fractals són aquelles que es repeteixen a si mateixes en escales progressivament petites.

- La **paràbola** *CONCENTRA* perquè tot tipus de recta que arriba paral·lela al seu eix, es reflecteix en la corba de la paràbola passant per un mateix punt: el focus.

- L'**hèlix** *S'AGAFA*. La força de tracció que s'ha d'aplicar per vèncer la fricció entre un element helicoïdal i un altre cos augmenta de manera exponencial amb el nombre de voltes.

- L'**espiral** *EMPAQUETA*. Per això és una bona manera de créixer sense ocupar molt espai.

IMAGINARY

IMAGINARY-Una mirada matemàtica va ser una exposició interactiva organitzada per la Real Sociedad Matemática (RSME) amb ocasió del seu centenari, que posava de manifest diverses interrelacions entre les matemàtiques i l'art. Era una adaptació de l'exposició IMAGINARY (desenvolupada per "Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach", Alemanya) i va ser fruit de la participació internacional de matemàtics i artistes. El seu lema principal era la imatge com a lloc d'encontre entre la realitat imaginada i la visualització concreta dels objectes matemàtics abstractes [21].

Des de la primera edició a Munich en 2007 l'exposició va recórrer pràcticament totes les ciutats alemanyes. Fóra d'Alemanya ha estat a Vienna, Stanford, Berkeley, Cambridge, Kiev, Zurich, Paris. Durant 2011 i bona part del 2012 va recórrer 13 ciutats espanyoles, i la de Palma de Mallorca va ser la tercera.

IMAGINARY a Palma de Mallorca va estar allotjada en el edifici de Sa Riera de la Universitat de les Illes Balears, al carrer de Miquel dels Sants Oliver, 2 de Palma i es va inaugurar el 30 de març de 2011, estant disponible fins dia 27 d'abril. Vam tenir la oportunitat de visitar el Professor Manuel González, del Departament de matemàtiques de la UIB, un dels principals valedors de l'exposició a Palma i qui ens va explicar com va ser el desenvolupament d'aquesta.

IMAGINARY a Palma de Mallorca va donar una oportunitat per a projectar en la societat mallorquina una imatge suggerent i propera de les matemàtiques, proporcionant una aproximació des de la imatge i l'art, proporcionant interès per les matemàtiques.

IMAGINARY era una exposició interactiva amb material manipulable i programari interactiu en la que el visitant podia interactuar, fet que reforçava notablement el caràcter lúdic com didàctic. Anava destinada a qualsevol persona visitant, encara que les escoles i instituts de secundària van ser el més interessats en assistir-hi.

Les visites eren guiades i monitoritzades per estudiants universitaris que rebien formació (estudiants de la llicenciatura o grau en matemàtiques i fins i tot professors de la Universitat de les Illes Balears), així com també els professors de secundària que ho desitjaven, fet que donava la possibilitat de que fos el propi professor acompanyant el que pogués guiar als seus alumnes. Aquestes visites guiades es feren de dilluns a divendres de 10 a 14 i de 17 a 20 h i els dissabtes de 10 a 14 h. L'entrada era gratuïta. A la web de RSME-Imaginary: http://www.RSME-IMAGINARY.es es podien descarregar els programes i veure mostres en interactiu. Així el professor del grup assistent podia anar provant el que després veurien els alumnes durant la visita.

Per a que els centres sol·licitessin una visita guiada havien de descarregar i complimentar un formulari de sol·licitud i enviar-lo a una adreça de correu. Posteriorment l'organització confirmava per correu electrònic la reserva o es posava en contacte amb el centre en cas de que fos necessari.

El Comitè d'Organització local encarregat d'organitzar IMAGINARY a Palma de Mallorca va estar constituït per: Llorenç Huguet (UIB), Arnau Mir (Cap del departament de Matemàtiques-UIB), Manuel González (UIB) i Maria Magraner (Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX).

Les institucions i empreses patrocinadores van ser: Conselleria d'Innovació, Interior i Justícia, Direcció General de Recerca, Desenvolupament Tecnològic i Innovació, Universitat de les Illes Balears, Departament de Ciències Matemàtiques i Informàtica (UIB), Real Sociedad Matemática Española, Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX, TutorMates i l'Escola Politècnica Superior (UIB).

Complementàriament a l'exposició d'IMAGINARY, es van realitzar diversos concursos locals i nacionals. Per exemple es va realitzar un concurs de l'aplicació *Surfer*, en la que els alumnes participants havien d'anar canviant els paràmetres de les equacions que conformen les diferents superfícies disponibles per crear-ne de noves, el més imaginatives possible. Els alumnes pujaven la imatge de la superfície resultant a una plana web, amb la seva corresponent fórmula, i la seleccionada era la més votada per la seva bellesa i suggestivitat.

També es van realitzar un seguit de conferències aprofitant l'exposició d'IMAGINARY a Palma. Van ser les següents:

"*Estadística para entendernos*", a càrrec de Fernando Corbalán

"*La visió fractal de Gaudí a la catedral de Mallorca*", per Mercè Gambús

"*Las nuevas tecnologías al servicio de la animación*", per Juan Antonio Montes de Oca

A més, també es van realitzar dos tallers de formació per a professorat de secundària i per a diplomats i llicenciats a càrrec de l'empresa TutorMates en col·laboració amb la UIB. El taller s'anomenava "Un nou paradigma en l'ensenyament de les Matemàtiques" i va ser desenvolupat juntament amb les Universitats de Cantàbria i La Rioja, amb finançament del Ministerio de Ciencia e Innovación a través del programa Trace. Va ser impartit per Abel Pascual Herce, cap de projecte de TutorMates.

TutorMates és una eina dinàmica per a la docència de les Matemàtiques en l'Educació Secundària. S'adreça als professors i té com a objectiu ajudar-los en el difícil repte que suposa integrar les noves tecnologies en el procés educatiu. TutorMates no necessita disposar de connexió permanent a Internet per al seu ús. El seu entorn integra tots els continguts del currículum oficial, eines de càlcul, estadística i geometria dinàmica. Disposa de perfil diferenciat per a alumne i professor.

Vam contactar amb els representants de l'exposició IMAGINARY a nivell mundial i ens van comentar que encara no han fet cap anàlisi en detall sobre l'aprofitament didàctic que es realitza a l'exposició. Si que han fet enquestes als visitants o escoles i tenen un pla d'una enquesta nova per esbrinar quines són les millor imatges de matemàtiques per comunicar continguts matemàtics. També tenen un projecte de documentar totes les exposicions (passades, presents i planificades) de matemàtiques en el món i un projecte de crear un mapa amb tots els museus de matemàtiques, part de la seva xarxa de comunicació de matemàtica.

QUADRANT D'IDEES:

Aquesta exposició es va dur a terme del 17 de desembre de 2011 a l'11 de febrer de 2012 al Centre de Cultura"SA NOSTRA" (carrer de la Concepció, 12. Palma). L'impulsor va ser el Centmat juntament amb Conselleria d'educació i cultura, Xeix-SBM amb el patrocini de l'Obra Social Sa Nostra Caixa de Balears [22].

El principal objectiu era treballar alguns aspectes de les matemàtiques a través de la figura del quadrat. Utilitzava un fil històric de més de 4000 anys i conjugava, a part de les matemàtiques i la història, l'art, el joc, la tecnologia.

Estava dirigida a alumnes d'educació Infantil, primària i secundària obligatòria, encara que és una exposició oberta a tots els públics, però adreçada especialment al públic escolar.

La visita era guiada per a centres escolars (Educació Infantil, Primària i Secundària Obligatòria) i constava de tres mòduls:

1. Projecció/conferència

2. Espai expositiu

3. Sala per a l'experimentació

Totes les peces feien 1 m^2, i hi havia 2 cubs, un cub de *Rúbic* i un d'escacs.

Cada mòdul tenia una durada màxima de 25 minuts i la durada total de la visita és d'una hora i un quart. Els grups tenien un màxim de 25 alumnes. Es guiaven fins a 2 grups simultàniament. Es va realitzar un 90% de l'aprofitament del temps disponible.

Com a fitxa d'aprofitament didàctic es va optar per un full din-A4 amb portada i en blanc per dins per a que l'alumne apuntés el que li va cridar l'atenció sobre l'exposició. Després no es revisava el que apuntaven.

Com a tríptic previ, a la convocatòria a tots els centres, es demanava als professors que miressin la plana web per a que poguessin preparar la visita a l'exposició, però sense cap pauta.

Va ser una exposició gratuïta i el cost de muntar-la va ser molt poc, ja que es va aprofitar material utilitzat per la fira de la ciència. No es dugueren a terme activitats complementàries a l'exposició.

Altres comunitats autònomes:

S'ha contactat amb centres i professors de matemàtiques d'altres comunitats. Detallarem dues exposicions de la comunitat autònoma aragonesa.

Comunitat aragonesa:

CONEXIONES MATEMÁTICAS

Aquesta exposició va ser impulsada pel departament d'Educació del Govern d'Aragó. En l'actualitat ho fa en col·laboració amb la Societat Aragonesa "Pedro Sánchez Prunera" de professors de matemàtiques [23].

Anava dirigida a tot l'alumnat de centres de primària i secundària obligatòria.

Les exposicions consten d'una sèrie de cartells amb imatges i una mica de text. A aquests cartells acompanyen una sèrie d'activitats. L'ideal és que per a les activitats vagin amb materials manipulables, però no sempre han comptat amb diners suficients per fer-ho així.

Les visites eren guiades pels propis professors del grup i la visitaven tots els alumnes d'aquest mateix grup. El temps òptim per visitar l'exposició era d'entre 1h 15' i 1h 30'.

No s'utilitzava cap tipus de fitxa d'aprofitament didàctic durant la visita i tampoc es donava cap tríptic amb informació prèviament a la visita. No obstant, tota l informació es podia trobar a la seva plana web [23].

Ens van explicar que pels organitzadors de l'exposició era molt complicat avaluar l'efecte que produeixen les exposicions en l'aprenentatge dels alumnes. Les exposicions són part d'un programa que consisteix en muntar setmanes matemàtiques a 20 centres d'Aragó. Els alumnes passen un cop per l'exposició i realitzen les activitats, el professor corresponent és qui decideix donar-li continuïtat o no.

Com que és una programa en col·laboració amb el departament d'Educació, aquest va obligar als centres a avaluar d'alguna forma les exposicions i quines reflexions didàctiques han arribat a fer sobre aquestes.

MATEMÀTICAS EN LA CIUDAD

L'impulsor d'aquesta exposició és el també matemàtic José María Sorando Muzás i va dirigida a alumnes de 2º y 3º ESO.

L'exposició estava formada per una sèrie de panells, que mostren l'aparició de les matemàtiques a diferents parts d'una ciutat: arquitectura, transport, cases, jardins o monuments i amb una fulla d'activitats per cada panell. La visita a l'exposició es feia sense guia i durava uns 30 minuts.

El professor ens comenta que s'utilitzen unes fulles d'activitats diferent per a cada peça i aquestes fulles es van treballant al llarg del curs. Durant les classes s'anaven resolent aquestes activitats, podent demanar dubtes. Una setmana més tard es recollien les fulles de respostes i es puntuaven com una nota més en la seva avaluació contínua. Aquestes sessions es realitzaven una per trimestre.

La conclusió final que extreu el professor una vegada analitzades les activitats realitzades pels seus alumnes, és la dificultat que tenen els alumnes per traslladar a situacions del món real els seus coneixements matemàtics abstractes i descontextualitzats.

DESCRIPCIÓ DE L'EXPOSICIÓ

Seguidament farem una breu descripció dels detalls tècnics de l'exposició Ramon Llull i la quadratura del cercle que es durà a terme al Castell de Bellver:

Direcció: Magdalena Rosselló Pons, conservadora del castell, Ajuntament de Palma.
Equip: Magdalena Rosselló, Jordi Gayà, Pere Joan Planas, Josep Lluís Pol.
Col·laboració: Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX, PORAXA.

Espai: s'ocuparà una de les sales del primer pis, d'uns trenta o quaranta metres quadrats, amb dues finestres amb festejador (pedrís situat a cada costat de la finestra per conversar), escalfa-panxes (xemeneia) i escala de caragol.

Material expositiu

Els textos (trilingües) i fotografies sobre plafó ocuparan quatre àmbits:

A. Prisma de base triangular de 2 m d'alçada amb la cronologia comparada de la vida de Ramon Llull, la vida de Jaume II i la construcció del castell.
B. Prisma de base quadrada de 2 m d'alçada amb la bibliografia de Llull molt breument comentada.
C. Cilindre de 2 m d'alçada amb els Indicis de la Figura Plena (quadratura i triangulatura del cercle) en la construcció del castell
D. Plafons sobre paret amb els viatges lul·lians

Els objectes:

1- Bust de Ramon Llull de mida natural en guix, procedent del fons artístic del mateix castell.
2- Figura plena en tres dimensions de porexpan dins vitrina, contribució de PORAXA
3- Plans projectius d'un tascó de fusta amb les projeccions del triangle, quadrat i cercle

Al pati d'armes:

- Trama de la Figura V de les virtuts i els pecats.

Al terrat del castell:

- Direccions de les ciutats dels viatges lul·lians (21 llocs, incloent Randa, la Real, Miramar i Sant Francesc) amb les seves distàncies.

Aquesta exposició s'havia d'inaugurar el maig però per problemes de feina i finançament -que semblen resolts- s'ha ajornat fins el setembre.

PROPOSTA DIDÀCTICA

Així doncs, després d'haver analitzat les diferents exposicions, tant permanents com temporals, existents i/o passades, detallarem la nostra proposta didàctica per a l'exposició de Ramon Llull i la quadratura del cercle que es durà a terme al Castell de Bellver de Palma, en principi, el setembre de 2016.

L'enfocament competencial del nou currículum ens farà pensar i treballar les nostres activitats en aquest sentit [6]. Lògicament les activitats vendran determinades en gran mesura pel material expositiu.

Intentarem que les activitats plantejades intentin respondre una pregunta, s'enfoquin al context quotidià dels alumnes o facin ús del medi proper del Castell de Bellver, seu de l'exposició. El material elaborat tindrà present la necessitat de partir d'uns coneixements previs (zona desenvolupament proper) per adquirir-ne de nous i establir relacions amb altres matèries com la història del pensament, l'arquitectura, l'art...

Les activitats plantejades contemplen diferents tipus d'acció per part de l'alumnat: observació, interpretació, manipulació, predicció que poden diferir bastant del rol que té l'alumne dins l'aula i que, per tant, poden afavorir l'interès, la curiositat i la creativitat.

Cada alumne podrà treballar sobre les activitats autònomament, encara que n'hi haurà algunes que es podran desenvolupar en parelles o en petits grups. Sempre hauran de raonar sobre els resultats obtinguts i s'ho emportaran a casa per després justificar el que han trobat a les corresponents sessions d'avaluació de les activitats previstes dins l'aula després de la visita.

La proposta anirà dedicada a dos nivells d'aprenentatge, un de 1r-2n de secundària i l'altre més de 3r-4t i batxillerat. Exposem a continuació, un breu comentari sobre els coneixements necessaris per treballar abans de visitar l'exposició:

Pre-exposició: Coneixements previs

1. **Políedres i cossos de revolució***: ambdós cicles hauran de tenir conceptes previs en figures geomètriques com són els poliedres i cossos de revolució. A nivell baix, hauran de conèixer els seus elements característics i la seva classificació. També hauran de ser capaços de calcular àrees i volums (encara que potser no ho facin al museu) i saber com calcular longituds, superfícies i volums del món físic. A nivell més alt, a més de tot lo anterior, hauran de conèixer alguna més de les seves propietats per poder arribar a deduir la fórmula d'Euler.

---

* Inclòs al Bloc 3. Geometria del Currículum de Matemàtiques pels dos primers cursos de secundària.

2. **Mesura d'angles, càlcul de distàncies, trigonometria i Teorema de Pitàgores:** els alumnes de nivell més baix hauran de ser capaços d'utilitzar eines de mesura d'angles i conèixer les seves relacions dins figures geomètriques*. També hauran de saber aplicar el Teorema de Pitàgores per fer càlcul de distàncies. Els alumnes de nivell més alt, a més de tot lo anterior, hauran de ser capaços de fer conversions en les mesures d'angles en el sistema sexagesimal i en radiants, conèixer les raons trigonomètriques i les seves relacions entre elles, així com l'aplicació dels coneixements geomètrics a la resolució de problemes mètrics en el món físic: mesura de longituds, àrees i volums**.

3. **Múltiples i divisors:** en ambdós nivells hauran de conèixer la divisibilitat dels nombres naturals i els seus criteris de divisibilitat. Hauran de saber trobar múltiples i divisors comuns a diversos nombres***.

Activitats a desenvolupar durant la visita

Aquesta guia didàctica es presentarà en format DIN-A5 amb les activitats i un espai per a que els alumnes puguin anant posant les seves respostes. Cada activitat anirà acompanyada d'un enunciat previ i un seguit de preguntes que tenen la intenció de fer reflexionar als alumnes.

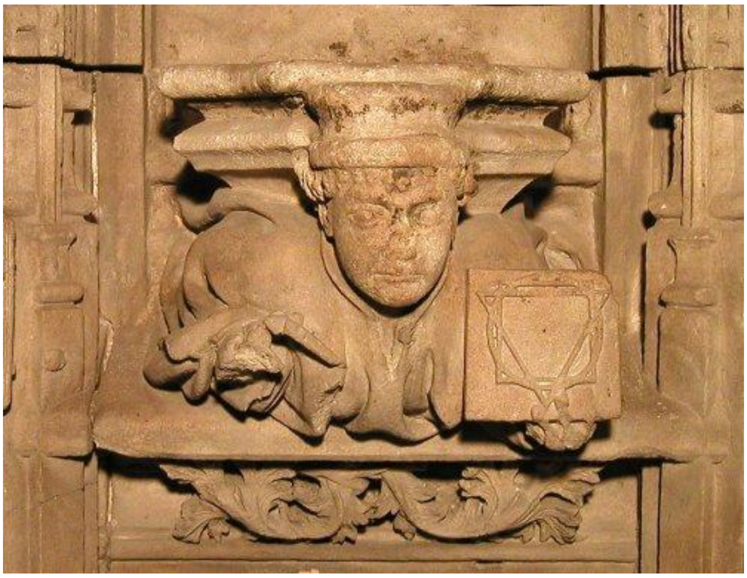
1. **Figura plena de Llull**:

   Aquesta exposició commemora els 700 anys de la mort de Ramon Llull.

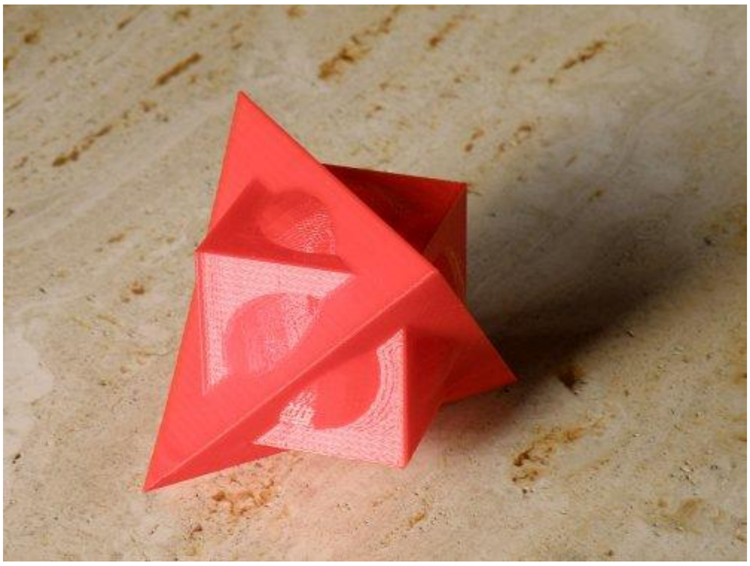
   Ramon Llull anomena *Figura Plena* al conjunt de tres figures geomètriques (circumferència, triangle equilàter i quadrat) que, segons ell, eren equivalents en àrea. Aquest és un problema clàssic de la geometria des de fa més de 2000 anys i consisteix en construir aquestes tres figures equivalents emprant només regla i compàs. En realitat, aquesta figura es un símbol teològic on el quadrat representa els quatre elements terrenals (aigua, terra, aire i foc), el triangle la Santíssima Trinitat i el cercle les esferes còsmiques. Aquesta figura, a més, queda reflectida per l'escultor Francesc Sagrera al sepulcre de Llull.

** Inclòs al Bloc 3. Geometria del Currículum de Matemàtiques de 4t curs d' ESO.

*** Inclòs al Bloc 2. Nombres i àlgebra del Currículum de Matemàtiques pels dos primers cursos de secundària.



A l'exposició podràs veure la Figura Plena de Llull però en tres dimensions. De la mateixa manera que la figura plana, conserva l'àrea en les tres figures, en tres dimensions hem imposat la conservació del volum en els tres sòlids.



A més, acompanyant aquesta, els alumnes trobaran diferents poliedres regulars i algun d'irregular, per poder treballar propietats sobre ells. Trobaran construccions de prismes, piràmides, piràmides estrellades, tetraedres, octaedres o icosàedres, cons i cilindres. També alguna esfera, tors, i troncs de con.

També disposaran d'una zona taller amb el següent material: escuradents i llaminadures.

PREGUNTES PER AL PRIMER NIVELL (1r-2n ESO)

- Observant la figura, creus que les tres figures tenen la mateixa àrea? Per què? Com ho podries comprovar? Pren mides.
    - Treball per classe o casa: amb les mides realitzades sobre la figura, calcula les àrees del triangle, cercle i quadrat.
- Sabries anomenar algun dels poliedres que trobes damunt la taula? Quines característiques sabries dir-ne?
- Com activitat final: Fer poliedres regulars amb escuradents i llepolies.

PREGUNTES PER AL SEGON NIVELL (3r-4t ESO i Batxillerat)

- Observant la figura, com creus que ho va fer Llull per aconseguir una figura on l'àrea del triangle, quadrat i cercle fossin la mateixa?
    - Per classe o casa: troba les relacions que han d'acomplir les variables que defineixen les seves fórmules d'àrea, per aconseguir la condició de que siguin equivalents. Dóna algun exemple dels seus valors.

- Completa la següent taula amb els poliedres que tens damunt la taula:

NOM DEL POLIEDRE	NOMBRE DE VÈRTEXS	NOMBRE DE CARES	NOMBRE D'ARESTES

Podries trobar alguna relació entre aquestes dades?

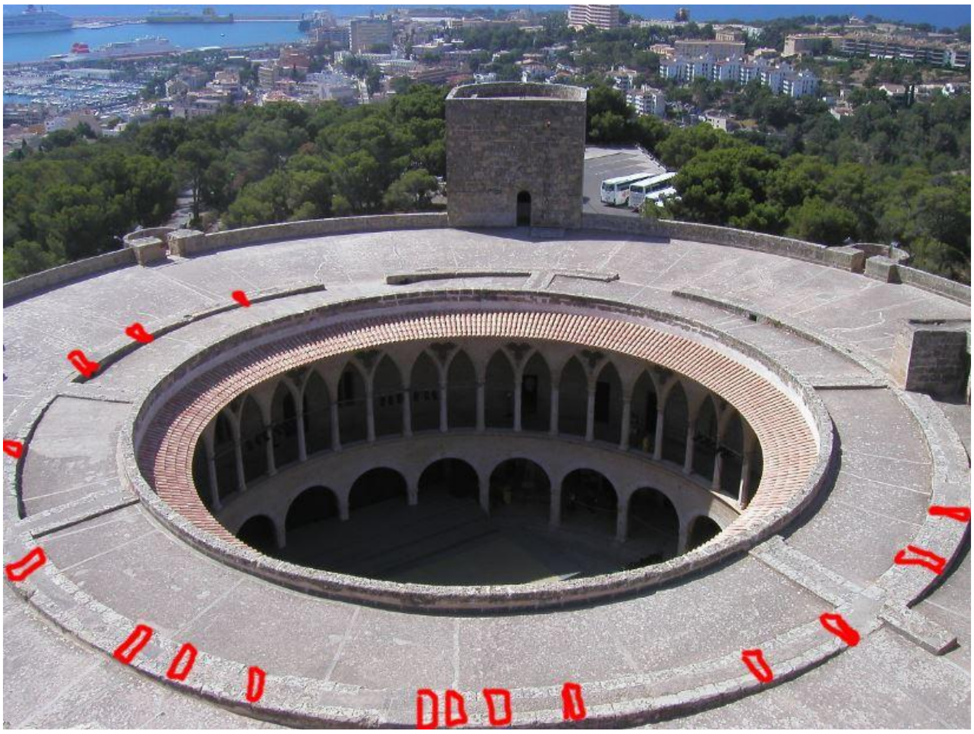
Els alumnes haurien de ser capaços d'arribar a treure la Fórmula Euler: V + C = A + 2

Duració de l'activitat: Aproximadament 10-15 minuts.

2. **Croquis direccions**:

   A la part superior del castell de Bellver hi hauran diverses fletxes assenyalant les ciutats que va visitar Ramon Llull durant la seva vida. Algunes d'aquestes eren París, Roma, Gènova, Barcelona, Santiago de Compostel·la, Rocamador, Montpeller, Nàpols, Tunísia, Bugia, Palestina o Messina, a més d'Àsia Menor.

   Estaran representades, indicant la direcció real en la que es trobarien així com la seva distància des del castell fins a la mateixa ciutat.



A més, els alumnes disposaran d'estris per calcular angles i distàncies.

PREGUNTES PER AL PRIMER NIVELL (1r-2n ESO)

- Quan ens diuen que Santiago de Compostela està a 1006km del Castell, està molt lluny o no? Quants de metres serien? Com realitzaries el viatge?

- Per treballar a classe o a casa: Si coneixes la distància del Castell a París (1035km) i a Roma (858km), com calcularies la distància de París a Roma?

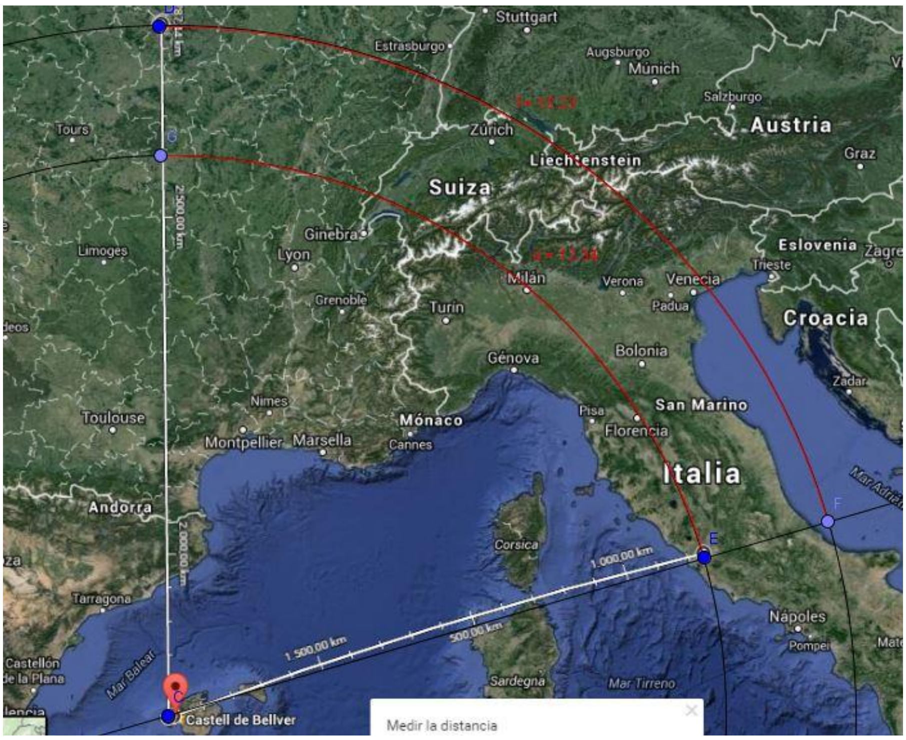
- Mesura, mitjançant els estris de mesura que tens disponibles, l'angle entre:

- Dues ciutats consecutives a la circumferència.
- Dues ciutats més allunyades.

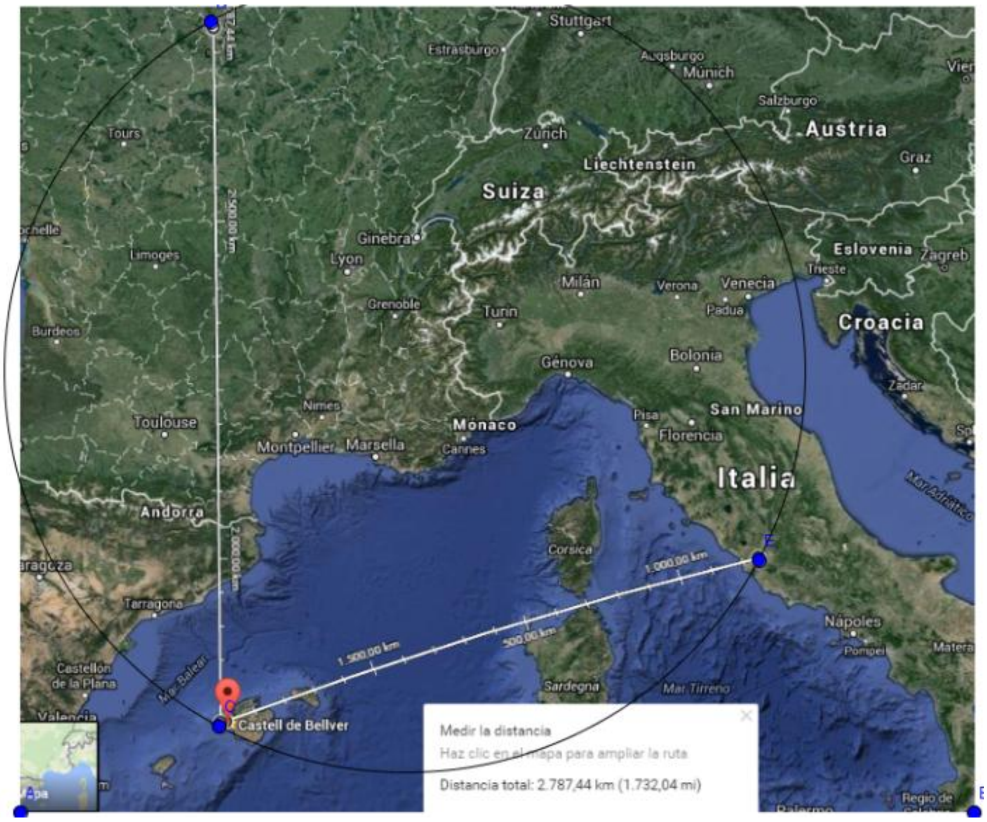
- Sense realitzar cap mesura de distància, que diries, que la distància entre el castell i una de les dues ciutats consecutives és més gran o més petita que entre el castell i una de les dues ciutats més allunyades? Per què?
- I què diries de les distàncies entre les dues ciutats? És més gran com més gran es l'angle que les separa o més petita? Raona la teva resposta.

PREGUNTES PER AL SEGON NIVELL (3r-4t ESO i Batxillerat)

- Si coneixes la distància del Castell a París (1035km) i a Roma (858km), com calcularies la distància de París a Roma? Utilitza dos mètodes diferents. (Suposa per aquest exercici que la Terra és plana).
- Això funcionaria si la terra fos plana, però que passa realment? Raona la teva resposta.
- Si posant el Castell de Bellver com a centre de la circumferència i coneixes la distància del Castell a París (1035km) i a Roma (858km), com calcularies l'arc de circumferència entre les dues ciutats? Dibuixa-ho.



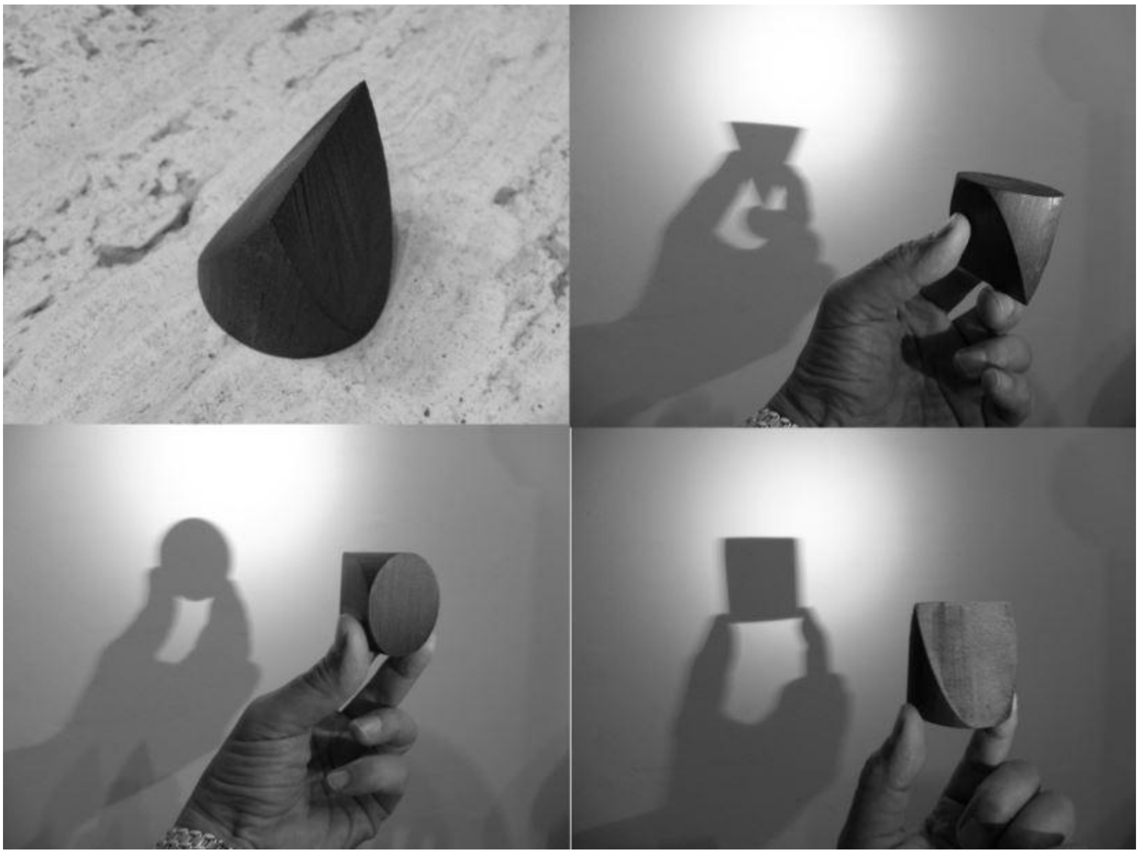
- Dibuixa una circumferència que tingui tant el Castell, com París i Roma a la línia que forma la circumferència. Quin seria el centre de la circumferència?
    - Treballa a classe o a casa diferents mètodes de trobar el centre d'una circumferència.



Duració de l'activitat: Aproximadament 20-25 minuts.

3. **Figura projeccions**:

   Seguidament podeu veure una figura tallada en fusta i les seves corresponents projeccions ortogonals.



Aquesta figura anirà també acompanyada d'altres figures realitzades amb cartó o fusta. A més, també hi haurà els desenvolupaments plans d'algunes figures per a que els mateixos alumnes puguin construir la seva corresponent figura en 3 dimensions. Les figures estaran en dos munts, unes de més senzilles pels alumnes de nivell baix i unes més complexes pels nivells superiors. (Es podran utilitzar figures de l'activitat 1).

També hi haurà disponibles uns focus per realitzar les corresponents projeccions.

PREGUNTES PER AL PRIMER NIVELL (1r-2n ESO)

- Quina figura diríeu que es representa a les seves cares? I si ara mires les seves projeccions?

- Abans de tocar la figura, creus que passaria per alguns dels forats del següent motlle? Per quins? Raona per què.

- De les figures que teniu muntades, quines diríeu que serien les seves projeccions?
- Dels següents desenvolupaments plans que teniu disponibles, elegeix-ne un. Quina creus que seria la figura resultant al muntar-la?
    - Per a classe o casa: troba un envàs a casa teva i desmunta'l. Dibuixa el desenvolupament pla resultant i entrega'l.

PREGUNTES PER AL SEGON NIVELL (3r-4t ESO i Batxillerat)

- Quina figura diríeu que es representa a les seves cares? I si ara mires les seves projeccions?
    - Si canvies figura, quina ombra dóna?
    - Com diries que és el triangle de la figura? Per què?
    - Com calcularies l'àrea de cadascuna de les seves cares?
- De les figures que teniu muntades, quines diríeu que serien les seves projeccions?
- Dels següents desenvolupaments plans que teniu disponibles, elegeix-ne un. Quina creus que seria la figura resultant al muntar-la?
    - Per a classe o casa: troba un envàs a casa teva. Dibuixa el desenvolupament pla que creus que tindria, sense desmuntar-lo, ja que l'has de portar a classe sencer.

Duració de l'activitat: Aproximadament 10-15 minuts.

4. Quadratura de Lluna.

La quadratura de la lúnula es deu al matemàtic grec Hipòcrates de Quios, nascut a l'illa de Quios. Va ser un matemàtic grec que va viure al segle V aC. És famós en la història de la geometria pels següents fets :

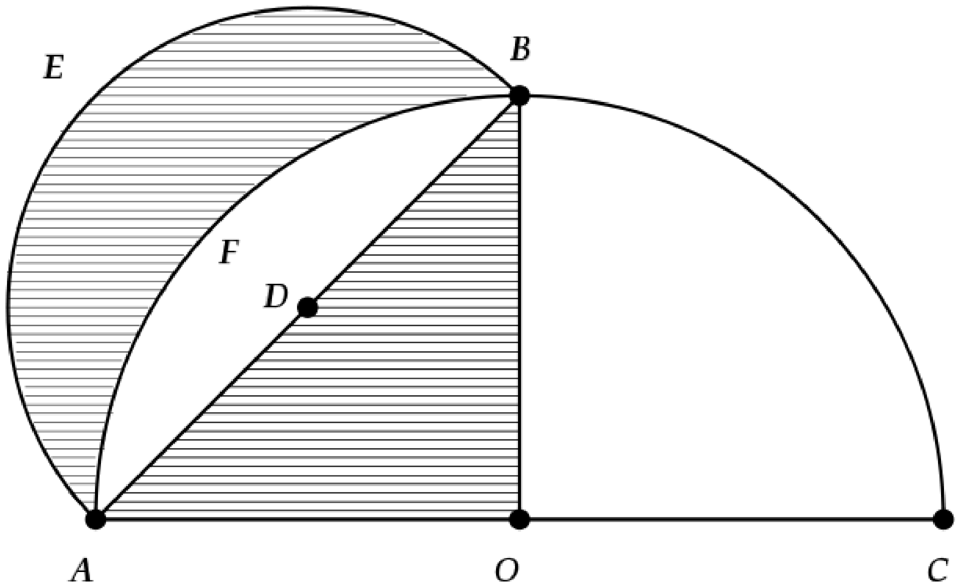
- El *sumari d'Eudemo* diu que va ser el primer a escriure uns Elements.

- Va reduir el problema de la duplicació del cub al problema de trobar dues mitjanes proporcionals.

- Va reduir el problema de la quadratura del cercle al problema de quadrar determinades lúnules i va demostrar que determinades lúnules són quadrables.

Una lúnula és qualsevol de les dues figures similars a una lluna creixent (o minvant) que s'obtenen mitjançant la intersecció de dos cercles.

La seva quadratura de la lúnula, és un cas especial de lúnula, formada per dos cercles, el diàmetre d'un dels quals és un dels costats del quadrat inscrit en el primer d'ells.



Tal com va demostrar, l'àrea de la lúnula és la quarta part del quadrat inscrit, que correspon a un triangle.

La quadratura del triangle ja era coneguda, amb el que quadrar la lúnula (és a dir, mitjançant regla i compàs) era possible.

A la terrassa superior del castell podem veure la següent ombra en algun moment del dia:

PREGUNTES PER AL PRIMER NIVELL (1r-2n ESO)

- En quin moment del dia diries que s'ha produït l'ombra? (et pot ajudar saber que l'eix de simetria del castell està orientat Nord-Sud)

- Per què creus que es produeixen les ombres?

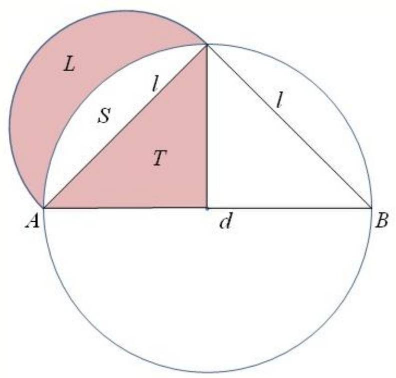
  - Per a classe o casa: agafa un guix, mesura l'ombra que produeix el teu cos a diferents moments del dia. Realitza mesures sobre aquesta ombra (alçada, amplada). Anota també l'hora de recollida.

  - Veus diferències entre les mesures agafades? Per què?

- Per què creus que anem veient diferents formes de la lluna al llarg dels dies? Com es forma?

PREGUNTES PER AL SEGON NIVELL (3r-4t ESO i Batxillerat)

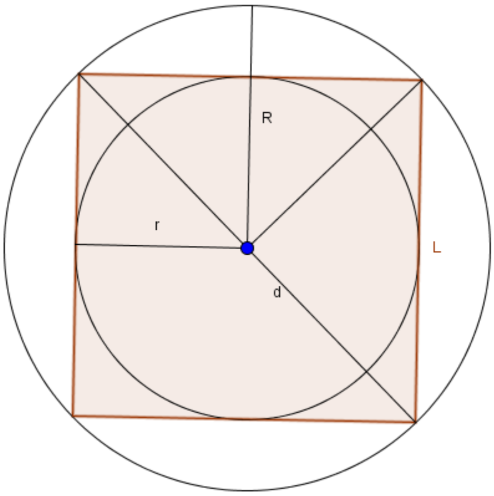
- Com creus que ha d'incidir el sol per provocar l'ombra que veus a la imatge abans presentada?
- Quina figura geomètrica ha de ser la cúpula del castell per provocar aquesta ombra?
- A simple vista diries que la lúnula té la mateixa àrea que el triangle?
- Com creus que ho va fer Hipòcrates per demostrar-ho?
- Per a classe o casa:
    - Demostra la relació d'àrees entre un cercle inscrit i un circumscrit en un quadrat determinat.
    - Demostra la relació d'àrees entre la lúnula i el triangle, i després amb el quadrat.



- **Solució**:
- Relació d'àrees entre el cercle inscrit (Ap) i el circumscrit (Ag):

$$Ap = 2 \cdot Ag$$

- Realitzarem les següents passes:
    - Dibuixa-hi una circumferència amb un centre i que passi per un punt
    - Dibuixa-hi un quadrat inscrit a aquesta circumferència.
    - Dibuixa-hi un cercle inscrit a aquest quadrat.
    - Dibuixarem el radi r del cercle petit, el radi R del cercle més gran, el costat L del quadrat i la diagonal d del quadrat.



- Primer de tot trobarem la relació de la diagonal amb el costat del quadrat. Veiem que forma un triangle rectangle de base d i costats L, per tant podem aplicar Pitàgores i trobarem:

$$d^2 = L^2 + L^2$$

$$d = \sqrt{2 \cdot L^2} = \mathrm{L} \cdot \sqrt{2}$$

- Llavors podem trobar l'àrea del quadrat (Aq):

$$Aq = L^2$$

- I després podem trobar la relació entre el radi del cercle inscrit r, i el costat del quadrat, que per definició serà la meitat:

$$r = \frac{L}{2}$$

- Per tant ja podem trobar la relació entre l'àrea del cercle inscrit i la del quadrat: $Ap = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{L^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot Aq$

- Ara podem trobar la relació entre el radi del cercle circumscrit i el costat del triangle: $R = \frac{d}{2} = L \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

- I amb això trobar la relació del quadrat amb el cercle circumscrit:

$$Ag = \pi \cdot \mathrm{R}^2 = \pi \cdot \frac{L^2 \cdot 2}{4} = \frac{\pi}{2} \cdot L^2 = \frac{\pi}{2} \cdot Aq$$

- Per tant podem veure que s'acompleix que:

$$Ap = 2 \cdot Ag$$

- Ara faltaria trobar la relació entre la lúnula i el quadrat, segons el dibuix mostrat anteriorment.:
- Demostració 1:
  - Podem veure que el sector S i el triangle T formen 1 quadrant del cercle circumscrit, és a dir tenen ¼ d'àrea del cercle gros.
  - I per tant, per la relació abans trobada (Ap=2·Ag) tenen ½ d'àrea del cercle petit.
  - També veiem que el semicercle format per la lúnula L i el sector S és la meitat del cercle petit. Per tant, té la mateixa àrea que S+T.
  - Amb notació: $L + S = S + T$, per tant $L = T = \frac{1}{4}Aq$ (àrea quadrat).
- Demostració 2:
  - Podem veure com la lúnula L forma amb el sector S un semicercle de radi l (costat del quadrat).
  - A la vegada, el sector S forma un quadrant, juntament amb el triangle T, del cercle circumscrit de diàmetre d. El semicercle el formarien dos d'aquets quadrants.
  - Aleshores les àrees d'aquests semicercles tenen la mateixa raó sobre les àrees dels quadrats:

$$\frac{L+S}{l^2} = \frac{2 \cdot (T+S)}{d^2}$$

  - Com ja hem vist abans, per Pitàgores: $d^2 = l^2 + \mathrm{l}^2 = 2 \cdot \mathrm{l}^2$, per tant:

$$\frac{L+S}{l^2} = \frac{2 \cdot (T+S)}{d^2} = \frac{2 \cdot (T+S)}{2 \cdot l^2} = \frac{(T+S)}{l^2}$$

  - Per tant: $L + S = T + S$, i aleshores: $L = T$
  - Per tant, l'àrea de la lúnula és la mateixa que la del triangle, i la del triangle és, un quart de l'àrea del quadrat.

Duració de l'activitat: Aproximadament 20-30 minuts.

5. Escala de caragol

Ramon Llull al Llibre de l'ascens i descens de l'intel·lecte, descriu una escala, anomenada l'Escala de l'enteniment, on vol representar l'ascens i descens a allò intel·lectual, és una forma d'emprar l'art per a expressar la lògica lul·liana, la qual teoritza i raona sobre el significat de l'ascens, esglaó a esglaó cap amunt de l'escala.

L'esglaó més baix està representat per la pedra, seguit de la flama, la planta, brutus o la bèstia, l'home, l'àngel, el cel i finalment Déu, com a representació de la perfecció.

La torre d'escala, gravat en fusta, il·lustració del llibre "De ascensu i descensu intellectualis " Ramon Llull

Les escales helicoïdals són les que tenen una directriu que segueix un helicoide (hèlix o hèlice). Són escales corbes amb tots els graons iguals, més o menys còmodes en funció del radi de curvatura de l'helicoide i de l'amplada de la pròpia escala.

Una escala helicoïdal ve definida pel radi interior de curvatura (igual a la meitat de l'ull d'escala) i pel radi exterior. Evidentment l'ample de l'escala equival a la diferència d'aquests dos radis.

Quan una escala helicoïdal té l'ull d'escala molt petit, s'anomena escala de caragol (o de cargol). L'ull d'escala pot arribar a ser tan petit que no existeixi. També podem tenir escales que no tenen l'eix central, les anomenades **Escales de caragol Mallorquí,** i s'utilitzaven per aprofitar l'entrada de llum.

Al Castell de Bellver, podem trobar la següent escala de caragol:

A més de poder visitar aquesta escala, els alumnes tindran disponible una maqueta d'una escala de caragol amb la que podran manipular els seus esglaons i jugar amb els angles d'obertura.

PREGUNTES PER AL PRIMER NIVELL (1r-2n ESO)

- Utilitzant la maqueta de l'escala de caragol, ves canviant l'angle d'obertura.
    - Què passa si fas l'angle més petit? I més gros?
    - Com hauria de ser? Per què?
- Compta el nombre d'esglaons en 1 volta que té l'escala de caragol del Castell de Bellver, així com l'alçada d'aquestos.

PREGUNTES PER AL SEGON NIVELL (3r-4t ESO i Batxillerat)

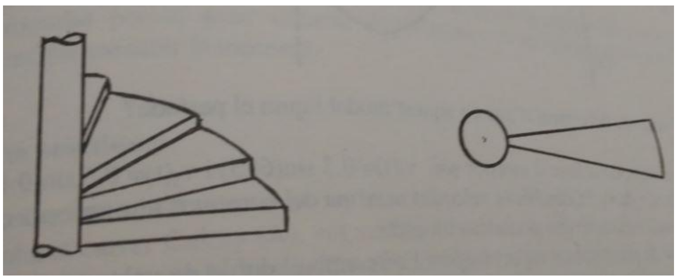
- Quina seria la projecció vertical de l'escala? Anomena alguna de les propietats de la forma resultant.
- Seguint el la figura que veus a continuació d'una escala de caragol*:

  Els esglaons són sectors circulars, la petjada depèn de l'angle d'obertura i de la distància des del centre de l'escala.

  Suposa que volem construir els esglaons de 22,5º.

  Reflexiona les respostes i treballa-les a classe o a casa:

    - Quina seria la longitud d'arc mínima i màxima de l'esglaó? Suposant un eix central de 10 cm de diàmetre i una amplada de 70 cm.
    - Quin seria el nombre d'esglaons necessari per recórrer volta completa?
    - Quina hauria l'alçada dels esglaons per a que una persona de 2,00 m d'alçada no hagi d'anar ajupida?



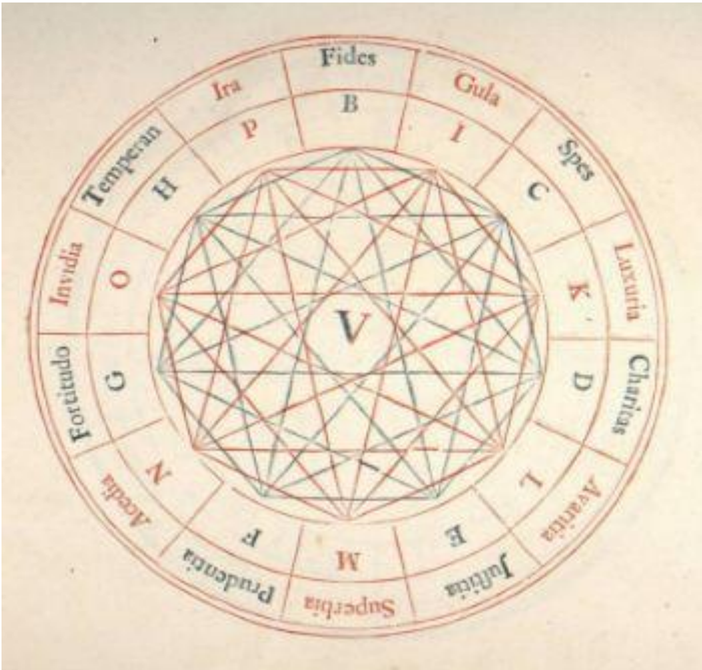
Duració de l'activitat: Aproximadament 10-15 minuts.

---

* Activitat extreta íntegrament del quadernet didàctic de l'exposició Arts matemàtiques.

6. **Figura V de Ramon Llull:**

Al pati del Castell, entre les columnes del 1r pis, hi haurà un trenat de cintes emulant la famosa figura V de Ramon Llull.



Aquesta figura va ser descrita per Ramon Llull en la segona versió de L'Ars Demostrativa, que va ser escrita a Montpeller l'any 1283.

El color blau correspon a les virtuts: fe, esperança, caritat, justícia, prudència, fortalesa i temprança i el vermell correspon als vicis; ira, gola, luxúria, avarícia, supèrbia, peresa i enveja.

PREGUNTES PER AL PRIMER NIVELL (1r-2n ESO)

- Si ens diguessin que el radi des del centre de la plaça fins a les columnes es de 19 metres, i que volem un nombre de columnes equiespaiades cada 5 metres, quantes n'hauríem de posar?

- Compta quantes columnes tens a cada un dels pisos i la distància entre elles. Calcula també el radi des del centre de la plaça a les columnes.

    - Per a classe o casa: calcula la longitud de la circumferència utilitzant dos mètodes:

        - El radi de la plaça.

        - El nombre de columnes i la distància entre elles (pels dos pisos). Hi ha diferències?

PREGUNTES PER AL SEGON NIVELL (3r-4t ESO i Batxillerat)

- Compta les columnes i mesura la distància entre les columnes d'ambos pisos.

    - Com calcularies el radi del pati?

    - Per a classe o a casa: calcula'l amb les mesures preses.

- Si les virtuts només es connecten amb les virtuts i els vicis amb els vicis, quantes línies de color blau i de color vermell que apareixen a la figura?

- I quants de triangles de cada color tenim?

Duració de l'activitat: Aproximadament 15-20 minuts.

7. Figura plena Ramon Llull del Castell de Bellver:

La quadratura del cercle consisteix en trobar, utilitzant només regla i compàs, un quadrat que tingui la mateixa àrea que un cercle donat. Ramon Llull creia haver trobat la solució a l'edat mitjana i abordà el problema explicades en els seus llibres "Liber de quadratura et triangulatura circuli seu de principiis theologiae" i "Liber de geometria nova et compendiosa" escrits a Paris a l'estiu de 1299.

El mètode que Llull descriu en el llibre de Nova Geometria es basa en construir un quadrat inscrit i un de circumscrit en un cercle i un altre quadrat enmig d'aquests dos. Aquesta figura formada per tres quadrats és el que Llull anomena Figura Magistralis. Llull, també proposa com a possible solució de la triangulatura del cercle seguint el mateix raonament. Es pensa que aquest mètode de quadratura i triangulatura del cercle probablement fou replicat en la construcció del Castell de Bellver*.

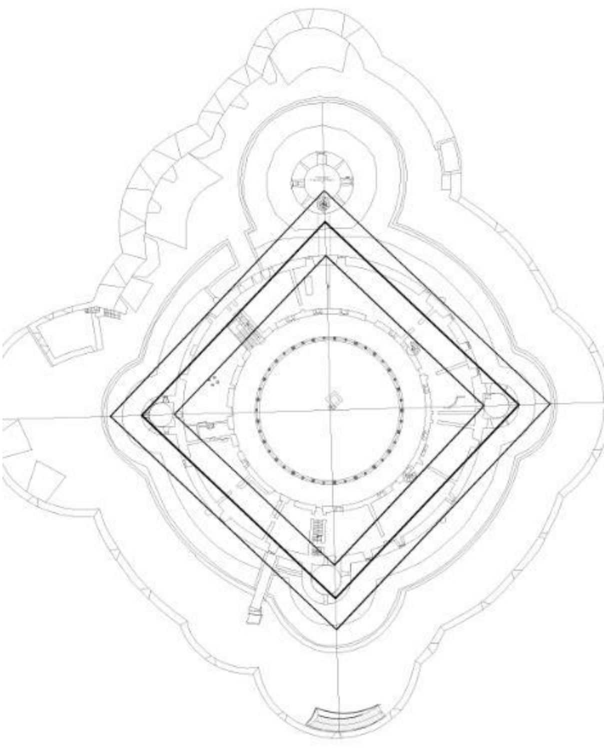
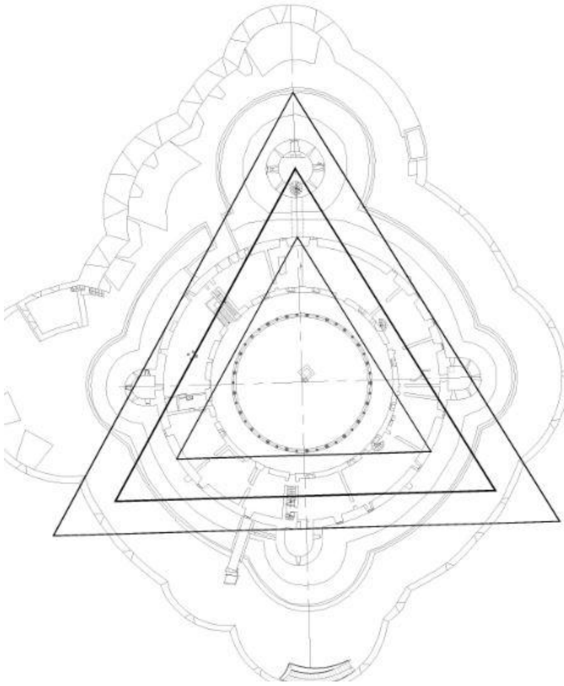
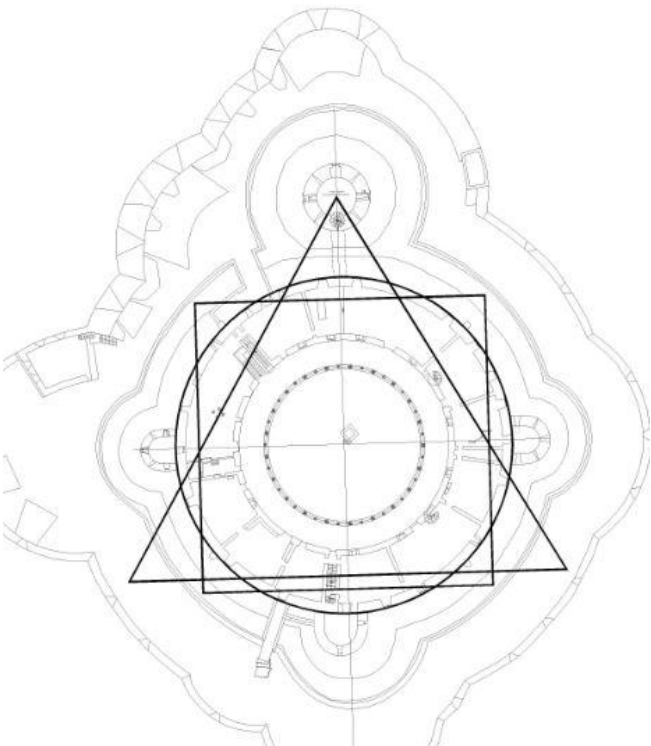


Figura Magistralis en el Castell de Bellver

* Investigació duta a terme per l'enginyer de Telecomunicacions Pere Joan Planas.



La triangulació del cercle en el Castell de Bellver



La figura plena en el Castell de Bellver

PREGUNTES PER AL PRIMER NIVELL (1r-2n ESO)

- Ho va fer bé Ramon Llull?
  - Tenen les tres figures exactament la mateixa àrea? Quina és?

PREGUNTES PER AL SEGON NIVELL (3r-4t ESO i Batxillerat)

- Realitza el procés que va fer i calcula:
  - Quadrat inscrit, quadrat circumscrit i realitza el quadrat mitjana.
  - Triangle inscrit, triangle “circumscrit” i triangle mitjana.
  - Tenen la mateixa àrea?

Duració de l’activitat: Aproximadament 10-15 minuts.

Post-exposició: Activitats d’avaluació

Cada una de les activitats aquí proposades inclouen una posterior feina a casa, bé sigui de reflexió, recerca d’informació o aprofundiment en les activitats realitzades durant l’exposició.

Després, cada un dels professors tindrà l’oportunitat d’aprofundir en la mesura que ho cregui oportú en cadascun dels conceptes vistos durant l’exposició.

A més, podrà utilitzar les entregues com a activitats d’avaluació per fer un seguiment i un registre dels coneixements adquirits durant totes les fases de l’exposició: preparació prèvia, visita a l’exposició i posterior aprofundiment.

AVALUACIÓ DE LA PROPOSTA DIDÀCTICA

Seguidament detallarem la forma en que la nostra guia d'aprofitament didàctic realitzada durant l'exposició serà avaluada pels centres que decideixin acudir a l'exposició. Es donarà aquesta fitxa als professors de cada grup per a que l'emplenin durant la visita i l'entreguin al final de la mateixa.

1. **Dades del Centre**

Centre	Localitat

2. **Dades del Professor responsable**

Nom i cognoms	
Contacte(opcional)	

3. **Nombre de professors acompanyants:**

4. **Nombre d'alumnes assistents (indica el nivell):**

5. **Avaluació de l'aprofitament didàctic de l'exposició: Llull i la quadratura del cercle:**
    - **Has dedicat algun temps de classe a preparar la visita?**

Indica la valoració que te mereixen els aspectes a baix comentats amb la següent escala: 1 on és molt negativa i 5 molt positiva.

Ítems	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
L'exposició en si mateixa					
Interès de les activitats proposades					
Interès dels alumnes en les activitats realitzades					

Durada de la visita					
Interès i utilitat del fulletó de visita					
Grau de satisfacció del professorat					

Observacions:

6. **Indica si tens pensat dedicar algun temps de futures classes per seguir treballant alguns aspectes presents en l'exposició.**

7. **Grau d'acompliment de la finalitat de l'exposició.**

Indicar la valoració que li mereixen els aspectes baix comentats amb la següent escala: 1 on és molt negativa i 5 molt positiva.

FINALITAT	1	2	3	4	5
L'exposició contribueix a la participació activa de l'alumnat en activitats educatives relacionades amb les Matemàtiques.					
L'exposició possibilita que l'alumnat amb interès especial en ciència matemàtica participi amb un aprofitament en els processos educatius, potencií el seu aprenentatge i desenvolupi competències.					
L'exposició millora l'actitud amb la que els alumnes s'enfronten a l'assignatura de matemàtiques.					
Las activitats proposades milloren la possibilitat d'aprenentatge de tots els alumnes assistents.					
L'exposició contribueix a la formació del professorat a través de propostes metodològiques i didàctiques.					

8. **Valoració general de l'exposició: possibles dificultats trobades, aspectes positius de l'experiència...**

CONCLUSIONS I VALORACIONS PERSONALS

Tant la visita presencial al MMACA, l'estudi de multitud d'exposicions matemàtiques, així com la trobada amb la professora Maria del Mar Rigo, m'han fet veure la riquesa que pot ser present a les exposicions matemàtiques. Difícilment aconseguirem aquesta possible i necessària interacció entre els alumnes i el material dins l'espai d'una aula.

A més, tenen clarament una funció didàctica, per tots els continguts matemàtics que tenen subjacents i que els alumnes podran arribar a descobrir per si mateixos. Activitats com treballar les simetries amb miralls, els recobriments del pla mitjançant mosaics, les curvatures de les catenàries, les superfícies dels paraboloides o els experiments d'estadística i atzar ajuden clarament a aprofundir en els conceptes vistos a classe i a fonamentar el coneixement.

Sí que es veritat que hi ha altres exposicions matemàtiques no manipulables, com per exemple les de fotografia. En aquest cas, encara que no permetin tocar amb les mans, potser permeten fer preguntes i reflexions per emportar-se a casa i després treballar sobre aquests conceptes a classe. Amb l'augment dels avenços tecnològics en fotografia que ha dut la fotografia digital i càmeres de gran qualitat, permet que qualsevol pugui fer fotografia matemàtica [4].

Els materials manipulables són indispensables a classe, s'han d'incorporar com una eina didàctica més. Estic segur que si a mi personalment m'haguessin ensenyat matemàtiques d'aquesta forma, ho hagués aprofitat molt més i ho hagués gaudit encara més. En les exposicions de matemàtiques, hi hauríem de trobar tot tipus de materials manipulables que orientin la feina del professor i que els hi pugui donar un ús didàctic. Aquests materials, sovint difícils de tenir dins una aula, han de ser aprofitats al màxim durant els transcurs de l'exposició i fer que els alumnes en treguin el màxim profit possible.

A classe, és difícil disposar de segons quins materials per falta de pressupost, espai o temps. Les exposicions són un entorn ideal per a que els alumnes treballin, ja sigui per parelles o en petits grups, amb tots els materials que tenen al seu abast. O sí més no, amb els més interessants que cregui el professor que poden trobar, per això és molt important una preparació prèvia del docent per saber què es trobarà a l'exposició i com li pot treure més profit.

Atenent a les poques respostes de les que disposem de moment de l'enquesta passada a més d'una trentena de professors, és una mica contradictori que tots els professors creguin que els alumnes puguin treure profit de les exposicions i només un 33% de les respostes dels enquestats indiquin que hi ha assistit amb els seus alumnes (possiblement hauríem d'estudiar aquí les traves administratives de sortir del centre: contemplat a la programació del departament, vist-i-plau del Consell Escolar...). No obstant, en coneixen algunes de les que s'han parlat a aquest treball i hi ha assistit personalment. Molts coincideixen en la necessitat de realitzar exposicions que s'acostin a la vida quotidiana de l'alumnat, que els ajudin a trobar un ús a les matemàtiques que estudien. Molts parlen de la típica pregunta que els hi fan els seus alumnes quan estudien matemàtiques: "I això per a què ho volem? Per a què em servirà quan sigui gran?". És tan bona la pregunta, que personalment, crec que el més difícil d'aquesta professió és evitar-la i preveure-la. Per això, tenen aquest especial interès les exposicions de matemàtiques, ja que els alumnes poden comprovar en primera persona que el que estudien a classe té una utilitat a la vida quotidiana. Aquesta relació concepte matemàtic – ús a algun objecte de la vida quotidiana és crucial per fer que els alumnes s'interessin per les matemàtiques i es motivin per aprendre-les.

Tal i com afirma Fernando Corbalán [5], i jo hi estic totalment d'acord, les exposicions són un instrument útil en el procés d'ensenyament aprenentatge dels alumnes de matemàtiques i que la seva utilitat principal ha de ser fer visible la presència de les matemàtiques en diversos aspectes de la vida social fora de les aules i dels centres, el que pot i ha de reforçar l'interès dels alumnes per les matemàtiques. Les exposicions permeten a tot tipus de públic, tant alumnes com adults, fer matemàtiques per pur plaer.

Pel que fa al material didàctic preparat per a l'exposició del castell de Bellver s'ha aprofitat al màxim les instal·lacions del Castell, com per exemple el pati exterior, la cúpula o les escales de caragol. A més, també s'ha utilitzat material relacionat amb el món lul·lià com la figura plena o el trenat de cintes emulant a la Figura V de l'Ars de Llull.

L'elaboració d'aquest material s'ha fet mentre s'estava definint l'exposició. Per una part, això ha dificultat la proposta d'activitats ben adequades a aquest material, però per altra part, ha servit per donar alguna idea a l'equip de disseny per poder ancorar certes activitats (com per exemple el suggeriment que en les direccions lul·lianes hi figurés la distància).

M'he adonat que no és gens fàcil dissenyar activitats que estiguin ben lligades en el context de l'exposició, és a dir, que sols es puguin fer en el lloc físic de l'exposició (d'altra manera, si es poguessin fer a classe, quin sentit tindria anar a veure l'exposició?). Visitar el lloc físic és, moltes vegades (i especialment en aquest cas) fonamental per trobar activitats amb sentit (projecció de la lluna al pati, escales de caragol a la sala d'exposició, etc)

A aquesta exposició, les activitats estan pensades precisament per això, per a que els alumnes vegin aquesta connexió entre les matemàtiques que estudien al currículum i els objectes que poden trobar-se a la realitat. És important que vegin les relacions entre la teoria de poliedres i d'àrees amb figures tridimensionals existents, que sàpiguen identificar direccions, angles i distàncies, així com també mesurar-les i calcular-les, que treballin amb projeccions i ombres, que practiquin demostracions o que vegin que objectes relativament quotidians com les escales de caragol i els patis circulars de columnes, tenen conceptes matemàtics subjacents importants.

En l’aprenentatge de les matemàtiques (i de qualsevol assignatura) les sortides sempre tenen una connotació especial i si estan ben dissenyades, produeixen un record més permanent que la majoria de les classes habituals. Els alumnes esperen amb ànsia les sortides extraescolars fora de l’aula i reben amb gran motivació aquestes sortides que els allunyen de la monotonia de les classes.

TREBALL FUTUR

Aquest treball ens ha servit per fer un estudi sobre les exposicions matemàtiques temporals i permanents tant a les Illes com a l'exterior. Hem pogut conèixer com són alguns dels museus matemàtics més importants del món així com també com estan organitzades i gestionades o quins components han tingut les exposicions abans comentades.

Com a treball futur, podem seguir estudiant més en profunditat l'estructura intrínseca dels museus així com també estudiar si les fitxes de coneixement dels museus i exposicions són suficientment completes o hem d'afegir més informació. El mateix podríem fer amb exposicions temporals realitzades a altres comunitats autònomes o inclús a altres països. En aquest sentit el full d'estudi sobre exposicions és una primera versió.

Una altra cosa a estudiar seria la confecció de l'enquesta per part del professorat. S'ha enviat a més d'una trentena de professors i a dia d'avui només hem rebut 11 respostes. Potser s'hauria de dissenyar de forma diferent per facilitar la contestació per part de més docents.

Una vegada implementada la guia didàctica de l'exposició, i gràcies al document d'avaluació que passarem a tots els responsables dels centres visitants, ens podrem demanar dues coses, primer de tot si l'exposició ha estat ben dissenyada i si l'han trobat interessat, i segon si la guia d'aprofitament ha tingut la finalitat per la qual ha estat dissenyada.

Segons les respostes dels visitants, podrem veure si els continguts desenvolupats han estat engrescador pels alumnes, així com també si la necessitat de conceptes previs que se'ls hi demanava ha estat suficient.

Aquest treball pot ser un bon punt de partida per intentar reflexionar sobre l'ús i la visita d'exposicions de matemàtiques per part dels diferents professors dels centres, i que creguin realment que els hi poden donar un ús didàctic i vegin que els alumnes les poden aprofitar realment.

A més, la realització de la guia didàctica hauria de servir tant pels alumnes, que tindran un seguiment de les activitats a desenvolupar durant la visita, així com també pels docents, que podran preparar la visita prèviament i triar els continguts i materials més interessants per ells i segons el moment del curs en que es realitzi la visita.

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

[1] Exposiciones matemáticas. **Uno** Revista de didàctica de las Matemáticas. (2009) Núm. 52. (pp 63-74).

[2] Ramellini G., Sabaté D., Aubanell A., Fornals P., Senrai P. i Rey J. (2009) Hacia un museo de matemáticas: el MMACA (Museo de matemáticas de Cataluña) En **Uno** Revista de didàctica de las Matemáticas. Núm. 52. (pp 63-74).

[3] Villarroya F. (2009). <<Horizontes matemáticos>>, la primera exposición de contenidos matemáticos que visitó España. En **Uno** Revista de didàctica de las Matemáticas. Núm. 52. (pp 9-18).

[4] Nomdedeu X. (2009) Exposiciones de fotografia y matemáticas. En **Uno** Revista de didàctica de las Matemáticas. Núm. 52. (pp 19-25).

[5] Corbalan F. (2009) Las Exposiciones de Matemática vital. En **Uno** Revista de didàctica de las Matemáticas. Núm. 52. (pp 35-44).

[6] Aubanell A. (2014). Preguntes que poden servir d'indicadors de nivell de riquesa competencial d'una activitat. Generalitat de Catalunya – Departament d'ensenyament – Centre de Suport a la Innovació i a la Recerca Educativa.

[http://xtec.gencat.cat/web/.content/alfresco/d/d/workspace/SpacesStore/0039/25c246d5-835c-427f-9f87-68bdfc9d78a3/indicadors_competencials.pdf]

(consultat 24/05/2015)

[7] – Badia L. (2004) La ciència a l'obra de Ramon Llull, dins *La Ciència en la Història dels Països Catalans*, ed. Joan Vernet i Ramon Parés, I. Dels àrabs al renaixement (Barcelona-València: Institut d'Estudis Catalans, Universitat de València, 2004), pp. 403-442.

Webgrafia:

[8] – Museu de Ciències de Londres:

http://www.sciencemuseum.org.uk/visitmuseum/new_galleries/mathematics_gallery

[9] – Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA): http://www.mmaca.cat/

[10] – MATEMATIKUM DE GIESSEN: http://www.mathematikum.de/

[11] – Il giardino di Archimede:

http://php.math.unifi.it/archimede/archimede/presentazione2.html

[12] Museu de ciència i tecnologia de Dressden: http://www.skd.museum/

http://www.skd.museum/de/museen-institutionen/zwinger-mit-semperbau/mathematisch-physikalischer-salon/index.html

[13] – MoMath: http://momath.org/

[14] – Imaginar Einstein: http://www.mallorcaweb.net/joseplpol/

[15] - Exposicions IES Santanyí:

http://www.iessantanyi.cat/exposiciomatematiques/

[16] – Arts i matemàtiques:

http://www.iessantanyi.cat/exposiciomatematiques/web2006/index.htm

[17] – Matemàtiques i educació per la pau:

http://www.iessantanyi.cat/exposiciomatematiques/exposiciomatematiques/web2007/index.htm

[18] – Música i matemàtiques:

http://www.iessantanyi.cat/exposiciomatematiques/web2008/index.htm

[19] – Geometria a les ciutats:

http://www.iessantanyi.cat/exposiciomatematiques/web2009/index.htm

[20] – Y después fue ... ¡La forma!:

http://es.mc2coruna.org/2009/05/y-despues-fue-la-forma.html

http://www.casaciencias.org/docs/guia-forma-es.pdf

[21] – IMAGINARY:

https://imaginary.org/es/exhibition/imaginary-una-mirada-matematica

http://www.xeix.org/activitats-sbm-xeix/exposicio-imaginary/

[22] - Quadrant d'idees:

http://www.xeix.org/Centre-Aprenentatge-Cientificomatematic/Recursos/Exposicions/Quadrant-idees-1672

[23] – Exposicions comunitat aragonesa:

http://www.catedu.es/matematicas_mundo/EXPOSICIONES/exposiciones.htm

http://conexionmatematica.catedu.es/exposiciones/#

ANNEXOS

Vida i obra de Ramon Llull

"Barba florida" és el sobrenom amb el qual es coneixia Ramon Llull durant els seus últims anys de vida, per la frondosa barba que el caracteritzava. Quan va complir els trenta anys, la vida de Ramon Llull va canviar de rumb de forma radical quan se li va aparèixer Crist crucificat en cinc ocasions. Llavors, va decidir abandonar la vida de cortesà, la poesia trobadoresca i la seva família, per consagrar-se a la conversió dels “infidels” mitjançant la persuasió, la fundació de monestirs i la publicació de llibres.

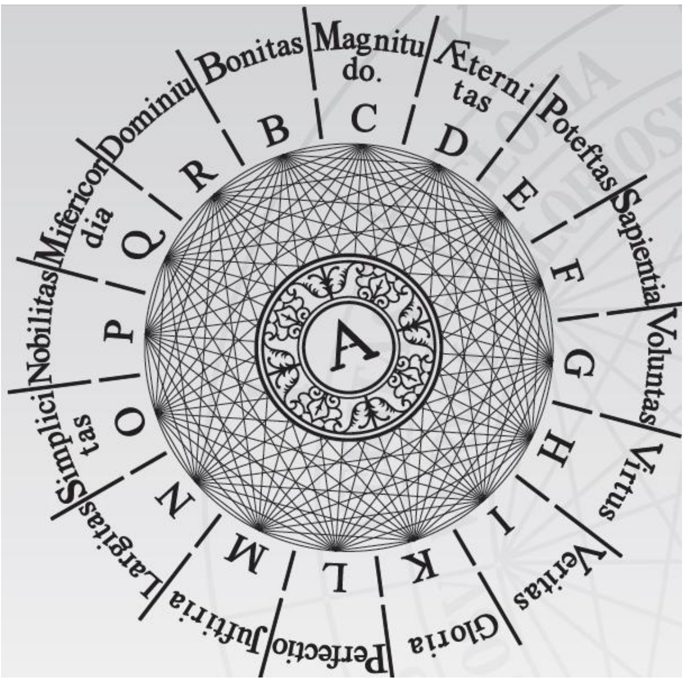
Ramon Llull va néixer a la ciutat de Mallorca l'any 1232, fruit del matrimoni d'uns colons catalans, Ramon Llull i Isabel d' Erill, que es van instal·lar a l'illa després de la conquesta de Jaume I. Durant la seva joventut, va ser patge de Jaume el Conqueridor quan tenia catorze anys i preceptor del príncep Jaume, futur rei de Mallorca, a més de senescal i majordom. Es va casar en 1257 amb Blanca Picany, amb la qual va tenir dos fills anomenats Domènec i Magdalena.

Entre altres activitats econòmiques, es va dedicar a negocis d'arrendament, amassant una important fortuna, tal com ho expressa el mateix Ramon Llull en la següent frase: “Jo era un home casat, amb fills, força ric, dissolut i mundà”. Va morir a l'any 1316, quan tornava de un viatge a Tunísia. Les seves restes descansen a la capella de la Puresa de Maria de l'església conventual de Sant Francesc, a Palma.

Ramon Llull va emprendre durant la seva vida nombrosos viatges per tot Europa i la Mediterrània, amb la intenció d'entrevistar-se amb les principals autoritats cristianes, com el rei Felip IV de França, el papa Bonifaci VIII o el rei Frederic III de Sicília, per convèncer-los de la necessitat de debatre en lloc de combatre amb els infidels per acostar-los a la fe cristiana. Va visitar París, Roma i Gènova en diverses ocasions. També va viatjar a Barcelona, Santiago de Compostel·la, Rocamador, Montpeller, Nàpols, Tunísia, Bugia, Palestina i Messina, a més d'Àsia Menor.

Durant el seu retir a la muntanya de Randa, Ramon Llull escriu el seu sistema filosòfic, denominat Ars (paraula llatina que significa “art"), amb el qual interpreta la realitat visible i invisible i troba la veritat. L'Ars Lul·lià es representa mitjançant gràfics, entre els quals destaquen les anomenades “Figures primeres”, designades amb lletres i de forma circular.

Aquí es pot contemplar la Figura A, que representa Déu i setze dels seus atributs o dignitats, com la grandesa, l'eternitat, el poder, la saviesa o l'amor.



Ramon Llull va escriure a Roma entre els anys 1295 i 1296 l'Arbre de ciència. Es tracta d'un recull de principis generals del saber, a manera de enciclopèdia, que es desplega a través d'un peculiar simbolisme arbori. Llull utilitza els arbres per mostrar les interrelacions i els vincles entre els diversos nivells de la realitat, començant sempre amb una descripció dels principis generals de cada sector del saber. L'estructura d'aquests arbres consta de set parts: arrels, tronc, branques, rams, fulles, flors i fruits.

Ramon Llull va expressar la seva pròpia experiència contemplativa a la primera secció de la cinquena part del Llibre d'Evast e Blaquerna, titulada Llibre d'Amic e Amat i que probablement es va redactar entre els anys 1276 i 1278. Aquesta obra, formada per 365 versets (un per cada dia de l' any), és un llibre de meditació cristiana adreçat als ermitans, on el protagonista, el mestre Blanquerna, ensenya el seu mètode d'elevació espiritual i mostra la seva vida dedicada a l'amor a Déu.

Actualment, a Ramon Llull se li atribueix l'autoria de 280 llibres, que inclouen matèries tan diverses com mística, teologia, filosofia, ciència, matemàtiques, física, astrologia, astronomia, pedagogia, educació, gramàtica, novel·la i poesia, entre altres. A més, Ramon Llull no només va utilitzar el llatí en les seves obres sinó que també va escriure en català i en àrab amb el propòsit de ser llegit per un públic laic més ampli. Entre les nombroses obres que va publicar, cal destacar Llibre de contemplació en Déu (1273-1274), Llibre d'Evast e Blaquerna (1283), Llibre d'Amic e Amat, Art demostrativa (1283), Arbre de ciència (1295-1296) i Liber de fine (1305).

Fitxes de coneixement d'altres exposicions

S'ha realitzat un model de fitxa per emplenar i recollir les dades més rellevants de les exposicions temporals que s'han realitzat. Seguidament les mostrem:

Fitxa per conèixer l'aprofitament didàctic i la concepció de l'exposició matemàtica: Horitzons matemàtics – Exposició itinerant

1. Qui és l'impulsor de l'exposició? **IREM – APMEP. Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas.**

2. Quins objectius té? **Posar en contacte directe el món actual dels investigadors matemàtics amb els ciutadans i proporcionar recursos didàctics als professors.**

3. A quin tipus d'alumnes va dirigida? **A alumnes de BUP i COU.**

4. De quins recursos es disposa? (imatges, peces, material manipulable)

   Es tractava d'aportar materials manipulables amb els quals es poguessin observar problemes oberts i sense resoldre.

   L'exposició estava dividida en materials col·locats a diverses taules dividides (anomenats Quioscs) que representaven diversos problemes matemàtics. Cada quiosc tenia un text explicant les peces i vàries activitats amb unes preguntes obertes per intentar aprofundir al màxim en el contingut didàctic del contingut del quiosc.

   a. Com es la grandària de les peces? **Depèn dels continguts del quiosc.**

5. Les visites són guiades? Qui són i de on surten els guies? **No era guiada. Els propis professors de les escoles guiaven les visites dels seus alumnes.**

6. S'utilitzava alguna fitxa d'aprofitament didàctic durant la visita? I després?

   Es va editar una guia per treure el màxim profit de la visita i que resultés d'interès didàctic per a la tasca docent dels professors.

7. Es realitza algun tríptic amb informació o es proporciona informació a alguna web prèviament a l'inici de l'exposició?
   Es desconeix.

8. Quin seria el temps òptim per visitar l'exposició? **2 hores.**

9. Quant de temps va estar exposada? **Prop d’un mes.**
10. A on és dugué a terme l’exposició? **Al recinte de la Misericòrdia, durant la primavera del 1990.**
11. Quin preu tenia accedir a l’exposició? **Era gratuïta.**
12. Quan va costar muntar-la? **No es coneixen dades.**
13. Quanta gent va acudir a visitar l’exposició? I quants de centres? **No es coneixen dades.**
14. Es dugueren a terme altres activitats relacionades amb l’Exposició? **No es coneixen dades.**

Fitxa per conèixer l’aprofitament didàctic i la concepció de l’exposició matemàtica: QUADRANT D’IDEES

1. Qui és l’impulsor de l’exposició? **Centmat, Conselleria d’educació i cultura, Xeix-SBM amb el patrocini de l’Obra Social Sa Nostra Caixa de Balears.**
2. Quin és l’objectiu de l’exposició? **treballar alguns aspectes de les matemàtiques a través de la figura del quadrat. A partir d'un fil històric de més de 4000 anys i conjuga, a part de les matemàtiques i la història, l'art, el joc, la tecnologia.**
3. A quin tipus d’alumnes va dirigida? **Educació Infantil, Primària i Secundària Obligatòria**
4. De quins recursos es disposa? (imatges, peces, material manipulable) **Consta de tres mòduls:**
    1. **Projecció/conferència**
    2. **Espai expositiu**
    3. **Sala per a l'experimentació**

a. Com es la grandària de les peces? **Totes les peces feien 1 m^2 Hi havia 2 cubs de 30, un cub de *rúbic* i un d'escacs.**

5. Les visites són guiades? Qui són i de on surten els guies? **La visita és guiada per a centres escolars. Els grups tenien un màxim de 25 alumnes. Es guiaven fins a 2 grups simultàniament.**

6. S'utilitzava alguna fitxa d'aprofitament didàctic durant la visita? I després?
Es va optar per un Din-A4 amb portada i en blanc per dins per a que l'alumne apuntés el que li va cridar l'atenció. Després no es revisava el que apuntaven.

7. Es realitza algun tríptic amb informació o es proporciona informació a alguna web prèviament a l'inici de l'exposició? **Amb la convocatòria a tots els centres, es demanava als professors que miressin la plana web on-line per a que pogués preparar la visita a l'exposició, però sense cap pauta.**

8. Quin seria el temps òptim per visitar l'exposició? **Cada mòdul té una durada màxima de 25 minuts. Per tant, la durada total de la visita és de una hora i un quart**

9. Quant de temps va estar exposada? **Del 17 de desembre de 2011 a l'11 de febrer de 2012.**

10. A on és dugué a terme l'exposició? **Centre de Cultura "SA NOSTRA" (carrer de la Concepció, 12. Palma).**

11. Quin preu tenia accedir a l'exposició? **Gratuïta**

12. Quan va costar muntar-la? **Molt poc, ja que es va aprofitar material utilitzat per la fira de la ciència.**

13. Quanta gent va acudir a visitar l'exposició? I quants de centres? **Es va realitzar un 90% de l'aprofitament del temps disponible.**

14. Es dugueren a terme altres activitats relacionades amb l'Exposició? **No.**

Fitxa per conèixer l'aprofitament didàctic i la concepció de l'exposició matemàtica: IMAGINAR EINSTEIN - Onze propostes plàstiques i didàctiques per a la divulgació del pensament einstenià

1. Qui és l'impulsor de l'exposició? **Josep Lluís Pol i Llompart i Margarita Gayà Moreno amb el patrocini de l'Ajuntament de Palma.**

2. Quin és l'objectiu de l'exposició? **L'any 2005 fou declarat Any Mundial de la Física, en commemoració dels quatre articles que Einstein publicà l'anus mirabilis de 1905. És també, per tant, el centenari de la teoria especial de la relativitat.**

3. A quin tipus d'alumnes va dirigida?

   L'exposició està adreçada a tot el públic en general, però té un interès clarament didàctic. Els conceptes que manejarà seran assequibles per a qualsevol persona amb una formació cultural mitjana equivalent al darrer curs d'Educació Secundària Obligatòria.

4. De quins recursos es disposa? (imatges, peces, material manipulable)

   El format de l'exposició d'art estava formada per onze peces amb la intenció de copsar l'interès del visitant, inicialment des d'un punt de vista plàstic. Es tractava d'objectes o muntatges fets amb els

més diversos materials i tècniques: peces de ferro, de metacrilat, de fusta, fotografies manipulades, collages, etc. realitzades sempre des d'un punt de vista conceptual.

Hi havia plafons que acompanyen les obres, la relació entre allò que es veu, l'objecte, i allò de què es vol parlar, el concepte, es presenta sempre a un doble nivell.

La major part dels plafons mostraven una cita, en la majoria dels casos del mateix Einstein, i hi havia una relació entre la peça i la frase. La segona cara del plafó explicava al visitant, els detalls històrics i científics del centre d'interès.

  a. Com es la grandària de les peces? **Veure figures**.

5. Les visites són guiades? Qui són i de on surten els guies? **No eren guiades.**

6. S'utilitzava alguna fitxa d'aprofitament didàctic durant la visita? I després?

   Durant la visita, l'alumnat intentava relacionar cada un dels temes d'interès amb les peces o muntatges plàstics que veien a l'exposició. Es tractava de poder fixar alguns coneixements o conceptes a través d'una sola imatge.

   S'intentava establir llavors un breu diàleg amb l'alumnat per despertar la curiositat, suggerir idees, respondre dubtes, etc.

   Es lliurava un quadern de l'alumnat en paper a tots els visitants que permetia tenir disponible la informació per a un treball posterior dins classe. Alumnat i professorat podien així recórrer més en profunditat alguns dels temes, escollits segons l'interès o el gust de cada un.

7. Es realitza algun tríptic amb informació o es proporciona informació a alguna web prèviament a l'inici de l'exposició?

Es va enviar un correu electrònic a tots els centres avisant de que es faria l'exposició. El material del que es trobaria estava penjat a la plana web, a l'apartat de "material per al professorat", recollia dades més significatives entorn de cada punt tractat. La seva funció és donar una mica més d'informació al professorat per poder preparar la visita a l'exposició amb antelació.

Com a coneixement previs necessaris, era molt recomanable familiaritzar l'alumnat amb conceptes com els de corpuscle i ona, els quanta, l'èter, les línies espectrals, la relativitat, l'estructura atòmica, la mecànica quàntica, etc. Es pretenia aconseguir que l'alumnat n'hagués sentit parlar almenys en alguna ocasió i hagi tingut l'oportunitat de plantejar algunes qüestions.

8. Quin seria el temps òptim per visitar l'exposició? **Aproximadament 1h i mitja.**

9. Quant de temps va estar exposada? **del 3 al 19 de novembre**

10. A on és dugué a terme l'exposició? **Casal Balaguer - Palma**

11. Quin preu tenia accedir a l'exposició? **Gratuïta**

12. Quan va costar muntar-la? **No es coneixen les dades.**

13. Quanta gent va acudir a visitar l'exposició? I quants de centres? **No tenen registre dels centres que acudiren.**

14. Es dugueren a terme altres activitats relacionades amb l'Exposició? **Hi va haver una conferència del Dr. Joan Estela, físic de la Universitat de les Illes Balears, sobre la relativitat.**

    Es va realitzar una actuació d'inauguració amb alumnes de secundària.

Fitxa per conèixer l'aprofitament didàctic i la concepció de l'exposició matemàtica: Y después fue...¡La forma!

1. Qui és l'impulsor de l'exposició? **Cosmo Caixa – Gran Hotel.**

2. A quin tipus d'alumnes va dirigida?

3. De quins recursos es disposa? (imatges, peces, material manipulable) **L'exposició recull una col·lecció de més de 200 peces procedents de tot el món que il·lustren aquestes vuit formes. Els mòduls interactius ensenyen a relacionar la forma d'un ésser viu o un objecte amb la seva eficàcia per realitzar una funció.**

    a. Com es la grandària de les peces? **Depenia de les peces.**

4. Les visites són guiades? Qui són i de on surten els guies? **Sí, estava guiada.**

5. S'utilitzava alguna fitxa d'aprofitament didàctic durant la visita? I després? **Es desconeixen les dades.**

6. Es realitza algun tríptic amb informació o es proporciona informació a alguna web prèviament a l'inici de l'exposició? **Sí que existia una guia didàctica de l'exposició que estava penjada en format pdf a la plana web.**

7. Quin seria el temps òptim per visitar l'exposició? **Es desconeixen les dades.**

8. Quant de temps va estar exposada? **Es desconeixen les dades.**

9. A on és dugué a terme l'exposició? **Al Gran Hotel. Cosmo Caixa.**

10. Quin preu tenia accedir a l'exposició? **Es desconeixen les dades.**

11. Quan va costar muntar-la? **Es desconeixen les dades.**

12. Quanta gent va acudir a visitar l'exposició? I quants de centres? **Es desconeixen les dades.**

13. Es dugueren a terme altres activitats relacionades amb l'Exposició? **Es desconeixen les dades.**

Fitxa per conèixer l'aprofitament didàctic i la concepció de l'exposició matemàtica: IES Santanyí: Art i matemàtiques, Matemàtiques i educació per la pau, Música i matemàtiques, Geometria a les ciutats.

1. Qui és l'impulsor de l'exposició? **A propòsit de l'any mundial de les matemàtiques, ho organitza el departament de matemàtiques del IES Santanyí amb el patrocini de l'Ajuntament de Santanyí (Regidoria d'Educació i cultura), la Casa de Cultura, l'AMIPA de l'IES Santanyí i la Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX.**

2. Quins objectius té? **Cadascuna d'elles té un objectiu diferent, però totes intenten acostar el món matemàtic a la societat i relacionar-lo amb la vida quotidiana.**

3. A quin tipus d'alumnes va dirigida? **Va dirigida a tot tipus d'alumnes, des de alumnes de primària, secundària fins a batxillerat, encara que estava oberta a tot tipus de públic. Estava destinada als instituts del voltant del poble de Santanyí, encara que podien assistir-hi grups de centres de tota la illa de Mallorca.**

4. De quins recursos es disposa? (imatges, peces, material manipulable)

   Es tractava de plafons on hi havia un text descrivint alguna peça, depenent de l'exposició, o algun autor, alguna teoria o branca matemàtica o fins i tot curiositats i aplicacions de les matemàtiques a diferents àmbits. Després hi havia una zona de taller (normalment al pati) on els alumnes podien practicar i aprofundir amb els coneixements adquirits i explicats a l'exposició.

   a. Com es la grandària de les peces? **Era diferent segons cada peça. Hi havia material accessible pels alumnes per a que l'utilitzessin a cadascun dels tallers.**

5. Les visites són guiades? Qui són i de on surten els guies? **Sí, estaven guiades per alumnes de matemàtiques del mateix institut, normalment cursaven l'assignatura de Taller de matemàtiques amb la professora organitzadora.**

6. S'utilitzava alguna fitxa d'aprofitament didàctic durant la visita? I després?

   Els professors de cada institut visitant eren els qui decidien si volien utilitzar algun contingut de l'exposició com aprofitament durant la visita o si feien algun tipus d'avaluació posterior amb el

visitat. La professora entrevistada si que utilitzava una fitxa d'aprofitament durant la visita per cadascun dels seus grups i sí que avaluava posteriorment a classe els continguts de l'exposició.

7. Es realitza algun tríptic amb informació o es proporciona informació a alguna web prèviament a l'inici de l'exposició?

   Es penjava tot el material a la plana web i era accessible.

8. Quin seria el temps òptim per visitar l'exposició? **L'exposició estava oberta unes tres hores cada dia, encara que amb aproximadament 1 hora es podia visitar l'exposició. Si es participava als tallers si que es podia allargar.**

9. Quant de temps va estar exposada? **Les quatre exposicions varen estar exposades tres dies del mes de maig dels anys 2006, 2007, 2008 i 2009.**

10. A on és dugué a terme l'exposició? C**asa de cultura, Santanyí.**

11. Quin preu tenia accedir a l'exposició? **Gratuïta**

12. Quan va costar muntar-la? **El finançament destinat a muntar l'exposició anava variant anualment. Es va començar amb un pressupost molt limitat en la primera però es va anar incrementant podent dotar l'exposició de materials de més qualitat i tallers més complets.**

13. Quanta gent va acudir a visitar l'exposició? I quants de centres? **No tenen dades.**

14. Es dugueren a terme altres activitats relacionades amb l'Exposició? **No.**

Fitxa per conèixer l'aprofitament didàctic i la concepció de l'exposició matemàtica:
Arts matemàtiques

1. Qui és l'impulsor de l'exposició? **A propòsit de l'any mundial de les matemàtiques. La conselleria d'Educació i Cultura (Govern de les Illes Balears) i el Consell de Mallorca.**

2. Quins objectius té? **Aprofitar al màxim l'observació guiada des del punt de vista matemàtic d'una col·lecció d'obres d'art.**

3. A quin tipus d'alumnes va dirigida? **Alumnes de 3r d'ESO fins al darrer curs de Batxillerat.**

4. De quins recursos es disposa? (imatges, peces, material manipulable)

   Es tractava de plafons on hi havia un text descrivint la peça d'art al costat d'aquesta. Es va intentar trobar peces d'art de tots els arts: fotografia, pintura, escultura o ceràmica.

   a. Com es la grandària de les peces? **Era diferent segons cada peça.**

5. Les visites són guiades? Qui són i de on surten els guies? **Sí, estaven guiades per 2 monitors duts per l'Ajuntament amb estudis de Pedagogia.**

6. S'utilitzava alguna fitxa d'aprofitament didàctic durant la visita? I després?
   Es va elaborar una guia d'aprofitament, encara que els professors elegien treballar algunes de les propostes elegides segons el gust de cadascun.

7. Es realitza algun tríptic amb informació o es proporciona informació a alguna web prèviament a l'inici de l'exposició?

   Es va realitzar una carta de presentació dirigida a tots els centres. La inscripció es realitzava telefònicament.

8. Quin seria el temps òptim per visitar l'exposició? **Aproximadament 1 hora.**

9. Quant de temps va estar exposada? **Des del 24 de març al 5 de maig de l'any 2000.**

10. A on és dugué a terme l'exposició? **Espai Ramon Llull, casa de cultura, Palma.**

11. Quin preu tenia accedir a l'exposició? **Gratuïta**

12. Quan va costar muntar-la? **La majoria de peces eren cedides. Es desconeix el muntant total. El principal cost va ser traslladar la peça de màrmol den Joan Costa.**

13. Quanta gent va acudir a visitar l'exposició? I quants de centres? **Es varen esgotar els torns dels dos monitors durant les 3 setmanes de visita de l'exposició.**

14. Es dugueren a terme altres activitats relacionades amb l'Exposició? **Es dugueren a terme dues conferències. Els ponents foren Antonio Pérez Gómez de la Universitat de Granada, Llorenç Huguet de la Universitat de les Illes Balears.**

Fitxa per conèixer l'aprofitament didàctic i la concepció de l'exposició matemàtica: IMAGINARY. Una mirada matemàtica.

1. Qui és l'impulsor de l'exposició? **Centenari Real Sociedad Matemática Española (RSME)**

2. A quin tipus d'alumnes va dirigida? **Sobretot per alumnes de secundària i batxillerat, encara que també hi assistiren centres de primària.**
   També estava oberta a tota la població que hi volgués assistir.

3. De quins recursos es disposa? (imatges, peces, material manipulable): Es va disposar de grans **panells** amb imatges a alta definició i una descripció del possible fenomen natural que podien representar.
   També hi havia **peces en 3D**, les quals algunes d'elles eren manipulables. Finalment hi havia pissarres interactives amb diversos **softwares i applets** informàtics que permetien als alumnes simular varis processos:
   - **Morenaments:** permetia realitzar tessel·lacions del pla utilitzant qualsevol patró.
   - **j-Reality:** programa de realitat virtual que permetia "entrar" dins les superfícies en 3D i veure-les per dins.
   - **Cinderella**: permet observar programes físics i matemàtics.
   - **Surfer**: permetia als alumnes dissenyar les seves pròpies superfícies modificant els paràmetres de les seves fórmules.

   a. Com es la grandària de les peces? No eren gaire grans, mida aproximada d'un llibre de 20x20x3 cm.

4. Les visites són guiades? Qui són i de on surten els guies?

Les visites eren guiades per monitors, els quals eren **estudiants de matemàtiques** de la universitat i que van ser formats pels propis professors de la universitat. Cal destacar que també es donava formació als professors dels centres que ho desitjaven.

5. S'utilitzava alguna fitxa d'aprofitament didàctic durant la visita? I després?

Durant la visita no s'explicava tot els continguts de l'exposició. Cada monitor tenia una **certa llibertat** en explicar el que creia més interessant o profitós en cada visita sempre dins uns certs marges.
Depenia ja dels centres assistents que els alumnes portessin una guia didàctica amb activitats relacionades amb l'exposició. Normalment no era així.

6. Es realitza algun tríptic amb informació o es proporciona informació a alguna web prèviament a l'inici de l'exposició?

   Sí, a tots els centres que ho demanaven, se'ls enviava tot tipus d'informació en format web o mitjançant l'edició de tríptics informatius sobre l'exposició.

7. Quin seria el temps òptim per visitar l'exposició?

   Entre una hora i quart i una hora i mitja, encara que els alumnes podien estar-hi tot el temps que volien.
8. Quant de temps va estar exposada?

   Era una exposició **itinerant** que es va realitzar a 14 ciutats d'Espanya i concretament a Palma durant 1 mes (31 març – 26 abril 2011).

9. A on és dugué a terme l'exposició?

   A la de Palma, es realitzà a les instal·lacions de **Sa Riera**.

10. Quin preu tenia accedir a l'exposició?

    Era totalment **gratuïta.**

11. Quan va costar muntar-la?

    No es sap en certesa, però al govern de la comunitat autònoma entre **9 i 12 mil euros**.

12. Quanta gent va acudir a visitar l'exposició? I quants de centres?

    En total, hi acudiren **1558 visitants**, aproximadament uns 80 de mitjana per dia. Hi acudiren moltes de centres de secundària entre els quals estaven el Guillem Sagrera, La Salle, Sant Josep Obrer o l'IES Son Pacs. Els grups estaven formats per aproximadament 30 alumnes.

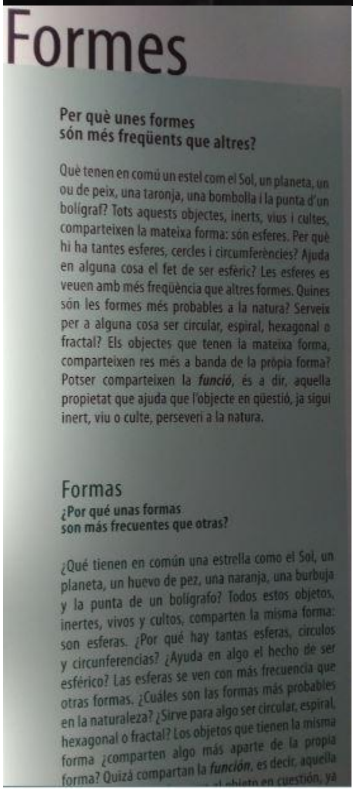
13. Es dugueren a terme altres activitats relacionades amb l'Exposició?

    Sí. Es va realitzar un **cicle de conferències** durant les setmanes que es va dur a terme l'exposició:
    - "Estadística para entendernos".
    - "La visión fractal de Gaudí en la catedral de Mallorca".
    - "Nuevas tecnologías al servicio de la población".

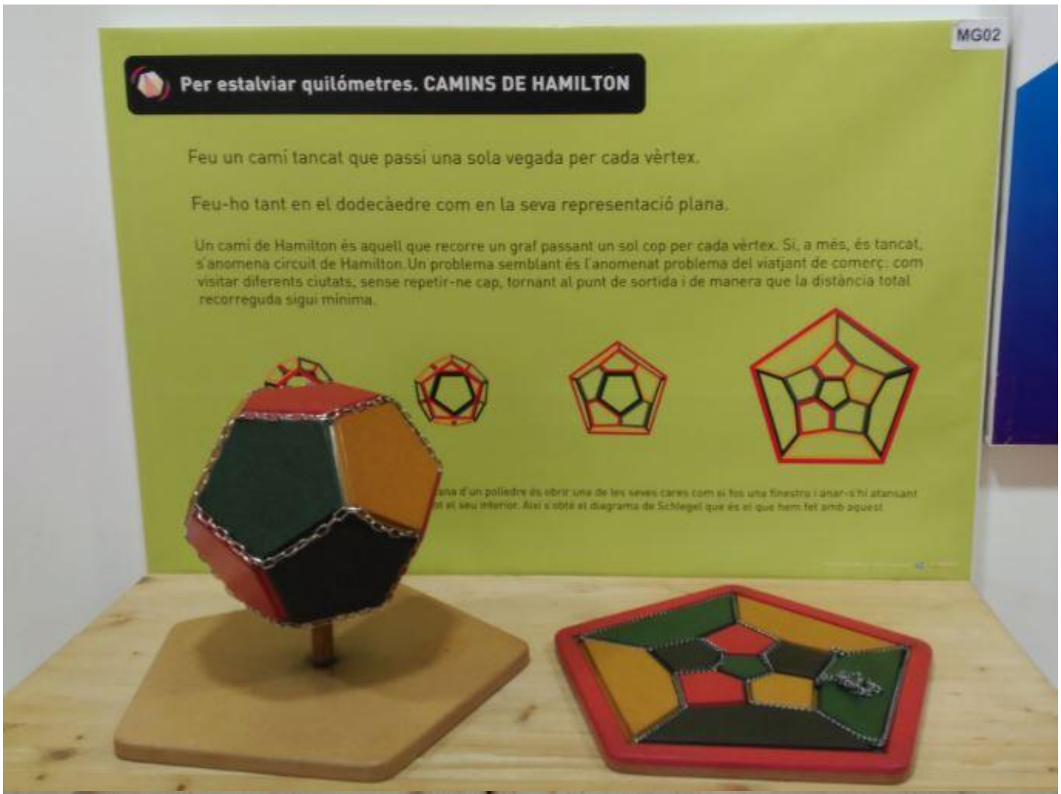
    A més, també es feren activitats relacionades amb el programa **TutorMates**.

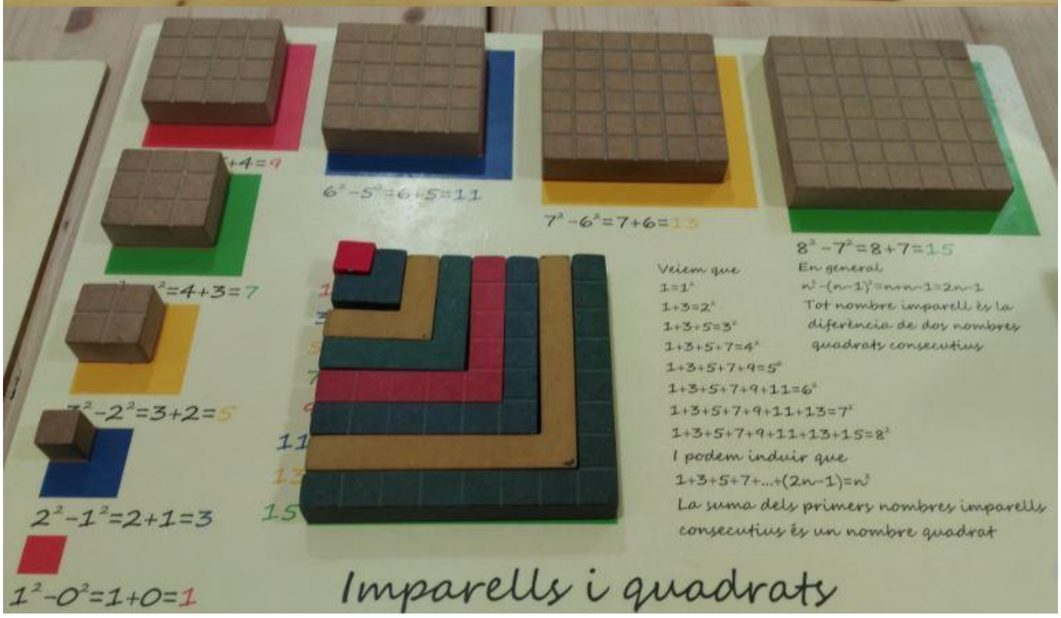
Fotografies exposicions:

La Forma:



MMACA:


MG02
Per estalviar quilómetres. CAMINS DE HAMILTON
Feu un camí tancat que passi una sola vegada per cada vèrtex.
Feu-ho tant en el dodecàedre com en la seva representació plana.
Un camí de Hamilton és aquell que recorre un graf passant un sol cop per cada vèrtex. Si, a més, és tancat, s'anomena circuit de Hamilton.Un problema semblant és l'anomenat problema del viatjant de comerç: com visitar diferents ciutats, sense repetir-ne cap, tornant al punt de sortida i de manera que la distància total recorreguda sigui mínima.


$6^2-5^2=6+5=11$
$7^2-6^2=7+6=13$
$8^2-7^2=8+7=15$
Veiem que
$1=1^2$
$1+3=2^2$
$1+3+5=3^2$
$1+3+5+7=4^2$
$1+3+5+7+9=5^2$
$1+3+5+7+9+11=6^2$
$1+3+5+7+9+11+13=7^2$
$1+3+5+7+9+11+13+15=8^2$
I podem induir que
$1+3+5+7+...+(2n-1)=n^2$
La suma dels primers nombres imparells consecutius és un nombre quadrat
En general
$n^2-(n-1)^2=n+n-1=2n-1$
Tot nombre imparell és la diferència de dos nombres quadrats consecutius
$2^2-1^2=2+1=3$
$1^2-0^2=1+0=1$
Imparells i quadrats


PA26
ARC CATENARI
Construïu l'arc de catenària amb l'ajuda del cindri de fusta.
Tot seguit retireu amb molt de compte el cindri.
L'arc s'aguanta tot sol a terra, sense necessitat de posar contraforts laterals.
PA25
ARC DE MIG PUNT
Construïu un arc de mig punt
Perquè s'aguanti bé, cal recolzar-lo per cada costat amb les peces de fusta, que fan de contraforts laterals.


POLÍEDRES DUALS
PA01
Construïu el dual del dodecàedre
La relació principal que tenen dos políedres
viat el nombre de cares amb el de
vèrtexs, coincidint en canvi amb el nombre d'a
En els políedres regulars el cub (6 cares, 12
12 arestes i 6 vèrtexs) són
duals l'un de l'altre.
També ho són el dodecàedre (12 cares, 3
, 30 arestes i 12 vèrtexs).
En canvi el tetràedre (4 cares, 6 arestes i
Si tenim un políedre podem construir el seu
na de les seves arestes una
aresta del nou políedre, de manera que aques
el vell, siguin perpendiculars.


Quina és la proporció de boles blaves?
LS02


Coincidències:
LS08

Enquesta percepció exposicions matemàtiques

Percepció Exposicions matemàtiques

Aquesta enquesta és anònima. Forma part del Treball Final de Màster que estic realitzant sota la tutoria de Josep Lluís Pol. Gràcies per la teva col·laboració.
Autor: Jaume Sastre Tomàs

Edat

- ☐ 20-30
- ☐ 31-40
- ☐ 41-50
- ☐ 51-60
- ☐ >60

Sexe

- ○ Home
- ○ Dona

1. Quantes exposicions sobre matemàtiques o relacionades directament amb elles recordes que s'hagin fet a Mallorca?

- ☐ Cap
- ☐ 1 o 2
- ☐ 2-5
- ☐ Més de 5

1.1 Les podries anomenar?

Your answer

2. Has anat a alguna d'elles amb alumnes teus?

- ○ SÍ
- ○ NO

2.1 A quines?

Your answer

3. Hi havia monitors que guiaven la visita?

- ○ SÍ
- ○ NO

3.1 En quines?

Your answer

4. Cas que hi hagis anat, recordes haver utilitzat algun tipus de material per preparar la visita?

○ SÍ

○ NO

4.1 Quin?

Your answer

4.2 I després de la visita? Quin?

○ SÍ

○ NO

4.3 Quin?

Your answer

5. Creus que són d'utilitat o profit per als alumnes les sortides per visitar exposicions?

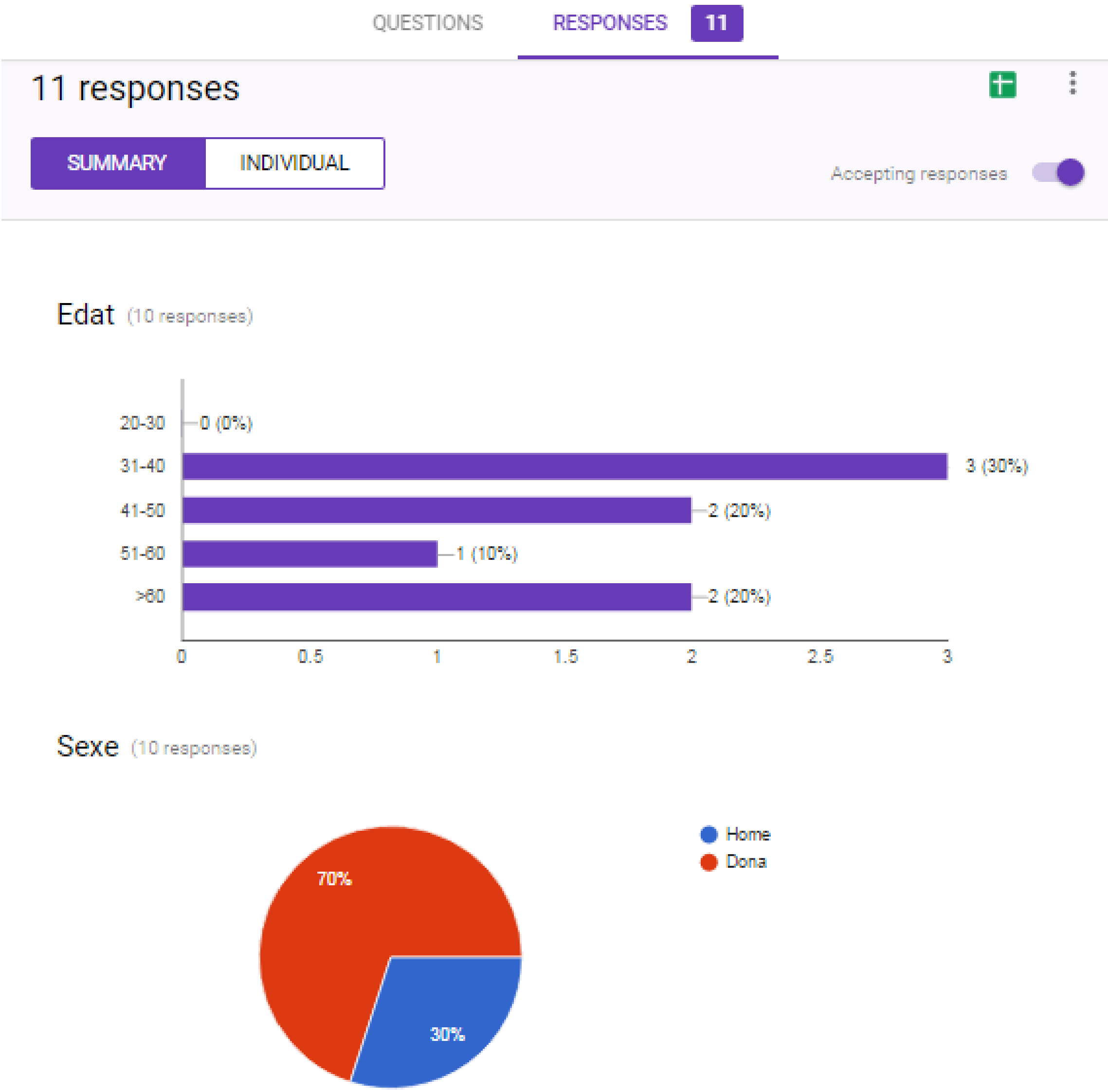
○ SÍ

○ NO

6. Sobre quina temàtica te pareixeria interessant una exposició de matemàtiques?

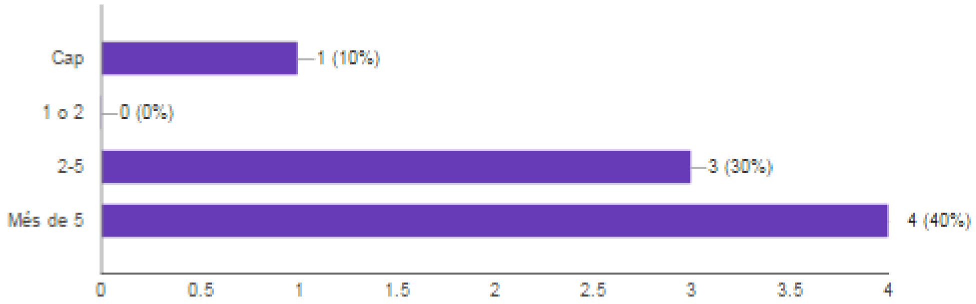
Your answer

Resultats enquesta percepció de les matemàtiques



1. Quantes exposicions sobre matemàtiques o relacionades directament amb elles recordes que s'hagin fet a Mallorca?

(10 responses)



1.1 Les podries anomenar? (8 responses)

Mesures tradicionals, Quadrant idees, Any 2000, Dia escolar de les Matemàtiques

Art i mat.
Pau i mat.
Música i mat
Geometria i ciutats
Euler...
Quadrats...
...

Museu de matemàtiques de Catalunya (jaem), ies santanyí (departament de matemàtiques, de musica,...), xeix en va fer una al museu de mallorca i una a sa riera, una sobre funcions que hi va haver a sa riera. No record els noms concrets.

Imaginary; exposicio jornades de matematiques a mallorca

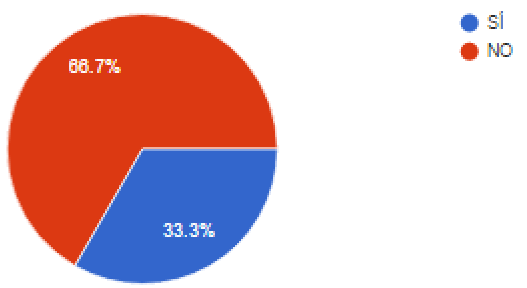
Quadrant Idees, diverses exposicions a Santanyí amb temàtiques diverses, no record altres títols però n'hi ha hagut més.

Al Cep d'Inca fa anys
A Santanyí
Al Centre Cultural de Sa Nostra a Palma
A les JAEM

Una que es va fer a la Misericòrdia, no record el nom, mesures tradicionals, arts matemàtiques, una sobre quadrats, diverses fires de la ciència, IMAGINARY, una sobre nombres al Caixaforum, ...

Horitzonts Matemàtics, Fires de la Ciència, JAEM...

2. Has anat a alguna d'elles amb alumnes teus? (11 responses)



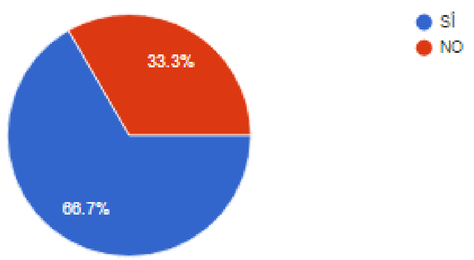
2.1 A quines? (3 responses)

Les quatre primeres

A totes les que he esmentat

A totes

3. Hi havia monitors que guiaven la visita? (8 responses)



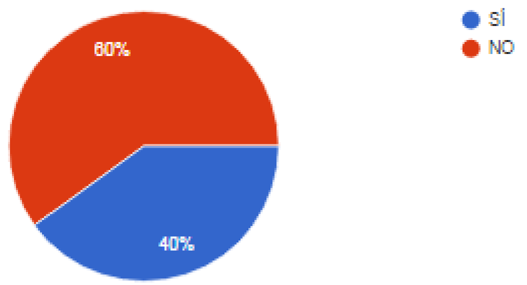
3.1 En quines? (3 responses)

Les quatre primeres alumnes, les altres professors

A la de Santanyí

En totes si hi anavem en horari concertat

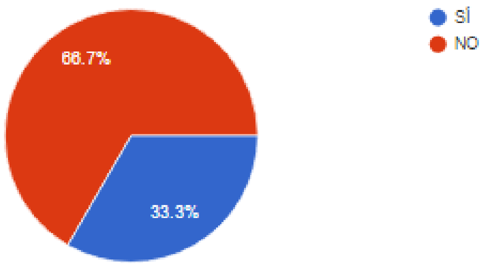
4. Cas que hi hagis anat, recordes haver utilitzat algun tipus de material per preparar la visita?
(7 responses)



4.1 Quin? (2 responses)

Internet i materials varis
Qüestionaris

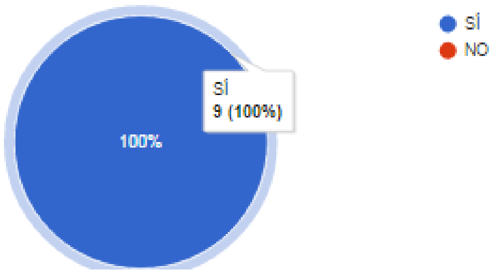
4.2 I després de la visita? Quin? (3 responses)



4.3 Quin? (1 response)

Reculls de respostes i comentaris

5. Creus que són d'utilitat o profit per als alumnes les sortides per visitar exposicions?
(11 responses)



6. Sobre quina temàtica te pareixeria interessant una exposició de matemàtiques?

(9 responses)

Qualsevol que estigui directament relacionada amb el currículum ja que si no és difícil integrar-ho a la programació.
Qualsevol
Sobre la relacio entre aspectes de matematiques i la realitat propera dels alumnes.
Matemàtiques aplicades al món tecnològic
Geometria i realitat quotidiana
Usos de les matemàtiques a la vida real (més enllà de l'aritmètica), per ajudar a respondre la clàssica pregunta "I això per a què em servirà?"; Les matemàtiques a diferents professions.
Aplicades a l'ús quotidià
Geometria en qualsevol aspecte que l'acosti a l'alumnat. Aplicacions a la vida quotidiana (com seria la vida sense matemàtiques?)
Geometria