



**Universitat**  
de les Illes Balears

# Aportació de les dones a les matemàtiques: perspectiva històrica i propostes didàctiques

ISABEL MARIA MESTRE BAUZÀ

**Memòria del Treball de Fi de Màster**

Màster Universitari en Formació del Professorat

(Especialitat de Matemàtiques)

de la

UNIVERSITAT DE LES ILLES BALEARS

Curs Acadèmic 2015-16

*Juny 2016*

*Tutor: Francesc Rosselló Llompарт*

## Resum

És ben sabut que, des de molt enrere, hi ha hagut unes feines o dedicacions que s'assignen directament a rols de gènere, i en el cas dels estudis superiors passa un poc el mateix. Es pot pensar que les carreres tècniques atreuen menys les dones, però, és realment així o l'educació fa que sigui així?

En aquest treball es fa una anàlisi de la literatura que fa referència als beneficis d'incloure la història de les matemàtiques a les classes de matemàtiques, i això comporta incloure les dones que hi han participat.

Es tracta de donar visibilitat a les dones que hi han fet aportacions, perquè, per qüestions que vénen de lluny, han quedat amagades. Així mateix, es presenten algunes causes concretes d'aquesta situació de desigualtat i es plantegen solucions per assolir una equitat en l'àmbit de l'educació i en l'àmbit laboral, alhora que es mostren iniciatives que es duen a terme en aquest sentit per diferents vies però amb un mateix objectiu.

Finalment, es desenvolupen alguns recursos didàctics per incloure la història a les classes de matemàtiques i, en concret, la història de dones que mereixen ser conegudes i rescatades de l'oblit, a la vegada que serveixen de referents per a moltes joves, perquè, amb el seu exemple, les dones de demà podran veure que els estereotips es poden trencar.

**Paraules clau:** dones, matemàtiques, ciència, història, recursos didàctics

## Índex

Objectius del treball.....	1
Estat de la qüestió.....	2
Importància dels coneixements d'història de les matemàtiques .....	3
Presència de les aportacions realitzades per dones.....	6
Anàlisi de les causes de la desigualtat per assolir l'equitat desitjada .....	8
Representació a través de col·lectius .....	9
Representació a la xarxa .....	11
Exposicions i activitats .....	12
Motius.....	16
Desenvolupament de la proposta.....	20
Història i dones matemàtiques.....	21
Theano i el nombre d'or .....	28
Sofia Kovalevskaya i les successions, les sèries i el concepte d'infinít....	32
Emmy Noether i els mosaics .....	39
Grace Chisholm Young i els poliedres .....	45
Conclusions.....	50
Referències bibliogràfiques .....	52
Annexos .....	54

## **Objectius del treball**

### **Objectius generals:**

- Justificar la idoneïtat d'emprar recursos didàctics basats en la història de les matemàtiques en l'ensenyament secundari d'aquesta matèria.
- Manifestar la necessitat d'emfatitzar el paper de la dona i les seves contribucions a les matemàtiques al llarg de la història, perquè serveixin d'exemple per a les joves i potenciïn i augmentin el seu interès per cursar carreres científiques.
- Recuperar la memòria històrica pel que fa al treball de les dones en l'àmbit científic i tecnològic.

### **Objectius específics:**

- Seleccionar i estudiar les aportacions que han fet algunes dones (a tall d'exemple) a les matemàtiques, i deixar constància de les condicions (generalment adverses) en les quals han hagut de treballar.
- Desenvolupar alguns recursos didàctics per utilitzar a les classes de matemàtiques i donar a les dones el protagonisme merescut.

## **Estat de la qüestió**

Actualment, i en els darrers anys cada vegada amb més èmfasi, la preocupació per fer visibles les aportacions de les dones a les matemàtiques, i a la ciència en general, al llarg de la història és més que evident. Per això, podem trobar una vasta col·lecció de llibres, de publicacions i d'articles orientats a aquesta finalitat; els quals podríem dividir en tres branques diferenciades segons el tractament que rep el paper específic de les dones en la història de les matemàtiques, encara que alguns es podrien ubicar en més d'una branca.

Hi hauria un primer grup format pels escrits que incideixen en la importància dels coneixements epistemològics i que animen al fet que es conegui la història de les matemàtiques, la qual cosa comporta el reconeixement de personatges importants, sense discriminació per qüestió de gènere. Un segon grup estaria format pels textos que pretenen introduir i remarcar aportacions realitzades per dones, amb la voluntat de trencar amb el desequilibri manifest i que s'arrossega per qüestions culturals, alhora que volen servir d'exemple encoratjador per a les dones de demà. I, un tercer grup, el d'aquells que analitzen i estudien el perquè de la desigualtat existent per causes de gènere i busquen estratègies per assolir una equitat en el món de la ciència i la tecnologia en l'àmbit universitari i també en el laboral.

A banda de textos, també es pot trobar molt material de tarannà divers que hi fan referència: exposicions, documentals, vídeos i, fins i tot, campanyes publicitàries amb el mateix propòsit. També moltíssims llocs web i blocs, tant d'associacions formades amb la idea d'encoratjar específicament les dones, vetllar per l'assoliment de l'equitat en l'educació i interessar-se i estudiar els vincles entre el gènere i l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques, com d'organitzacions motivades per la voluntat de dur a terme esdeveniments, jornades, congressos i moltes altres activitats de caire més lúdic, però no per això menys efectives.

## **Importància dels coneixements d'història de les matemàtiques**

Nombrosos articles publicats a les revistes *Enseñanza de las Ciencias*, *Suma*, *Números* i *Epsilon*, entre d'altres, són testimoni que l'interès per introduir la història a les classes de matemàtiques és un fet palpable (Sierra 2000).

Entre els escrits que suggereixen considerar la importància de l'epistemologia i la història de les matemàtiques entre els coneixements del professorat per poder impartir-los a les classes de matemàtiques, a meitat del segle passat, hi havia autors com Boyer (1949) —citats per González Urbaneja (1991)— que manifestaven la transcendència d'aquestes idees:

Los maestros, estudiantes, y los amantes del estudio en general, que quieran comprender realmente las fuerzas y las formas de la Ciencia, han de tener alguna comprensión del estado presente del conocimiento como un resultado de la evolución histórica. De hecho la reacción contra el dogmatismo en la enseñanza científica ha despertado un interés creciente hacia la Historia de la Ciencia. Durante las décadas recientes se han hecho grandes progresos en la investigación de las raíces históricas de la Ciencia en general y de la Matemática en particular.

Autors com Kline (1992) valoren la importància de conèixer errors del passat per incentivar i avançar en el camp de la investigació:

Las cuidadas y ordenadas exposiciones que se hacen en los cursos habituales no muestran en absoluto los conflictos del proceso creativo, las frustraciones, y el largo y arduo camino que los matemáticos han tenido que recorrer para llegar a construir una estructura importante. [...] el conocimiento de cómo han avanzado los matemáticos dando traspies, a veces en la oscuridad más absoluta, hasta llegar a reunir las piezas individuales de sus resultados, debería animar a cualquier principiante en la investigación.

Més recentment, autors com González Urbaneja (2004) proposen la història com a element motivador i, en particular, la història de les matemàtiques com a element enriquidor interdisciplinari, que pot fer de nexa entre les matèries de ciències i les de lletres:

La Historia de las Matemáticas es una fuente inagotable de material didáctico, de ideas y problemas interesantes y también, en un alto grado, de diversión y recreo

intelectual, en suma de enriquecimiento personal, científico y profesional, que el profesor puede aprovechar para motivar su labor de transmisión del conocimiento [...]. La Historia de las Matemáticas como lugar de encuentro entre las ciencias y las humanidades, es un instrumento magistral para enriquecer culturalmente la Enseñanza de la Matemática e integrarla de forma armónica e interdisciplinar en el currículum académico.

I, segons Montesinos (2010), aquesta connexió entre diverses disciplines és bàsica per entendre el perquè de l'evolució de la ciència:

El cultivo de la interdisciplinariedad se nos presenta como fundamental y necesario para romper con la «incultura del especialista» tan común en todos nosotros [...] queda fuera de la enseñanza la realidad de la ciencia, es decir, por una parte, el conjunto de problemas a que la ciencia ha ido dando respuesta (para recuperar el sentido de cuya génesis se requieren conocimientos de Historia de la Ciencia) y, por otra, las aplicaciones que cada descubrimiento científico ha ido teniendo tanto dentro como fuera de la ciencia, lo que permite comprender su utilidad y consiguiente conversión en una de las mayores fuerzas de transformación del mundo y de la vida.

Autors com Sierra (2000) justifiquen la integració de la història de les matemàtiques en el seu ensenyament, així:

Para el profesor constituye un antídoto contra el formalismo y el aislamiento del conocimiento matemático y un conjunto de medios que le permiten apropiarse mejor de dicho conocimiento, a la vez que le ayuda a ordenar la presentación de los temas en el currículum. La exploración de la historia por parte del profesor le ayuda igualmente a descubrir los obstáculos y dificultades que se han presentado, los errores cometidos por los propios matemáticos (que a veces se reproducen en los alumnos), así como la visión de la actividad matemática como actividad humana con sus glorias y miserias. Para los alumnos prepara un terreno donde las matemáticas dejan de jugar el papel de edificio acabado, restableciéndose su estatus de actividad cultural, de actividad humana, a la vez que les ayuda en su motivación para el aprendizaje. Además facilita conocer la génesis de los conceptos y los problemas que han pretendido resolver y ayudar a su comprensión.

Aquesta capacitat de poder relacionar transversalment diferents matèries i de convidar els estudiants a fer els descobriments per ells mateixos és el que manté la motivació i potencia les ganes d'aprendre matemàtiques.

El mateix Sierra (2009) proposa diverses maneres d'introduir la història de les matemàtiques a les classes d'aquesta matèria:

Algunas de las formas del uso de la historia de las matemáticas en el aula son las siguientes:

- i) Mencionar anécdotas matemáticas del pasado.
- ii) Presentar introducciones históricas de los conceptos que son nuevos para los alumnos.
- iii) Fomentar en los alumnos la comprensión de los problemas históricos cuya solución ha dado lugar a los distintos conceptos que aprenden en clase
- iv) Impartir lecciones de historia de las matemáticas.
- v) Idear ejercicios utilizando textos matemáticos del pasado.
- vi) Fomentar la creación de posters, exposiciones u otros proyectos con un tema histórico.
- vii) Realizar proyectos en torno a una actividad matemática local del pasado
- viii) Usar ejemplos del pasado para ilustrar técnicas o métodos.
- ix) Explorar errores del pasado para ayudar a comprender y resolver dificultades de aprendizaje.
- x) Idear aproximaciones pedagógicas al tópico de acuerdo con su desarrollo histórico.
- xi) Idear el orden y estructura de los temas dentro del programa de acuerdo con su desarrollo histórico.

Figueiras, Molero, Salvador i Zuasti (1998) exposen que la història de les matemàtiques és una eina de millora de l'aprenentatge i a la vegada proposen la utilitat i el profit que es pot obtenir donant a conèixer l'existència de dones científiques:

En la clase de matemáticas usualmente se proporcionan los conceptos y los hechos totalmente elaborados y no se estudian las dificultades, las razones o los procedimientos de los que han surgido. El conocimiento de la historia de las matemáticas es una excelente introducción a las distintas materias, ya que mejora el aprendizaje conocer la evolución histórica de las matemáticas y la forma de trabajar del matemático/a profesional. Proponemos ampliar esta historia



añadiendo también la contribución de las mujeres científicas y matemáticas, pues el simple conocimiento de que estas mujeres han existido ya puede servir como modelo a las alumnas. Descubrir e investigar sobre la historia de estas mujeres matemáticas puede ser un magnífico pretexto para «hacer matemáticas en la clase de matemáticas».

Aconseguir millorar l'aprenentatge dels alumnes ha de ser una de les inquietuds dels ensenyants, així doncs, veiem que la introducció de la història de les matemàtiques és útil perquè proporciona a l'alumne una visió de la manera com s'han anat formant els conceptes matemàtics al llarg del temps, fent-li veure que la ciència no és estàtica, sinó que està en evolució constant. Una altra preocupació dels docents ha de ser saber motivar-los, i la introducció de la història permet a l'alumne observar els conceptes que s'estudien a classe com resultat de l'esforç dels matemàtics per augmentar el coneixement de què disposam. En el cas que ens ocupa, les dones que han fet aportacions en aquest procés poden servir d'exemple i ser considerades referents a seguir per tot l'alumnat, amb la qual cosa es poden obtenir canvis molt beneficiosos.

### **Presència de les aportacions realitzades per dones**

Entre els textos d'aquesta branca, destaquen llibres de caire divulgatiu com *Matemàtica es nombre de mujer* de Susana Mataix (1999), *Mujeres, manzanas y matemáticas. Entretejidas* de Xaro Nomdedeu (2000), *El legado de Hipatia. Historia de las mujeres en la ciencia desde la Antigüedad hasta fines del siglo XIX* de Margaret Alic (2005) i *Mujeres matemáticas* de María Concepción Romo Santos (2010), entre molts d'altres. En tots aquests es fa referència a l'educació de les dones en el transcurs de la història i a les dificultats amb les quals es trobaven i, també, al mèrit que suposava que una dona es dedicés a la ciència o les matemàtiques. Com a exemple del contingut que es pot trobar en aquests llibres, vull citar unes paraules que s'atribueixen a Sofia Kovalevskaya en el llibre esmentat de Mataix (1999):

[...] he tenido que sortear los más variados obstáculos; desde el hecho de ser mujer [...] cada paso que he dado ha sido inspeccionado con lupa para describir posibles errores. Mis trabajos científicos han sido escrutados para señalar eventuales debilidades femeninas. He envidiado demasiadas veces a los

hombres, que pueden concentrarse en su labor científica; por eso no me extraña que se casen y escojan sus esposas para liberarse de los estériles trabajos domésticos. Yo, en su caso, haría lo mismo. Ellos no están sometidos a las continuas presiones de la sociedad para que adapten sus costumbres a las normas de uso. [...] He tenido que luchar contra un aluvión de requerimientos sociales que nada tenían que ver con mis trabajos matemáticos.

També es pot fer menció d'algunes biografies com: *Emma Noether, Matemática ideal* de David Blanco Laserna (2005), *Sophie Germain (1776-1831)* de María Molero i Adela Salvador (2007), *Sofía: La lucha por saber de una mujer rusa* de Xaro Nomdedeu (2004), i *Women in Science*, editat per la Comunitat Europea (2009). En aquest darrer text, s'hi traça un itinerari per les vides de dones científiques que cobreixen un ampli recorregut de la història i, a través de les seves experiències i les seves visions, es pot seguir el progrés de l'emancipació femenina: des de l'edat mitjana, quan la ciència i molts altres camps eren gairebé exclusivament reservats als homes, al segle XIX, quan les dones van començar a fer avenços importants, i fins a dècades més recents, quan se suposava que les dones aconseguirien la igualtat. Finalment, afegiria el llibre *Las damas del laboratorio: Mujeres científicas en la historia* de María José Casado, en el pròleg del qual Margarita Salas (2006) escriu:

El anonimato ha perseguido, históricamente, a las mujeres dedicadas a la ciencia. Han sido sometidas al desprecio por sus colegas, y han sufrido la indiferencia de las instituciones académicas y, en muchos casos, la apropiación de sus descubrimientos por parte de compañeros ante el silencio cómplice de la comunidad científica masculina. [...] este ejercicio de memoria y reivindicación del papel de la mujer en el saber universal permitirá valorar, en su justa medida, su destacada contribución al progreso científico.

Així doncs, aquests llibres tenen la voluntat de treure a la llum les dones i les seves aportacions a les matemàtiques i reivindicar tant el valor de la seva contribució com rescatar les històries i dificultats que cadascuna hagué de superar per realitzar-la. Aquesta presència i/o percepció és de vital importància per superar la manca de representació que encara avui tenen les dones en l'àmbit de les ciències.

## **Anàlisi de les causes de la desigualtat per assolir l'equitat desitjada**

Entre els documents que tracten l'origen d'aquesta situació desigual entre homes i dones es poden ressaltar les aportacions de *Género y matemáticas* de Lourdes Figueiras, María Molero, Adela Salvador i Nieves Zuasti (1998), *Ciencia y género* de Eulalia Pérez Sedeño i Paloma Alcalá Cortijo (2001) i també *Escritos sobre ciencia, género y educación* de Margarita Comas Camp (2001).

A. Salvador exposa en un article publicat arran de les primeres jornades sobre dones i ciència organitzades per l'Instituto de Investigaciones Feministas i recollit en el llibre de V. Frias (2001):

La Historia de las Matemáticas que conocemos [...] está centrada en los descubrimientos de un grupo selecto de hombres de raza blanca, cuya situación de privilegio por haber recibido una esmerada formación y pertenecer a una familia de clase acomodada, les permitió cultivar sus inquietudes científicas. Entre estos nombres podemos destacar el de algunas mujeres que han logrado sobrevivir a la influencia masculina de una sociedad patriarcal, que les ha puesto muchas dificultades para desarrollar un trabajo científico y aún más para que éste sea reconocido en los libros de historia.

S'han fet molts estudis i escrit molts articles sobre aquesta temàtica, i les conclusions es van repetint: en el món de les ciències es manifesta una gran falta d'equitat, tant pel que fa a la presència de fèmines com a la igualtat de condicions laborals (tipus de contracte, salari, etc.), atès principalment a dues raons: les dificultats de les dones per aconseguir una educació matemàtica abans de la segona meitat del segle XX, i també la falta de recolzament i comprensió per rellevar-les de les tasques quotidianes que se li atribuïen: ocupar-se de la casa i dels fills.

Aquests textos tracten d'explicar el perquè d'aquesta manca de representativitat de les dones en les ciències. Posant en evidència tant les dificultats que, històricament, han tengut per adquirir el coneixement i la posició necessaris per formar part de la comunitat científica, com el silenci sobre les seves aportacions en el cas d'haver aconseguit superar aquests entrebancs.

Queda clar així que l'escassa presència de les dones en aquest camp no és deguda a una suposada falta de femineïtat intrínseca de les ciències, sinó a l'estructura patriarcal de la societat.

### **Representació a través de col·lectius**

L'existència d'associacions formades per reivindicar la posició de les dones en un entorn que no les té en compte és una altra mostra de la realitat d'aquesta problemàtica. Algunes de les més representatives són:

#### *Association for Women in Mathematics (AWN)*

<<https://sites.google.com/site/awmmath/home>>

Aquesta associació americana va ser fundada l'any 1971 amb la finalitat d'encoratjar les dones a estudiar i tenir carreres actives en matemàtiques, i de promoure la igualtat d'oportunitats i la igualtat de tracte de les dones en l'àmbit professional de les carreres científiques. El seu lloc web conté informació sobre activitats, recursos educatius, enllaços a biografies de dones matemàtiques i referències bibliogràfiques.

#### *European Women in Mathematics (EWM)*

<<http://www.europeanwomeninmaths.org>>

Associació d'àmbit europeu de dones que treballen en el camp de les matemàtiques, fundada l'any 1986 amb l'objecte d'animar les dones a estudiar matemàtiques; de donar-hi suport en les seves carreres; de cooperar amb els grups i les organitzacions amb objectius similars; de donar protagonisme i visibilitat a dones matemàtiques; i de difondre la seva visió de les matemàtiques i les ciències.

#### *Femmes et Mathématiques*

<<http://www.femmes-et-maths.fr>>

Aquesta associació va néixer l'any 1987 amb la voluntat de posar remei al reduït nombre de dones existent en les professions científiques a França, especialment en matemàtiques. Els seus principals objectius són: fomentar la presència de les dones en matemàtiques i en estudis científics i tècnics; actuar per aconseguir la paritat en les «matemàtiques de negocis»; aconseguir que

més dones es matriculin en carreres tècniques a les universitats; promoure la participació de les dones en els cercles matemàtics; i educar la comunitat científica i educativa en la qüestió de la igualtat de gènere.

*The African Mathematical Union: Commission on Women in Mathematics in Africa (AMUCWMA)*

<<http://www.math.buffalo.edu/mad/AMU/amucwma>>

Comissió formada l'any 1986 amb la finalitat de generar activitats i programes destinats a encoratjar les dones del continent africà a estudiar i fer carreres en les ciències matemàtiques; mobilitzar les joves de tot el continent a mostrar més interès per les matemàtiques; posar en marxa diferents estudis sobre les dones i les matemàtiques a l'Àfrica; i, finalment, cooperar amb altres organitzacions amb objectius similars.

*The International Organization of Women and Mathematics Education (IOWME)*

<<http://www.mathunion.org/iowme>>

Les arrels d'aquesta organització es remunten a 1976, quan es va organitzar una sessió especial durant el transcurs del III Congrés Internacional d'Educació Matemàtica (ICME-3) per discutir el tema «Dones i Matemàtiques». L'associació va ser formada com a resultat d'aquella trobada i el grup va tenir la seva reunió inaugural a ICME-4. La IOWME es va convertir en un grup d'estudi afiliat de la Comissió Internacional d'Instrucció Matemàtica (ICMI) el 1987 i continua com a tal en l'actualitat.

La IOWME és una xarxa internacional orientada a aconseguir la igualtat d'oportunitats en educació matemàtica que pretén ser un fòrum per als interessats en la relació entre el gènere i les matemàtiques. Proveeix informació diversa sobre aquest tema i desenvolupa recerca sobre la participació femenina en les matemàtiques, la ciència i la tecnologia, els factors que influeixen en la participació de les dones en les matemàtiques i les estratègies i programes per incrementar aquesta participació.

*Mujeres y matemáticas (comissió de la Real Sociedad Matemática Española)*

<<http://mym.rsme.es>>

És una comissió que es va constituir l'any 2003 amb dos objectius principals: posar de manifest les aportacions de les dones matemàtiques de l'Estat en l'àmbit de l'educació i de la recerca, i ressaltar els problemes d'integració que determinen que la dona no aconsegueixi llocs de responsabilitat professional.

### **Representació a la xarxa**

Es troben a l'abast multitud de blocs i llocs web. Les dues que semblen més destacables per la seva trajectòria i per la diversitat en les aportacions que ofereixen relacionades amb el tema en qüestió són:

#### *Mujeres con ciencia*

<<http://mujeresconciencia.com>> (a càrrec de Marta Macho-Stadler)

#### *Mujeres en la historia*

<<http://www.mujeresenlahistoria.com>> (a càrrec de Sandra Ferrer Valero)

Hi ha també molts espais orientats exclusivament a compartir amb el públic biografies de dones matemàtiques, entre els quals despunten per la seva abundància i riquesa d'informació:

#### *Biographies of Women Mathematicians*

<<https://www.agnesscott.edu/lriddle/women/women.htm>>

#### *Women in Math: Biographies*

<<http://pages.uoregon.edu/wmnmath/People/index.html>>

#### *Female mathematicians*

<<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Indexes/Women.html>>

#### *4000 years of Women in Science*

<<http://www.astr.ua.edu/4000WS>>

#### *La Mujer en las Matemáticas y las Ciencias de Cómputos*

<<http://mate.uprh.edu/museo/mujeres/index.html>>

## **Exposicions i activitats**

Per difondre el missatge i que arribi a més gent, també s'han elaborat exposicions amb la voluntat de fer extensiu el missatge pel qual han estat concebudes, i algunes que cal anomenar per la qualitat del seu contingut i per la iniciativa que promouen són:

### *La mujer, innovadora en la ciencia*

Amb motiu de l'any de la Ciència (2007), des de la Comisión Mujeres y Matemáticas de la RSME es va preparar el muntatge d'aquesta exposició, en la qual es presenta la vida i l'obra de vint científiques (properes a les matemàtiques) de tots els temps, i que es pot utilitzar com a valuós recurs didàctic des d'un punt de vista coeducatiu, per ajudar a reflexionar sobre el paper de la dona en la ciència i per introduir una nova perspectiva en les matemàtiques. En els panells es pot trobar un resum de les biografies, aportacions i, fins i tot, algunes propostes d'activitats relacionades amb cadascuna de les dones que es presenten en la mostra (alguns s'adjunten en els annexos). Els panells es poden descarregar de l'adreça següent:

<<http://www.rsme.es/comis/mujmat/mujer-ciencia/Exposicion.htm>> i també, si es vol, es pot sol·licitar el préstec del muntatge de l'exposició.

### *Mujer, ciencia y tecnología*

Exposició promoguda pel Fons Social Europeu i dins de la Iniciativa Comunitària Equal, dirigida a promoure noves pràctiques de lluita contra la discriminació i desigualtat en el mercat laboral, que treballa per la prevenció i l'eradicació de les discriminacions de gènere en l'àmbit de les noves tecnologies. La Consejería de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno de Canarias és la responsable d'aquesta exposició itinerant, que l'any 2006 es va materialitzar, i va circular per diferents centres educatius de primària i secundària de l'illa de Tenerife amb la temàtica principal sobre el paper històric i actual de les dones en l'àmbit científic i tecnològic. Els panells de l'exposició es poden descarregar de l'adreça següent:

<<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/5/WebDGOIE/html/MujerCienciaTecnologia/paneles.htm>>

### *Pioneres de la Ciència*

Exposició elaborada l'any 2013 per l'Observatori de la Igualtat de la Universitat Rovira i Virgili, que és un servei d'informació i difusió de la realitat de la desigualtat per raó de gènere entre la comunitat universitària i la societat. El seu objectiu era donar a conèixer les aportacions al coneixement científic d'algunes dones destacades. En l'actualitat (març 2016) encara segueix exercint la funció per a la qual va ser concebuda. A l'adreça <<http://www.urv.cat/igualtat/exposicions.html>> es pot trobar la informació necessària per sol·licitar-ne el préstec.

### *Científicas invisibles*

<<https://www.facebook.com/cientificasinvisibles>>

Aquesta exposició és una idea original de la periodista Victoria Toro, amb el suport i finançament de la Red de Universidades Valencianas para el fomento de la Investigación, el Desarrollo y la Innovación (RUVID), i es va presentar a la Universitat Jaume I de Castelló (UJI) l'any 2013. Com les anteriors, també pretén donar visibilitat i reconeixement al treball científic de les dones al llarg de la història. La seva característica principal és que, a més de científiques de renom, també n'hi apareixen d'altres menys conegudes, però que no per això les seves aportacions han resultat menys valuoses. Es pot fer un recorregut virtual per l'exposició en el següent enllaç:

<[http://www.rebri.uji.es/es/exp\\_cientificas/panel\\_1.htm](http://www.rebri.uji.es/es/exp_cientificas/panel_1.htm)>

### *La otra mitad de la ciencia*

Exposició realitzada l'any 2001 (ampliació d'una primera de 1999), organitzada per l'Instituto de la Mujer i la Unió Europea, en la qual es presentava la part de la ciència menys coneguda, la protagonitzada per les dones. En l'ampliació posterior, s'hi varen afegir algunes destacades científiques espanyoles contemporànies. L'Instituto de la Mujer posa l'exposició a disposició de qualsevol entitat interessada de manera gratuïta. La informació completa per sol·licitar-ne el préstec es pot trobar a l'enllaç següent:

<<http://www.inmujer.gob.es/servRecursos/exposiciones/comoSolicitarlas/home.htm>>



Per acabar aquesta secció, cal afegir que s'han organitzat, i s'organitzen encara, jornades i congressos amb la mateixa finalitat. A continuació se n'esmenten alguns dels més representatius:

#### *1er encuentro Mujeres y matemáticas*

<<http://www.rsme.es/comis/mujmat/jornadas-mujeres>>

Jornades celebrades a Santiago de Compostela el 30 de setembre i l'1 d'octubre de 2005, concebudes com un lloc de trobada i discussió sobre alguns dels problemes de gènere que actualment subsisteixen en l'àmbit acadèmic, docent i de recerca en relació amb les matemàtiques. La participació a les jornades estava dirigida a membres de la comunitat científica dins l'àmbit de la recerca i la docència. A l'enllaç indicat es pot trobar informació referent a les conferències que es varen dur a terme.

#### *La mujer como elemento innovador de la Ciencia*

<[www.ual.es/eventos/mujeryciencia](http://www.ual.es/eventos/mujeryciencia)>

Jornades de debat i reflexió celebrades els dies 14 i 15 de novembre de 2008 a la Universidad de Almería, en les quals les dones científiques varen ser les protagonistes. L'objectiu era donar a conèixer el treball que realitzen actualment en l'àmbit científic les dones de l'Estat espanyol, així com el que també han dut a terme altres dones de diferents llocs i èpoques. Durant les jornades es prepararen activitats per fomentar les vocacions investigadores i es tractaren els condicionants que influeixen en l'elecció i el desenvolupament de carreres científiques per part de les dones. La participació a les jornades estava dirigida principalment a professors d'ensenyament secundari, personal docent i investigador (PDI) i, també, a estudiants universitaris.

#### *Girls In ICT- Portal de las niñas en las TIC*

<<http://girlsiniict.org>>

Portal del dia internacional de les noies en les TIC (tecnologies de la informació i la comunicació), que s'ha celebrat des de l'any 2011, amb la participació de cent cinquanta països de tot el món, i en el qual han tengut lloc més de 5.300 activitats que ofereixen una oportunitat per tal que les joves vegin, experimentin i considerin la possibilitat de tenir un futur en el camp de la tecnologia. A l'enllaç

es poden trobar nombrosos exemples d'esdeveniments celebrats i també informació sobre perfils de dones d'èxit en aquestes tecnologies que poden servir de model i sobre la diversitat de carreres relacionades amb les TIC que es poden estudiar.

El que tenen en comú tots aquests escrits, organitzacions, portals web, exposicions, congressos, etc. és la mateixa voluntat de rescatar de l'oblit totes les dones que durant tant de temps han estat tractades immerescudament i injusta, i de qualque manera contribuir a assolir un estat equitatiu i igualitari en qüestió de gènere, a més d'incentivar a cursar carreres tècniques a una nova generació de dones.

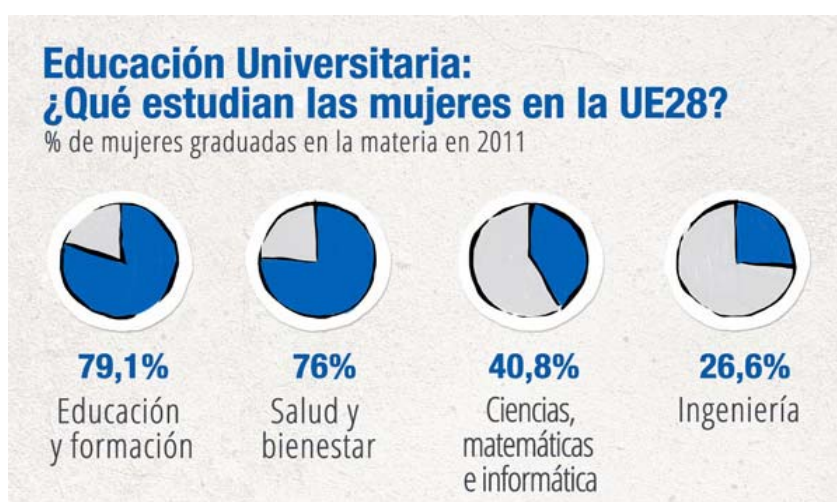
## Motius

La preocupació per fer visibles les dones i les seves contribucions en la història de les matemàtiques va creixent, però, així i tot, el missatge no arriba a quallar. La societat no pareix disposada a modificar hàbits i conductes adquirits al llarg del temps caracteritzats per l'androcentrisme, i per aquest motiu es fa necessari seguir insistint, sense menystenir els avenços i les millores que ja s'han aconseguit. Aquesta visió del món i de la cultura centrada en el punt de vista masculí, heretada d'una imposició cultural de l'estructura patriarcal, ha anat creant al llarg del temps unes idees preconcebudes sobre les facultats intel·lectuals diferenciades segons el gènere i una subordinació del rol femení al masculí.

Els estereotips, les expectatives i els rols establerts influeixen en la percepció que tenen les joves d'elles mateixes, i també pot produir el mateix efecte l'educació que reben. El cinema, la televisió, la publicitat, els videojocs i, fins i tot, les lletres d'algunes cançons que s'escolten ara, contribueixen en gran part al fet que la dominació del patriarcat segueixi plenament vigent malgrat els avenços en matèria socioeconòmica i estat del benestar. La premsa ha contribuït al fet que es conegui una realitat que no és nova i que, per més que en moltes àrees les millores siguin evidents, deixa constància que en l'àmbit de l'educació i en l'àmbit laboral encara es veuen desigualtats per raons de gènere.

Segons un comunicat de premsa del Parlament Europeu de març de 2015, on es recuperen les darreres dades recollides per l'agència Eurostat amb els índexs universitaris de la UE, la mitjana respecte del nombre d'estudiants universitaris en els 28 estats membres és de 121,6 dones per cada 100 homes (dades del 2012), i a l'Estat espanyol de 115,6 dones per cada 100 homes; és a dir, entre un 15% i un 20% més de dones respecte de la quantitat d'homes reben formació universitària. Però les xifres sorprenen quan es concreten els tipus de carreres universitàries: en estudis orientats a l'educació i la formació la presència de dones és d'un 79,1%, en estudis de ciències, matemàtiques i

informàtica la presència de dones disminueix fins a un 40,8% i en estudis d'enginyeria el percentatge de dones cau fins a un 26,6% (dades del 2011). Les dades sorprenen encara més quan s'analitza l'àmbit laboral i s'observa que la taxa d'ocupació dels homes és d'un 69,9% enfront d'un 58,5% de les dones, sobretot tenint en compte que les mateixes dades recollides per l'agència Eurostat diuen que el nombre de dones que finalitzen els estudis universitaris és un 27% superior al nombre d'homes. Finalment, si ens centrem amb els tipus de contractes, les xifres són encara més escandaloses: un 31,9% de les dones tenen contractes que no són de jornada completa, i només els tenen del mateix tipus el 8,4% dels homes.



Font: <[http://www.europarl.es/es/sala\\_de\\_prensa/communicados\\_de\\_prensa/pr-2015/pr-2015-march/universitarias.html](http://www.europarl.es/es/sala_de_prensa/communicados_de_prensa/pr-2015/pr-2015-march/universitarias.html)>

És molt representativa la campanya publicitària que recentment ha llançat Microsoft amb la finalitat d'atreure les joves cap a carreres anomenades STEM

(ciència, tecnologia, enginyeria i matemàtiques, per les seves sigles en anglès), i on es fa palès que manquen referències de dones triomfadores que desafortunadament passen desapercebudes perquè no s'utilitzen com a exemple. La manera d'evitar aquest desconeixement és mitjançant una nova manera de fer front a l'evolució històrica de les matemàtiques.

Quan estudiem la història de les matemàtiques, es presenta com una col·lecció de fets aïllats que segueixen una evolució clara i lineal, però el desenvolupament de qualsevol ciència ha seguit un procés d'elaboració molt més complex: barreres que han hagut de ser superades; petites contribucions que semblen insignificants però que sense les quals no s'hauria arribat a un nou descobriment; hipòtesis refutades que han afavorit nous coneixements; i un llarg etc. que no hauríem d'oblidar. Les barreres que van haver de superar moltes dones per tenir accés a la ciència són una d'aquestes complexitats de la història de les matemàtiques que mereixen ser conegudes. Assabentar-se d'aquestes dificultats és útil per entendre per què es coneixen tan pocs noms de dones matemàtiques.

Durant molt de temps el dret a l'educació va estar vetat per a la majoria de dones. Fins fa poc més d'un segle, només hi varen tenir accés aquelles que per la seva posició social obtingueren tal privilegi. Les poques que van poder accedir al coneixement científic havien rebut, prèviament, una educació femenina que les permetria encarregar-se de les tasques domèstiques, càrrec del qual no quedaven rellevades. I, fins i tot amb els estudis universitaris finalitzats, es varen trobar amb grans dificultats per guanyar-se la vida amb el seu treball professional.

Tampoc s'han d'oblidar diferents aspectes que van obstaculitzar-ne el reconeixement: algunes es van haver d'amagar darrere un pseudònim (com Sophie Germain, àlies Monsier Antoine-August Le Blanc) o unes sigles (com Ada Augusta Byron, comtessa de Lovelace, que firmava A. A. L.), d'altres van quedar a l'ombra d'una figura masculina (com Theano o Grace Chisholm Young) i d'altres són recordades per alguna anècdota de la seva vida més que pel seu treball matemàtic (com Emilie de Breteuil, marquesa de Chatelet).

Hi ha molta feina feta i molta més encara per fer, però el més important és ser conscients del que passa i del que podem fer per millorar, per tal que cada vegada siguin més freqüents casos com el de Maryam Mirzakhani (Teheran 1977), guanyadora d'una medalla Fields l'any 2014 i que passarà a la història com la primera dona que obté el guardó més prestigiós en el camp de les matemàtiques.

## Desenvolupament de la proposta

A continuació es presenten una sèrie de recursos didàctics que tenen com a punt de partida la història d'algunes dones vinculades amb les matemàtiques, seguint el consell d'una frase que abans he citat: «descubrir e investigar sobre la historia de [estas] mujeres matemáticas puede ser un magnífico pretexto para "hacer matemáticas en la clase de matemáticas"» (Figueiras et al., 1998).

Aquesta història es pot donar a conèixer en iniciar l'activitat, fins i tot poden fer la recerca i explicar-la els alumnes mateixos, i pot ajudar a posar en context i també a relacionar les matemàtiques amb altres matèries. Són activitats que es poden treballar a classe, com a introducció d'una unitat, per explicar alguns conceptes concrets, o en ocasions especials. La finalitat d'aquests recursos és introduir una nova perspectiva en les matemàtiques, motivar i animar les dones de demà a cursar carreres STEM i fomentar les vocacions investigadores a partir d'exemples reals.

Es proposa una selecció de quatre dones com a representació de moltes altres. La selecció d'aquests noms en concret correspon al valor exemplaritzant de les seves biografies, que ens permeten incidir tant en les dificultats que han hagut de superar, com en el valor de les seves aportacions i en la utilitat que poden tenir per realitzar activitats interessants pel seu contingut i pel seu caire lúdic, a la vegada que motivador, en les classes de matemàtiques.

Es pretén així millorar la visibilitat de les dones matemàtiques i alhora emfatitzar el treball cooperatiu, la participació, la discussió i la presa de decisions. Per a això, l'avaluació del professor ha de ser per prendre mesures correctores de cara a properes sessions i valorar l'esforç i l'interès mostrat pels alumnes; així mateix, els alumnes s'han d'avaluar ells mateixos i als seus companys i realitzar petites reflexions sobre les activitats, amb la finalitat d'orientar el docent sobre l'acceptació d'aquestes i l'adaptació entre companys.

.

## Història i dones matemàtiques

És una proposta lúdica que no pretén ser competitiva, sinó tot el contrari, vol fomentar la companyonia, la solidaritat, establir i reforçar vincles entre l'alumnat, etc. Indicada per a esdeveniments especials, com pot ser el dia 11 de febrer (dia internacional de la dona i la noia en la ciència), el dia 8 de març (dia internacional de la dona treballadora), o diades commemoratives o reivindicatives. Consisteix a veure un documental sobre dones matemàtiques i dur a terme unes activitats (semblants a jocs d'entreteniment) relacionades amb el seu contingut.

<b>Curs</b>	1r - 2n ESO
<b>Continguts</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Confiança en les pròpies capacitats per desenvolupar actituds adequades i afrontar les dificultats pròpies del treball científic.</li><li>- Utilització de mitjans tecnològics en el procés d'aprenentatge per recollir dades de forma ordenada i organitzar-les.</li><li>- Comunicar i compartir, en entorns apropiats, la informació i les idees matemàtiques.</li></ul>
<b>Objectius didàctics</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Reconèixer i valorar el paper que les matemàtiques tenen com a part integrant de la cultura.</li><li>- Analitzar tot tipus de fenòmens relacionats amb la diversitat cultural i la justícia social.</li><li>- Actuar de manera reflexiva, compromesa i crítica en tots els àmbits de la vida.</li><li>- Desenvolupar una actitud positiva davant la resolució de problemes i les situacions desconegudes, augmentar l'autoestima i la confiança en les pròpies capacitats i superar bloqueigs i inseguretats.</li></ul>
<b>Competències</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- Comunicació lingüística.</li><li>- Competència matemàtica i competències bàsiques en ciència i tecnologia.</li><li>- Competència digital.</li><li>- Aprendre a aprendre.</li><li>- Competències socials i cíviques.</li><li>- Sentit d'iniciativa i esperit emprenedor.</li><li>- Consciència i expressions culturals.</li></ul>
<b>Coneixements previs</b>	- No se'n requereixen.



<b>Metodologia</b>	<b>Materials i recursos</b>	- Ordenador amb connexió a xarxa per al professor, projector i pantalla. - Ordinador amb connexió a xarxa per a cada grup (si el qüestionari es fa a través de Moodle). - Qüestionari en paper (si no es fa a través de Moodle).									
	<b>Agrupament</b>	Treball en petit grup (3-4 persones).									
	<b>Espai</b>	Treball a l'aula.									
	<b>Temporització</b>	1 sessió (act. 0, 1, 2, 3 i 4) i 1/2 sessió (act. 5 i 6).									
	<b>Paper del professor</b>	El professor intervé quan creu que és necessari fer reflexionar els alumnes i quan requereixen la seva ajuda.									
	<b>Paper de l'alumne</b>	L'alumne aprèn a treballar cooperativament i a responsabilitzar-se del seu rol dins el grup.									
	<b>Atenció a la diversitat</b>	L'activitat està composta per tasques amb diferents nivells de dificultat, i el treball cooperatiu fomenta el repartiment de feines i de responsabilitats.									
<b>Procediment</b>	<p><b>Activitat 0: Presentació del qüestionari</b></p> <p>Els equips llegeixen el qüestionari que hauran de respondre després del vídeo (el podran tenir davant durant la reproducció del vídeo). Es recomana que es reparteixin els rols i s'organitzin les tasques que corresponen a cada membre de l'equip.</p> <p><b>Activitat 1: Bingo (primera part)</b></p> <p>Es reparteixen els cartrons que s'hauran d'anar emplenant durant la reproducció del vídeo. Cada alumne ha de tenir el seu propi cartró; els membres d'un mateix equip han de tenir els cartrons iguals, hi ha d'haver tants de cartrons diferents com grups. Les paraules s'han de marcar quan es pronuncien en el documental. La primera línia del cartró que es completi indica les paraules sobre les quals els equips han de buscar informació i explicar-la als companys en la propera sessió. (Els cartrons s'adjunten a continuació)</p> <table border="1" data-bbox="560 1704 1224 1939"> <tr> <td>Pitàgoras</td> <td>propiedad comunal</td> <td>Theano</td> </tr> <tr> <td>cálculo diferencial</td> <td>Berlín</td> <td>tertulias</td> </tr> <tr> <td>astrolabio</td> <td>autodidacta</td> <td>Agnesi</td> </tr> </table>		Pitàgoras	propiedad comunal	Theano	cálculo diferencial	Berlín	tertulias	astrolabio	autodidacta	Agnesi
Pitàgoras	propiedad comunal	Theano									
cálculo diferencial	Berlín	tertulias									
astrolabio	autodidacta	Agnesi									

Aristóteles	feminista	igualdad
Göttingen	heroísmo	cálculo integral
Monsieur Leblanc	Napoleón	órbitas

Newton	Émilie Breteuil	Ley de gravitación universal
Marquesa de Chatelet	igualdad	tertulias
Heidelberg	cálculo integral	abnegación

Gauss	Sophie Germain	Napoleón
heroísmo	Marie Curie	radioactividad
Monsieur Leblanc	París	cortesanías

autodidacta	bienes materiales	derechos
Agnesi	Estocolmo	Newton
vibraciones	Sommerville	mártir

Hipatia	discípulos	mártir
cálculo matricial	seno	Voltaire
Ada Byron	Noether	álgebra

Arquímedes	teorías	oscurantismo
tertulias	astrolabio	Fermat
Alejandro Magno	órbitas	Napoleón

Sofía	Vladimir Kovalevsky	Weierstrass
coseno	radioactividad	Ada Lovelace
Marie Curie	autodidacta	discípulos

	<p><b>Activitat 2: Reproducció del vídeo <i>Mujeres matemáticas</i></b></p> <p>&lt;<a href="http://www.rtve.es/alcarta/videos/universo-matematico/universo-matematico-20-09-10/882229">http://www.rtve.es/alcarta/videos/universo-matematico/universo-matematico-20-09-10/882229</a>&gt;</p> <p>Capítol 9 de la col·lecció «Universo matemático» produïda l'any 2000 pel programa <i>La aventura del saber</i> de La 2 de Ràdio Televisió Espanyola (durada: 21 min 44 s).</p> <p>Se'n poden prendre notes durant la reproducció.</p>
	<p><b>Activitat 3: Resoldre un qüestionari</b> (es pot fer a través de la plataforma Moodle o en paper).</p> <p>Qüestions extretes del lloc web de RTVE:</p> <p>&lt;<a href="http://ntic.educacion.es/w3/recursos/secundaria/matematicas/universo_matematico/9_u_m/actividades__pdf.html">http://ntic.educacion.es/w3/recursos/secundaria/matematicas/universo_matematico/9_u_m/actividades__pdf.html</a>&gt;</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. A què es deu que hi hagi tan poques dones matemàtiques conegudes?       <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Les matemàtiques són molt difícils per a les dones.</li> <li>b) A causa de les estructures socials que allunyaven les dones de les ciències.</li> <li>c) A les dones no els agraden les matemàtiques.</li> </ol> </li>   <li>2. Com es deia la primera dona matemàtica coneguda?       <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Theano</li> <li>b) Hipatia</li> <li>c) Maria</li> </ol> </li>   <li>3. Les dones tenien prohibit entrar a l'Acadèmia de Plató, on s'impartien classes de matemàtiques i filosofia, entre d'altres matèries.       <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Vertader</li> <li>b) Fals</li> </ol> </li>   <li>4. Aristòtil pensava que les dones eren menys intel·ligents que els homes.       <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Vertader</li> <li>b) Fals</li> </ol> </li>   <li>5. Quina eina astronòmica era capaç de construir Hipatia?       <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Un astrolabi</li> <li>b) Un telescopi</li> <li>c) Una brúixola per navegar</li> </ol> </li>   <li>6. Tria entre les opcions següents les que són correctes:</li> </ol>

	<p>a) La circumferència s'obté en tallar el con amb un plànol que és paral·lel a la base del con.</p> <p>b) La circumferència és un cas particular d'el·lipse.</p> <p>c) La hipèrbola és l'única cònica que talla el doble con.</p> <p>d) La paràbola és una corba tancada.</p> <p>e) La paràbola s'obté en tallar el con amb qualsevol plànol.</p> <p>7. Varen passar més de 300 anys des de la mort d'Hipatia perquè aparegués una altra dona matemàtica: Maria Gaetana Agnesi</p> <p>a) Vertader</p> <p>b) Fals</p> <p>8. Emilie du Chatelet va ser admirada per tots els seus coneguts per la seva traducció de l'obra de Newton.</p> <p>a) Vertader</p> <p>b) Fals</p> <p>9. Emilie du Chatelet assistia a les tertúlies matemàtiques en un cafè de París vestida d'home.</p> <p>a) Vertader</p> <p>b) Fals</p> <p>10. Per qui va intercedir Sophie Germain davant Napoleó?</p> <p>a) Per Lagrange</p> <p>b) Per Gauss</p> <p>c) Per Legendre</p> <p>11. Per quin treball l'Acadèmia de Ciències de París li va concedir un premi a Sophie Germain?</p> <p>a) Pel seu treball sobre la vibracions sobre superfícies elàstiques.</p> <p>b) Pel seu resultat sobre el teorema de Fermat.</p> <p>c) Per les seves recerques a la universitat.</p> <p>12. Va anar Sophie Germain a recollir el premi atorgat?</p> <p>a) Sí</p> <p>b) No</p> <p>13. Sofia Kovalevskaya va haver de viure durant molts anys amb la seva habitació empaperada amb les conferències d'un matemàtic sobre càlcul diferencial i integral.</p> <p>a) Vertader</p>
--	---

	<p>b) Fals</p> <p>14. Les universitats russes admetien les dones a les seves aules. a) Vertader b) Fals</p> <p>15. Sofia Kovalevskaya es va casar per poder estudiar matemàtiques. a) Vertader b) Fals</p> <p>16. Tot i que a les universitats europees no deixaven a Sofia Kovalevskaya ser una estudiant més, Weierstrass li va donar classes particulars. a) Vertader b) Fals</p> <p>17. Sofia Kovalevskaya va aconseguir una plaça de professora a la universitat d'Estocolm. a) Vertader b) Fals</p>																																																																																																																																																
	<p><b>Activitat 4: Sopa de lletres</b></p> <p>Heu de trobar els noms de dones matemàtiques que surten al vídeo, amb les lletres restants llegireu un missatge ocult:</p> <table border="1" data-bbox="580 1256 1201 1883"> <tr><td>L</td><td>E</td><td>S</td><td>A</td><td>P</td><td>O</td><td>R</td><td>T</td><td>A</td><td>C</td><td>I</td><td>O</td></tr> <tr><td>A</td><td>Y</td><td>A</td><td>K</td><td>S</td><td>V</td><td>E</td><td>L</td><td>A</td><td>V</td><td>O</td><td>K</td></tr> <tr><td>N</td><td>S</td><td>G</td><td>R</td><td>E</td><td>A</td><td>L</td><td>I</td><td>T</td><td>Z</td><td>A</td><td>D</td></tr> <tr><td>E</td><td>S</td><td>N</td><td>P</td><td>E</td><td>R</td><td>D</td><td>O</td><td>N</td><td>E</td><td>E</td><td>S</td></tr> <tr><td>T</td><td>E</td><td>E</td><td>N</td><td>C</td><td>E</td><td>N</td><td>T</td><td>D</td><td>O</td><td>I</td><td>B</td></tr> <tr><td>L</td><td>E</td><td>S</td><td>V</td><td>H</td><td>A</td><td>L</td><td>E</td><td>O</td><td>R</td><td>R</td><td>P</td></tr> <tr><td>E</td><td>H</td><td>I</td><td>P</td><td>A</td><td>T</td><td>I</td><td>A</td><td>R</td><td>H</td><td>U</td><td>A</td></tr> <tr><td>V</td><td>E</td><td>R</td><td>S</td><td>T</td><td>E</td><td>P</td><td>N</td><td>R</td><td>O</td><td>C</td><td>D</td></tr> <tr><td>U</td><td>I</td><td>T</td><td>E</td><td>E</td><td>N</td><td>U</td><td>O</td><td>N</td><td>A</td><td>M</td><td>B</td></tr> <tr><td>I</td><td>E</td><td>N</td><td>T</td><td>L</td><td>S</td><td>O</td><td>C</td><td>I</td><td>A</td><td>L</td><td>A</td></tr> <tr><td>D</td><td>V</td><td>E</td><td>G</td><td>E</td><td>R</td><td>M</td><td>A</td><td>I</td><td>N</td><td>R</td><td>S</td></tr> <tr><td>I</td><td>D</td><td>I</td><td>F</td><td>T</td><td>I</td><td>C</td><td>U</td><td>L</td><td>T</td><td>O</td><td>S</td></tr> </table>	L	E	S	A	P	O	R	T	A	C	I	O	A	Y	A	K	S	V	E	L	A	V	O	K	N	S	G	R	E	A	L	I	T	Z	A	D	E	S	N	P	E	R	D	O	N	E	E	S	T	E	E	N	C	E	N	T	D	O	I	B	L	E	S	V	H	A	L	E	O	R	R	P	E	H	I	P	A	T	I	A	R	H	U	A	V	E	R	S	T	E	P	N	R	O	C	D	U	I	T	E	E	N	U	O	N	A	M	B	I	E	N	T	L	S	O	C	I	A	L	A	D	V	E	G	E	R	M	A	I	N	R	S	I	D	I	F	T	I	C	U	L	T	O	S
L	E	S	A	P	O	R	T	A	C	I	O																																																																																																																																						
A	Y	A	K	S	V	E	L	A	V	O	K																																																																																																																																						
N	S	G	R	E	A	L	I	T	Z	A	D																																																																																																																																						
E	S	N	P	E	R	D	O	N	E	E	S																																																																																																																																						
T	E	E	N	C	E	N	T	D	O	I	B																																																																																																																																						
L	E	S	V	H	A	L	E	O	R	R	P																																																																																																																																						
E	H	I	P	A	T	I	A	R	H	U	A																																																																																																																																						
V	E	R	S	T	E	P	N	R	O	C	D																																																																																																																																						
U	I	T	E	E	N	U	O	N	A	M	B																																																																																																																																						
I	E	N	T	L	S	O	C	I	A	L	A																																																																																																																																						
D	V	E	G	E	R	M	A	I	N	R	S																																																																																																																																						
I	D	I	F	T	I	C	U	L	T	O	S																																																																																																																																						

	<p><b>Activitat 5: Bingo (segona part)</b></p> <p>En la sessió anterior els alumnes han obtingut, a través del joc de bingo, tres paraules sobre les quals han cercat informació (són tres paraules que tenen una certa relació).</p> <p>Cada grup ha de posar en comú la informació trobada a casa i ha de consensuar i resumir en una frase l'explicació de cada paraula (que també pot ser la relació que té amb les altres paraules).</p> <p>Cada grup ha de llegir les seves frases a tota la classe.</p> <p>El professor ha d'anar apuntant a la pissarra les frases seleccionades i guiar amb preguntes si veu que en algun moment és necessari.</p> <p>Es pretén familiaritzar als alumnes amb nous termes de vocabulari i personatges històrics, incentivar la recerca, la capacitat de síntesi i les exposicions orals a classe.</p>
	<p><b>Activitat 6: Reflexió individual</b> (es pot fer a casa si l'activitat 5 s'ha allargat massa temps)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Defineix l'activitat amb tres adjectius.</li> <li>- Expressa el grau de satisfacció amb els companys de grup que has tingut, valorant d'1 a 10 cadascun dels membres de l'equip (inclòs tu mateix/a).</li> <li>- Enumera les tres idees més importants del que s'explica al vídeo.</li> </ul>
<p><b>Avaluació</b></p>	<p>L'avaluació de la proposta s'ha de fer a partir de la reflexió individual dels alumnes. Tenint en compte els adjectius que utilitzin per expressar com han trobat l'activitat (útil, divertida, avorrida, pesada, etc.) el professor sabrà si ha tingut bona acceptació. D'acord amb la valoració que es faci dels companys podrem saber com interaccionen i si hi ha algú que queda desplaçat dins el grup. Finalment, segons les idees que hagin extret del vídeo el professor podrà saber si la pràctica ha resultat profitosa.</p> <p>Caldrà després extreure'n conclusions i tenir-les en compte per a posteriors ocasions, i també sotmetre la planificació de les activitats a les modificacions necessàries per millorar-les.</p>
<p><b>Possibles dificultats a l'aula</b></p>	<p>Assegurar-se que la visualització del vídeo sigui factible i recordar que hi ha d'haver altaveus.</p> <p>Tenir una alternativa per si la connexió a Internet falla (p. ex.: tenir el vídeo descarregat).</p>

## Theano i el nombre d'or

A Theano se li atribueix l'autoria del tractat de la proporció àuria. Es diu que els pitagòrics van quedar meravellats en descobrir les propietats del nombre d'or. La proporció àuria és la relació que tenen dos segments  $a$  i  $b$  si entre el total i el segment major hi ha la mateixa relació que entre el segment major i el segment menor. Anomenant  $a$  al segment major i  $b$  al menor, la formulació matemàtica de la definició es pot escriure com:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

La seva constant, anomenada «nombre d'or» és 1,6180339887... Aquesta proporció es pot trobar en la natura, en l'art, en el cos humà, etc. El més conegut, potser, són els rectangles auris.

En aquesta proposta didàctica treballarem la semblança i les proporcions; aprofitarem l'ocasió per practicar amb el programa GeoGebra; així mateix, els alumnes hauran de fer una recerca sobre la protagonista i ser, ells mateixos, els encarregats de començar la sessió. Les estratègies metodològiques utilitzades estan dirigides a treballar la capacitat de síntesi, la participació i les exposicions orals, així com a fomentar la seguretat dels alumnes a l'hora de resoldre problemes de la vida quotidiana.



### Theano (segle VI aC)

És considerada la primera matemàtica de la història. Era natural de Crotona, regió del sud d'Itàlia, on es va exiliar Pitàgores provinent de l'illa de Samos, i on va establir la seva escola. Era el moment de l'inici de l'especulació filosòfica. Algunes comunitats començaren a especular i a sembrar els inicis d'un pensament científic, l'escola pitagòrica entre aquests, però, com que treballaven comunitàriament, tot el que feien era considerat producció de l'escola, i per això va passar a la història com a producció personal de Pitàgores. Cal dir que, dins la societat grega, el tractament igualitari vers les dones que es tenia a l'escola pitagòrica era una excepció.

Theano era alumna de Pitàgores, amb el qual es va arribar a casar malgrat els trenta anys d'edat que els separaven. Una vegada mort el seu marit, ella es va fer càrrec de l'escola, i se li atribueixen tractats matemàtics, de física, de medicina i també el teorema sobre la proporció àuria, encara que la documentació que hi ha no és massa fiable. Després, Theano, juntament amb dues de les seves filles, es va encarregar de difondre els coneixements matemàtics i filosòfics per Grècia i Egipte.

<b>Curs</b>	2n ESO	
<b>Continguts</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Raó i proporció.</li> <li>- Magnituds directament i inversament proporcionals.</li> <li>- Constant de proporcionalitat.</li> <li>- Càlcul d'àrees i de perímetres de figures planes.</li> </ul>	
<b>Objectius didàctics</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilitzar estratègies, eines tecnològiques i tècniques simples de la geometria analítica plana per resoldre problemes de perímetres, d'àrees i d'angles de figures planes; emprar el llenguatge matemàtic adequat, i expressar el procediment seguit en la resolució.</li> <li>- Analitzar i identificar figures semblants calculant l'escala o la raó de semblança i la raó entre longituds i àrees de cossos semblants.</li> <li>- Investigar, analitzar i seleccionar informació rellevant per fer-ne exposicions i argumentacions.</li> </ul>	
<b>Competències</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comunicació lingüística.</li> <li>- Competència matemàtica i competències bàsiques en ciència i tecnologia.</li> <li>- Competència digital.</li> <li>- Aprendre a aprendre.</li> <li>- Competències socials i cíviques.</li> </ul>	
<b>Coneixements previs</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coneixements bàsics de GeoGebra.</li> <li>- Elements bàsics de la geometria del pla.</li> <li>- Paral·lelisme i perpendicularitat.</li> <li>- Construccions geomètriques senzilles: mediatriu, bisectriu.</li> <li>- Càlcul d'àrees i perímetres de figures planes.</li> <li>- Circumferència, cercle, arcs i sectors circulars.</li> </ul>	
<b>Metodologia</b>	<b>Materials i recursos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ordinadors amb connexió a xarxa i programa GeoGebra instal·lat (un ordinador per parella).</li> <li>- Regle, escaire, compàs i calculadora (per si hi ha problemes amb els ordinadors).</li> </ul>
	<b>Agrupament</b>	Treball en parelles.
	<b>Espai</b>	Treball a l'aula.



	<b>Temporització</b>	1 sessió.
	<b>Paper del professor</b>	El professor observa com treballen els alumnes i intervé quan requereixen la seva ajuda.
	<b>Paper de l'alumne</b>	L'alumne segueix les pautes marcades i aprèn a confiar en les seves pròpies capacitats.
	<b>Atenció a la diversitat</b>	El professor ha de donar alguna ajuda als alumnes que cregui que ho requereixen, en tot cas, amb la finalitat que els que necessiten més ajuda no se sentin sols ni es desmotivin durant l'activitat. Per als alumnes que resolguin les activitats més aviat i que vulguin ampliar coneixements s'ha preparat una activitat complementària.
<b>Procediment</b>	<p><b>Activitat 1: Presentació de Theano per part dels alumnes</b></p> <p>A la sessió anterior s'ha de dir als alumnes que busquin informació sobre Theano i que ells seran els encarregats de presentar-la.</p> <p>Cada parella ha de posar en comú la informació trobada i ha de consensuar i resumir en tres frases el que consideren més representatiu de la protagonista.</p> <p>Cada parella ha de llegir les seves frases a tota la classe i entre tots decidir quines s'utilitzen per obtenir un resum de la biografia i les aportacions de Theano.</p> <p>El professor ha d'anar apuntant a la pissarra les frases seleccionades i guiar amb preguntes si veu que en algun moment es necessari: Qui era Theano? Quan va viure? Què va fer? Havíeu sentit a parlar de Pitàgores, però... i de Theano?, etc.</p> <p><b>Activitat 2: Construcció d'un rectangle auri</b></p> <p>Es tracta de construir un rectangle auri a partir d'un quadrat</p> <p>Procediment:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Dibuixa un quadrat qualsevol.</li> <li>2. Anomena A i R dos vèrtexs consecutius del quadrat (per exemple, els dos inferiors) i obtindrem el segment AR (costat del quadrat).</li> <li>3. Troba el punt mitjà del segment AR, al qual anomenarem M.</li> <li>4. Amb centre en el punt M dibuixa la semicircumferència que passa pels altres vèrtexs del quadrat diferents d'A i R (el consecutiu a A l'anomenarem D), i troba el punt B sobre la recta que passa pels punts A i R.</li> <li>5. Dibuixa des de B una perpendicular a AB i cerca el punt de tall d'aquesta perpendicular amb la recta que passa sobre el costat del quadrat oposat a AR, al qual anomenarem C.</li> <li>6. Traça el rectangle ABCD i comprova que és auri mesurant-ne els costats (AB i BC) i calculant amb la calculadora el quocient entre ells (AB/BC), que ens ha de donar el nombre d'or: 1,6180... (o s'hi ha d'acostar molt).</li> </ol>	

	<p><b>Activitat 3: Divisió d'un segment en proporció àuria</b></p> <p>Dividir un segment AB en proporció àuria és trobar el punt C de manera que els quocients <math>AB/AC</math> i <math>AC/CB</math> siguin iguals al nombre d'or.</p> <p>Pots dividir un segment en raó àuria de la forma següent:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Traça el segment AB i el seu punt mitjà M.</li> <li>2. Dibuixa la circumferència de radi BM.</li> <li>3. Traça des de B la perpendicular al segment i trobarem el punt D on talli la circumferència.</li> <li>4. Amb centre en D dibuixa una circumferència de radi DB.</li> <li>5. Dibuixa el segment AD i trobarem el punt E on talli la circumferència amb centre en D.</li> <li>6. Amb centre en A i radi AE dibuixa una circumferència, el punt C és el tall d'aquesta circumferència amb el segment AB.</li> <li>7. Mesura els segments AB, AC i CB i comprova amb la calculadora que els quocients <math>AB/AC</math> i també <math>AC/CB</math> són iguals al nombre d'or: 1,6180... (o s'hi acosten molt).</li> </ol>
	<p><b>Activitat 4: Construcció espiral àuria</b> (per ampliar coneixements)</p> <p>Traçar l'espiral àuria a partir d'una successió de rectangles auris. Per reproduir-la segueix els passos següents:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Dibuixa un rectangle auri ABCD.</li> <li>2. Traça-hi a dins el quadrat AEFD, el rectangle EBCF també és auri, saps per què?</li> <li>3. Amb centre en E traça l'arc AF, per obtenir la primera part de l'espiral.</li> <li>4. Dibuixa el quadrat CFGH i, amb centre en G, dibuixa l'arc FH.</li> <li>5. Repeteix els passos anteriors diverses vegades i obtindràs l'espiral àuria.</li> </ol>
<p><b>Avaluació</b></p>	<p>S'ha de demanar una petita reflexió individual, per escrit, en la qual els alumnes exposin el que han après amb aquesta activitat.</p> <p>El professor ha de valorar la comprensió dels nous conceptes i la capacitat d'extreure'n raonaments lògics.</p> <p>Els alumnes s'han d'autoavaluar i també avaluar a les parelles amb una rúbrica, que prèviament hauran dissenyat conjuntament amb el professor, i que s'utilitzarà en totes les activitats realitzades en grup o en parelles (s'adjunten en els annexos les pautes per realitzar la rúbrica).</p>
<p><b>Possibles dificultats a l'aula</b></p>	<p>En cas de tenir dificultats per utilitzar el programa GeoGebra, es pot fer a mà amb regle, escaire i compàs.</p>

## **Sofia Kovalevskaya i les successions, les sèries i el concepte d'infinít**

Aquesta proposta didàctica vol ser introductòria per familiaritzar els alumnes amb termes com ara successió, sèrie, progressió aritmètica, progressió geomètrica, terme general, etc.; aprofitarem per relacionar-los amb una dona que va contribuir en els treballs de recerca del s. XIX en successions i sèries infinites. Les estratègies metodològiques utilitzades estan dirigides a treballar els raonaments i les deduccions, a més de la capacitat de síntesi, la participació, i les exposicions orals, així com fomentar la seguretat dels alumnes a l'hora de resoldre problemes de la vida quotidiana.



### **Sofia Kovalevskaya (1850-1891)**

Va néixer a Moscú. Quan era petita, la família es va canviar de casa, i l'habitació de Sofia, pendent encara de posar el paper a les parets, va ser recoberta amb uns fulls litografiats d'uns cursos de càlcul integral i diferencial que havia comprat el seu pare en la seva joventut. D'aquesta manera tan poc usual es va començar a familiaritzar amb les fórmules matemàtiques. Per la seva situació econòmica va poder rebre una educació privilegiada. Obsessionada pel càlcul, va relegar els altres estudis, i el seu pare es va veure obligat a treure-li el professor de matemàtiques, la qual cosa va fer que ella continués estudiant d'amagat durant les nits. Anys més tard, el seu pare va canviar de parer a causa de l'entusiasme que Sofia continuava demostrant, i va accedir a reprendre les classes de matemàtiques de bell nou, però, pel fet que les dones no eren admeses a la universitat, va començar a rebre classes particulars a casa seva; el professor que les hi impartia va abandonar aviat quan va veure que Sofia es volia dedicar als estudis seriosament, cosa que ell considerava una idea contra natura. En aquella època els joves russos volien fugir d'una situació que els resultava asfixiant, i la seva aspiració era la formació, per ajudar la societat a sortir de la misèria. L'única possibilitat que se li va ocórrer (juntament amb la seva germana i una amiga) va ser la de casar-se i poder marxar de Rússia, però només tenia disset anys i, evidentment, necessitava el vistiplau del seu pare, que, amb astúcia, va aconseguir. Una

vegada casada i havent-se instal·lat el matrimoni a Heidelberg (Alemanya), la seva amiga i, més tard, la seva germana, anaren a convida amb la parella. A Heidelberg va començar els estudis, però després, l'any 1870, es va traslladar a Berlín per poder assistir a les classes de Weierstrass, de qui havia sentit a parlar, i a qui va impressionar amb els seus coneixements. Però a Berlín, pel fet de ser dona, no podia ser admesa a la universitat, així fou com Weierstrass li va fer classes particulars. L'any 1874 va aconseguir doctorar-se *in absentia* a la Universitat de Gottingen amb la seva tesi *Sobre la teoria de les equacions diferencials*, i fou el mateix Weierstrass qui es va encarregar de presentar el treball amb l'excusa que ella no dominava la llengua. Però després d'obtenir el doctorat, ni tant sols amb les recomanacions de Weierstrass va poder obtenir un lloc acadèmic a Europa, i va tornar a Rússia. Allà només va aconseguir feina per fer classes a primària, ja que el govern zarista no li va permetre, ni tan sols, realitzar un examen que la capacitat per impartir classes en una universitat, perquè l'ensenyament superior estava prohibit a les dones. No va ser fins 1884 que va rebre una proposta de Mittag-Leffler (alumne de Weierstrass) per fer classes a la Universitat d'Estocolm, encara que sense una retribució fixa. L'any 1886 va rebre el premi Bordin de l'Acadèmia Francesa de Ciències pel seu treball *Sobre la rotació d'un cos sòlid al voltant d'un punt fix*, i l'any 1889 va obtenir-hi una càtedra (era la tercera dona a aconseguir-ne una, després de Laura Bassi i Maria Gaetana Agnesi). Va contribuir a les activitats de recerca sobre successions i sèries infinites. Va morir amb només quaranta-un anys quan es trobava en el millor moment de la seva carrera professional a conseqüència d'una pneumònia.

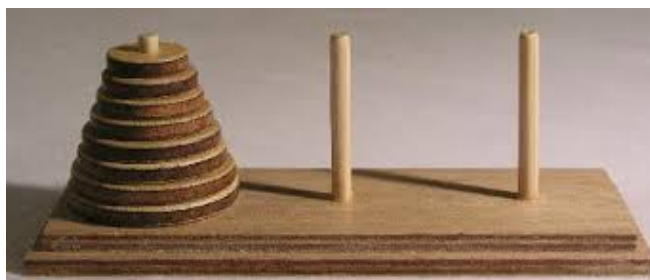
<b>Curs</b>	3r ESO
<b>Continguts</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Successions numèriques.</li> <li>- Successions recurrents.</li> <li>- Progressions aritmètiques i geomètriques.</li> </ul>
<b>Objectius didàctics</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Obtenir i manipular expressions simbòliques que descriu successions numèriques i observar regularitats en casos senzills que incloguin patrons recursius.</li> <li>- Calcular termes d'una successió numèrica recurrent usant la llei de</li> </ul>

	formació a partir de termes anteriors. - Trobar una llei de formació o fórmula per al terme general d'una successió senzilla de nombres enters o fraccionaris. - Valorar i identificar la presència recurrent de les successions en la naturalesa i resoldre problemes associats.	
<b>Competències</b>	- Comunicació lingüística. - Competència matemàtica i competències bàsiques en ciència i tecnologia. - Aprendre a aprendre. - Competències socials i cíviques.	
<b>Coneixements previs</b>	- Coneixements elementals de numeració i càlcul. - Potències. - Fraccions. - Arrels quadrades.	
<b>Metodologia</b>	<b>Materials i recursos</b>	- Fulls de paper, llapis. - Tisores. - Discs de cinc mides diferents (quinze unitats de cada mida). Poden ser peces de fusta, de cartró o de qualsevol altre material.
	<b>Agrupament</b>	Treball en parelles.
	<b>Espai</b>	Treball a l'aula.
	<b>Temporització</b>	1 sessió.
	<b>Paper del professor</b>	El professor anima els alumnes a pensar, a demanar, a comparar i a debatre les idees, estratègies i solucions.
	<b>Paper de l'alumne</b>	L'alumne posa en pràctica els coneixements adquirits i aprèn a fer raonaments i deduccions.
	<b>Atenció a la diversitat</b>	El professor ha de donar alguna ajuda als alumnes que cregui que ho requereixen, en tot cas, amb la finalitat que els que necessiten més ajuda no se sentin sols ni es desmotivin durant l'activitat. Per als alumnes que resolguin les activitats més aviat i que vulguin ampliar coneixements, s'ha preparat una activitat complementària.
<b>Procediment</b>	<b>Activitat 1: Presentació de Sofia Kovalevskaya per part dels alumnes</b> A la sessió anterior s'ha de dir als alumnes que busquin informació sobre Sofia Kovalevskaya i que ells seran els encarregats de presentar-la. Cada parella ha de posar en comú la informació trobada i ha de consensuar i resumir en tres frases el que consideren més representatiu de la protagonista. Cada parella ha de llegir les seves frases a tota la classe i entre tots decidir	

	<p>quines s'utilitzen per obtenir un resum de la biografia i les aportacions de Kovalevskaya.</p> <p>El professor ha d'anar apuntant a la pissarra les frases seleccionades i guiar amb preguntes si veu que en algun moment és necessari: Qui era Sofia Kovalevskaya? Quan va viure? Heu pensat per què ella es fa dir Kovalevskaya i el seu marit Kovalevsky?, etc.</p>
	<p><b>Activitat 2:</b></p> <p>És possible sumar una sèrie infinita de nombres i que el resultat sigui 1? És possible sumar una quantitat infinita de nombres i que la suma sigui finita?</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Un membre de cada parella ha d'agafar un full de paper amb una mà; acordam que l'àrea d'aquest full és igual a una unitat de superfície (= 1). L'altre membre fa dues columnes en un altre full de paper i apunta a cada columna: superfície de paper sobre la taula i superfície de paper a la mà.</li> <li>2. Tallem el full per la meitat (millor si és per la meitat del costat llarg). Una part la deixam damunt la taula i l'altra la mantenim a la mà. Apuntam ara la superfície de paper que hi ha sobre la taula i la que queda a la mà.</li> <li>3. Tornem a tallar per la meitat el tros que tenim a la mà i tornem a apuntar les superfícies a la comuna corresponent.</li> <li>4. Seguim el procés indefinidament (fins que poguem fer-ne meitats amb els dits).</li> <li>5. Observem la successió de termes a la columna de la mà: <math>1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32...</math> i també la successió a la columna de la taula: <math>1/2, 1/2 + 1/4, 1/2 + 1/4 + 1/8, 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16...</math></li> <li>6. La quantitat de paper que tenim a la mà la podem fer tan petita com vulguem, per la qual cosa podem dir que el límit d'aquesta successió és zero.</li> <li>7. La quantitat de paper que tenim sobre la taula la podem apropar a la unitat tant com vulguem i, encara que el procés sigui infinit, queda clar que mai la superfície de paper podrà superar la unitat, per la qual cosa podem dir que el límit d'aquesta sèrie és 1.</li> <li>8. Ara ja esteu preparats per respondre les preguntes del començament.</li> </ol> <p><b>Solució:</b></p> <p>És possible sumar una sèrie infinita de nombres i que el resultat sigui 1? <i>Sí, és possible.</i></p> <p>És possible sumar una quantitat infinita de nombres i que la suma sigui finita? <i>Sí, és possible.</i></p>

### Activitat 3: Torres de Hanoi

<http://www.xtec.cat/~jjareno/activitats/hanoi/investiguem.htm>



Es tracta de moure tots els discs de la primera estaca a una altra amb el menor nombre de moviments possibles i amb les condicions següents: en cada moviment només es pot moure un disc i no hi pot haver en cap cas un disc més gran posat damunt d'un disc més petit. Si no disposem de la base amb les estakes ho podem fer igualment amb tres munts.

1. Feu una taula com la següent on anireu apuntant el nombre de moviments:

Discs	2	3	4	5	6	7	8
Moviments							

2. Comenceu investigant el nombre de moviments necessaris amb només dos discs.

3. Després feu el mateix amb tres discs.

4. Després amb quatre discs.

5. Després amb cinc discs

6. Observeu la taula i intenteu fer una predicció dels moviments seguint els resultats obtinguts o buscant una fórmula que ens relacioni el nombre de discs i el nombre de moviments necessaris.

7. Continueu emplenant la taula amb sis, set i vuit discs.

#### **Solució:**

*Podeu observar que cada vegada que augmentau un disc feu el doble de moviments que abans més un. La justificació és la següent:*

*Per moure 1 disc (Solució 1 = S1) cal 1 moviment.*

*Per moure 2 discs (S2) cal fer S1 (1 moviment) per treure el disc petit, un moviment per traslladar el gran i tornar a fer S1 per posar el petit damunt (S2 = S1 + 1 + S1 = 1 + 1 + 1 = 3).*

*Per moure 3 discs (S3) cal treure els 2 discs superiors aplicant S2, moure el disc inferior al darrer pal (un moviment més) i tornar a aplicar S2 per posar-hi damunt els dos discs que havíem tret (S3 = S2 + 1 + S2 = 3 + 1 + 3 = 7).*

Per moure 4 discs serà  $S_4 = S_3 + 1 + S_3 = 7 + 1 + 7 = 15$

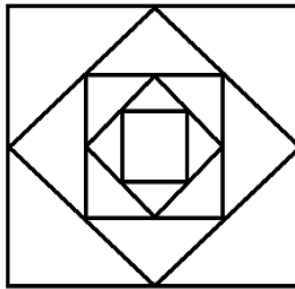
El mètode anterior justifica el càlcul dels moviments, però no ens permet «saltar» dins de la taula. Si volem saber els moviments que es necessiten per traslladar 8 discs hem d'esbrinar la solució de 7, i abans la de 6 i abans... És millor trobar una fórmula que ens doni el «cas general».

La fórmula és la següent:

$$M = 2^n - 1$$

on  $M$  és el nombre de moviments i  $n$  la quantitat de discs.

#### Activitat 4: Progressions (per ampliar coneixements)



1. Considerem un quadrat  $Q_1$  de costat 2 cm.
2. Unint els punts mitjans de cada costat obtenim un altre quadrat  $Q_2$ .
3. Unint els punts mitjans dels costats de  $Q_2$  obtenim un altre quadrat  $Q_3$ .
4. Procedim així indefinidament.

Calculeu la successió el terme  $n$ -èssim que es correspon amb la longitud del costat del quadrat  $n$ -èssim ( $Q_n$ ). Quin tipus de successió és? Trobeu el seu terme general.

#### Solució:

Utilitzem el teorema de Pitàgores ( $h^2 = a^2 + b^2$ ) per calcular els costats.

Els costats de  $Q_1$  fan 2 cm.

Utilitzarem el teorema de Pitàgores ( $h^2 = a^2 + b^2$ ) per calcular els costats.

Els costats de  $Q_1$  fan 2 cm.

Els costats de  $Q_2$  fan  $\sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{2}\right)^2} = \sqrt{2}$

Els costats de  $Q_3$  fan  $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{2}{4}} = \sqrt{1} = 1$

Els costats de  $Q_4$  fan  $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Els costats de  $Q_5$  fan  $\sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{16}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



	<p>Tenim la successió <math>2, \sqrt{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \dots</math></p> <p>que és geomètrica:</p> $d = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $d = \frac{Q_3}{Q_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $d = \frac{Q_4}{Q_3} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $d = \frac{Q_5}{Q_4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ <p>Per tant, el terme general és <math>a_n = 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}</math></p>
<b>Avaluació</b>	És una activitat introductòria de diferents conceptes que no pretén puntuar els alumnes, sinó que els vol motivar i que arribin a fer deduccions a partir d'experimentar per ells mateixos.
<b>Possibles dificultats a l'aula</b>	No es preveuen dificultats, però call recordar i recomanar anar amb cura quan s'utilitzen les tisores.

## Emmy Noether i els mosaics

Els treballs d'Emmy Noether sobre «invariants» ens conviden a recordar-la en treballar amb transformacions geomètriques i, en particular, en estudiar les isometries, els grups d'autosimetria i la seva aplicació a l'anàlisi de frisos i mosaics. En diferents èpoques, Noether treballà en teoria de grups, i donà la primera teoria general de representacions de grups, emprant el llenguatge d'anells i ideals. Com sabem, uns dels grups més senzills que podem estudiar són els de les transformacions del pla que deixen fixa una figura o un enrajolat del pla, i és precisament a través dels enrajolaments que la recordarem en aquesta activitat. Aquesta proposta didàctica pretén que els alumnes experimentin i facin les seves pròpies creacions una vegada hagin vist els principis bàsics i alguns exemples de la manera com es pot treballar.



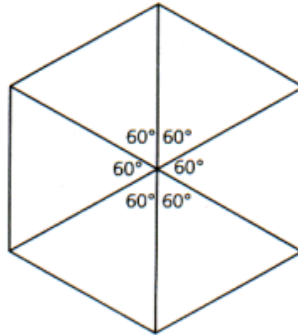
### Emmy Noether (1882-1935)

Va néixer a Alemanya en una família de procedència jueva. El seu pare era matemàtic a la Universitat d'Erlangen, i ella va rebre el tipus d'educació que rebien en aquella època les joves de la seva mateixa posició social: preparar-se per saber actuar correctament en societat i realitzar les tasques de la llar. Als divuit anys va obtenir el títol de professora d'idiomes amb excel·lents qualificacions, però no va començar a impartir-ne classes ja que volia continuar amb estudis superiors. Se la va autoritzar amb un permís especial per assistir a classes, però només com a oient, sense dret a examinar-se. Era l'única dona entre 984 alumnes. L'any 1904 la llei va canviar, ja es permetia les dones matricular-se amb els mateixos drets que els homes. L'any 1907 va presentar la seva tesi *Els sistemes complexos d'invariants per a les formes biquadràtiques ternàries*, per la qual va obtenir la distinció de *summa cum laude*, sent la segona dona en aconseguir un doctorat en recerca (després de Sofia Kovalevskaya), però, tot i això, no li permeteren fer classes a cap universitat alemanya. L'any 1915 va rebre una oferta de Felix Klein i David Hilbert (dos dels matemàtics més importants de l'època) per traslladar-se a Gottingen i col·laborar amb ells en les recerques que, juntament amb Albert

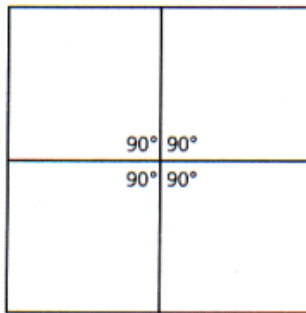
Einstein, realitzaven sobre la relativitat. Tant Klein com Hilbert intentaren que Noether pogués impartir classes a la Universitat de Gottingen, atès que en coneixien la vàlua, però ni amb el seu prestigi aconseguiren convèncer els membres del claustre de la facultat per admetre-hi una dona. L'any 1919 la Universitat va revisar els seus procediments i li oferiren un lloc de professora sense sou, que Noether va acceptar, i va fer classes sense cobrar fins l'any 1922, quan li assignaren una retribució. El treball que li va comportar més fama va ser el desenvolupament, en els anys vint, del llenguatge algebraic actual dels ideals en anells commutatius, de manera que bona part del que s'estudia de teoria d'anells al grau de matemàtiques és obra seva. Com a conseqüència d'aquests treballs, la recordem en el nom dels anells noetherians, aquells on no hi ha una cadena infinita ascendent d'ideals. Més tard, la seva reputació com a professora va esdevenir molt reconeguda. L'any 1933 Noether va haver de fugir d'una Alemanya sota el govern de Hitler per la seva condició de jueva i va haver de deixar el seu equip de recerca després de tot l'esforç que hi havia dedicat. Va morir als Estats Units als cinquanta-tres anys fruit d'una complicació cardíaca després d'una intervenció quirúrgica.

<b>Curs</b>	3r ESO
<b>Continguts</b>	- Translacions, girs i simetries en el pla.
<b>Objectius didàctics</b>	- Reconèixer les transformacions que duen d'una figura a una altra mitjançant moviments en el pla; aplicar aquests moviments i analitzar dissenys quotidians, obres d'art i configuracions presents en la naturalesa. - Identificar els elements més característics dels moviments en el pla. - Generar creacions pròpies mitjançant la composició de moviments, emprant eines tecnològiques quan sigui necessari. - Identificar centres, eixos i plans de simetria de figures planes.
<b>Competències</b>	- Comunicació lingüística. - Competència matemàtica i competències bàsiques en ciència i tecnologia. - Aprendre a aprendre. - Competències socials i cíviques. - Consciència i expressions culturals.
<b>Coneixements previs</b>	- Angles i les seves relacions. - Figures planes elementals: triangle, quadrat, figures poligonals.

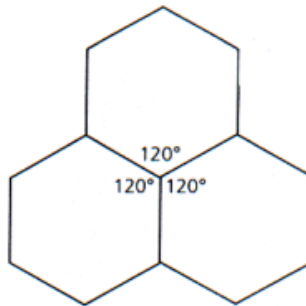
<b>Metodologia</b>	<b>Materials i recursos</b>	- Material estructurat: triangles equilàters, quadrats, hexàgons regulars octògons regulars, etc. - Fulls tramats amb triangles equilàters, quadrats i hexàgons regulars.
	<b>Agrupament</b>	Treball en petit grup (3-4 persones).
	<b>Espai</b>	Treball a l'aula.
	<b>Temporització</b>	1 sessió.
	<b>Paper del professor</b>	El professor intervé quan creu que és necessari fer reflexionar els alumnes i quan requereixen la seva ajuda.
	<b>Paper de l'alumne</b>	L'alumne aprèn a treballar cooperativament, fa representacions gràfiques, manipula els materials manualment i emet raonaments.
	<b>Atenció a la diversitat</b>	L'activitat està composta per tasques amb diferents nivells de dificultat; el treball cooperatiu fomenta el repartiment de feines i de responsabilitats.
<b>Procediment</b>	<b>Activitat 1: Presentació d'Emmy Noether per part dels alumnes</b> A la sessió anterior s'ha de dir als alumnes que cerquin informació sobre Emmy Noether i que ells seran els encarregats de presentar-la. Cada grup ha de posar en comú la informació trobada i ha de consensuar i resumir en tres frases el que consideren més representatiu de la protagonista. Cada grup ha de llegir les seves frases a tota la classe i entre tots decidir quines s'utilitzen per obtenir un resum de la biografia i les aportacions de Noether. El professor ha d'anar apuntant a la pissarra les frases seleccionades i guiar amb preguntes si veu que en algun moment és necessari: Qui era Emmy Noether? Quan va viure? Heu pensat per què va haver de fugir d'Alemanya?, etc.	
	<b>Activitat 2: Dissenyem un mosaic (o tessellació)</b> 1. Es reparteixen a cada grup peces de material estructurat de diverses formes geomètriques regulars i deixem que els alumnes hi experimentin i els manipulin durant 5 minuts. 2. Pregunta: quins polígons iguals encaixen en un vèrtex? (Per tal que uns polígons encaixin en un vèrtex cal que els angles interiors dels vèrtexs que hi concorren sumin $360^\circ$ ). Sis triangles equilàters encaixen en un vèrtex perquè l'angle interior d'un triangle equilàter és de $60^\circ$ . ( $60^\circ \times 6 = 360^\circ$ ).	



Quatre quadrats encaixen en un vèrtex perquè l'angle interior d'un quadrat és de  $90^\circ$  ( $90^\circ \times 4 = 360^\circ$ ).



Tres hexàgons encaixen en un vèrtex perquè l'angle interior d'un hexàgon regular és de  $120^\circ$  ( $120^\circ \times 3 = 360^\circ$ ).



Els octògons regulars no encaixen en un vèrtex perquè l'angle interior d'un octògon regular és  $135^\circ$ .

Si posem dos octògons regulars tenim:  $135^\circ \times 2 = 270^\circ$ ,

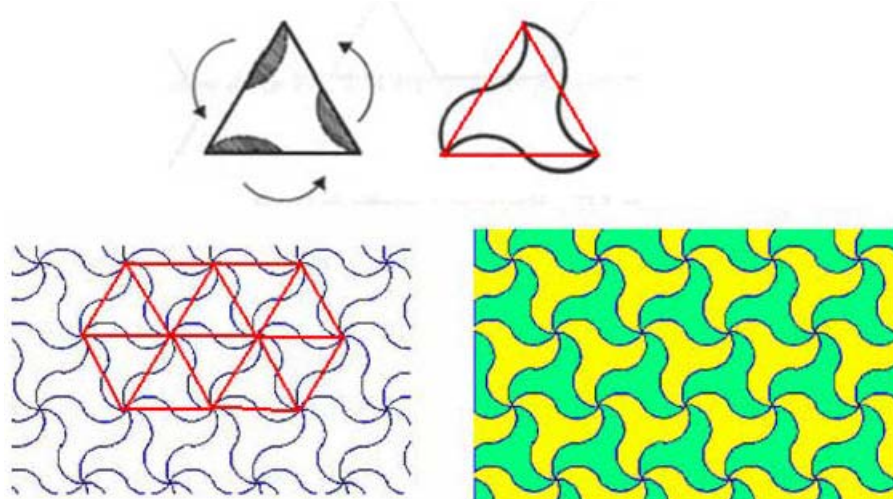
i si en posem tres tenim:  $135^\circ \times 3 = 405^\circ$ .

Conclusió: el triangle equilàter, el quadrat i l'hexàgon regular són els únics polígons regulars que poden encaixar en un vèrtex (es diu que formen mosaics regulars).

3. El professor ha de mostrar alguns exemples per crear els nostres mosaics: (Extrets de la fitxa 48 del catàleg de fitxes i recursos materials i activitats experimentals d'Anton Aubanell: < <http://www.xtec.cat/~aubanel>>)

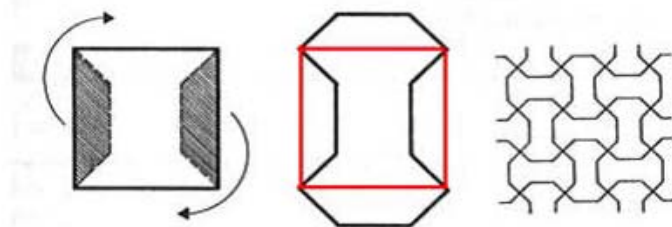
**Exemple a partir de triangles equilàters:**

- Senyalar el punt mitjà de cada costat.
- Treure un segment circular que tingui per corda mig costat.
- Fent un gir de  $180^\circ$  amb centre al punt mitjà del costat l'hem d'enganxar sobre l'altra meitat.



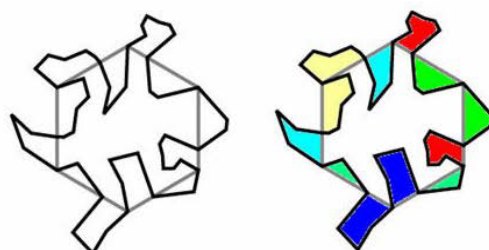
**Exemple a partir de quadrats:**

- Treure un petit trapezi isòsceles que tingui per base un dels costats.
- Fent un gir de  $270^\circ$  amb centre a un dels vèrtexs de la base l'hem d'enganxar sobre un altre costat del quadrat.
- Repetim la mateixa operació amb l'altra parella de costats.



**Exemple a partir d'hexàgons:**

- Es treuen i s'enganxen formes irregulars.
- És la base d'un dibuix del famós artista holandès Maurits Cornelis Escher (1898-1972).
- A les figures següents es representa l'hexàgon i les formes que es treuen i s'enganxen per donar el perfil desitjat.



	<p>- Finalment es mostra el mosaic resultant.</p>  <p>4. Dissenyem el nostre mosaic: agafem com a base un polígon que recobreix el plànol (disposem de fulls amb aquests tramats impresos amb un color molt suau per tal que després no ressalti sobre el nou mosaic) i hi fem diferents transformacions consistents a retallar una o diverses parts del polígon de partida per situar-les, mitjançant girs o translacions, en una altra posició. El polígon resultant (motiu mínim) comparteix amb l'original dues propietats fonamentals: segueix recobrint la superfície i té la mateixa àrea.</p> <p>5. El professor fotografia cadascun dels mosaics resultants i els exposa a la pissarra electrònica. Ara podem comentar-los ,i fins i tot, podem elegir entre tots, amb una votació, el que més agrada i per què.</p>
<p><b>Avaluació</b></p>	<p>Es demanarà una petita reflexió individual, per escrit, en la qual els alumnes exposin el que han après amb aquesta activitat.</p> <p>El professor ha de valorar la comprensió dels nous conceptes i la capacitat d'extreure'n raonaments lògics.</p> <p>Els alumnes s'han d'autoavaluar i també avaluar els companys d'equip amb una rúbrica que prèviament hauran dissenyat conjuntament amb el professor, i que s'ha d'utilitzar en totes les activitats realitzades en grup o en parelles (s'adjunten en els annexos les pautes per realitzar la rúbrica).</p>
<p><b>Possibles dificultats a l'aula</b></p>	<p>No es preveuen dificultats.</p>

## Grace Chisholm Young i els poliedres

Aquesta proposta didàctica vol treballar la visió espacial dels alumnes. Aquesta autora anglesa va escriure llibres de didàctica de les matemàtiques i recomanava treballar amb els alumnes amb tres dimensions abans de passar a dues dimensions (abans era molt habitual fer-ho al contrari), ja que estan acostumats a veure les coses així, tal i com són a la realitat i, per tant, el context resulta més proper.



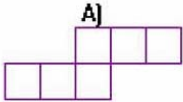
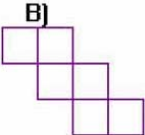
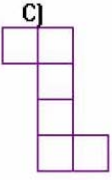
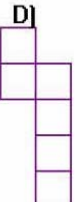
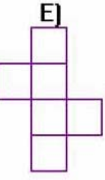
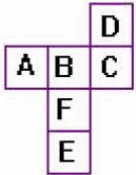
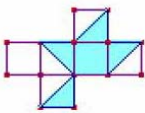
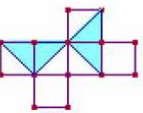
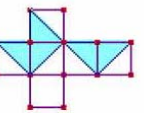
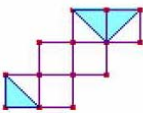
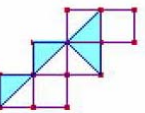
### Grace Chisholm Young (1868-1944)

Va néixer a Anglaterra. La seva família era de classe social alta, la qual cosa li va permetre rebre una formació poc freqüent per l'època i, més encara, pel fet de ser dona. La seva mare va ser la seva tutora fins als deu anys i després va rebre formació a casa seva amb una institutriu fins als disset anys, quan va aprovar els exàmens de la Universitat de Cambridge. Ella va voler seguir estudiant, però, com a la majoria de dones d'aquell moment, no li varen permetre i es va dedicar al treball social. Als vint-i-un anys continuava capficada amb la idea de continuar la seva formació; li hagués agradat dedicar-se a la medicina, però la família ho va desaprovar i, finalment, recolzada pel seu pare, es va inclinar per les matemàtiques. Quan es va llicenciar el 1892 es va traslladar a Gottingen (Alemanya), on s'havien doctorat abans Sofia Kovalevskaya i Emmy Noether, ja que al Regne Unit era impensable que una dona aconseguís el títol de doctora. Felix Klein li va dirigir la tesi *Sobre els grups algebraics en la trigonometria esfèrica* i va obtenir el doctorat l'any 1895. Després de doctorar-se va començar a col·laborar amb William Young, qui havia estat professor seu durant la carrera i amb qui finalment es va casar. El seu cognom de fadrina era Chisholm, però a partir d'aleshores és coneguda com Grace Chisholm Young. Varen tenir sis fills i es va dedicar per complet a la família: ajudant el seu marit en la recerca i a escriure llibres i articles, i proporcionant a tots els seus fills una formació acadèmica integral. Arran d'aquesta experiència va escriure diferents llibres, entre els quals destaca el que porta per títol *El primer llibre de geometria* (1905), on remarca la

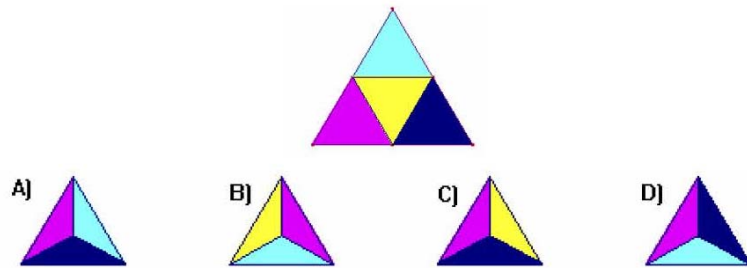


importància d'ensenyar geometria tridimensional als infants i altres teories didàctiques. Un dels seus fills va morir durant la I Guerra Mundial, mai ho va poder superar i va deixar definitivament la recerca matemàtica en 1920. En relació amb els articles que va publicar juntament amb el seu marit, més de dos-cents, cal dir que l'autoria que portaven impresa era exclusivament d'ell. Va morir a Anglaterra als setanta-sis anys.

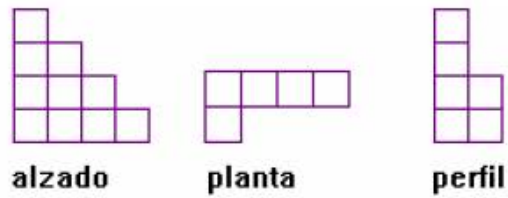
<b>Curs</b>	2n ESO	
<b>Continguts</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Poliedres. Elements característics, classificació. Àrees i volums.</li> <li>- Propietats, regularitats i relacions dels poliedres. Càlcul de longituds, superfícies i volums del món físic.</li> </ul>	
<b>Objectius didàctics</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analitzar i identificar les característiques de diferents cossos geomètrics, utilitzant el llenguatge geomètric adequat.</li> <li>- Construir seccions senzilles dels cossos geomètrics, a partir de talls amb plans, mentalment i usant els mitjans tecnològics adequats.</li> <li>- Identificar els cossos geomètrics a partir dels seus desenvolupaments plans i recíprocament.</li> </ul>	
<b>Competències</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comunicació lingüística.</li> <li>- Competència matemàtica i competències bàsiques en ciència i tecnologia.</li> <li>- Aprendre a aprendre.</li> <li>- Competències socials i cíviques.</li> </ul>	
<b>Coneixements previs</b>	- Poliedres. Elements característics i classificació.	
<b>Metodologia</b>	<b>Materials i recursos</b>	Fulls de paper o cartolina, cinta adhesiva i tisores.
	<b>Agrupament</b>	Treball en parelles.
	<b>Espai</b>	Treball a l'aula.
	<b>Temporització</b>	1 sessió.
	<b>Paper del professor</b>	El professor planteja les activitats com a reptes per estimular la motivació i l'interès.
	<b>Paper de l'alumne</b>	L'alumne aprèn a treballar cooperativament, fa representacions gràfiques, manipula els materials manualment i emet raonaments.
	<b>Atenció a la diversitat</b>	L'activitat està composta per tasques amb diferents nivells de dificultat, i el treball cooperatiu fomenta el repartiment de feines i de responsabilitats al mateix temps que afavoreix la solidaritat i la companyonia.

<p><b>Procediment</b></p>	<p><b>Activitat 1: Presentació de Grace Chisholm Young per part dels alumnes</b></p> <p>A la sessió anterior s'ha de dir als alumnes que cerquin informació sobre Grace Chisholm Young i que ells seran els encarregats de presentar-la.</p> <p>Cada parella ha de posar en comú la informació trobada i ha de consensuar i resumir en tres frases el que consideren més representatiu de la protagonista.</p> <p>Cada parella ha de llegir les seves frases a tota la classe i entre tots decidir quines s'utilitzen per obtenir un resum de la biografia i les aportacions de Chisholm Young.</p> <p>El professor ha d'anar apuntant a la pissarra les frases seleccionades i guiar amb preguntes si veu que en algun moment és necessari: Qui era Grace Chisholm Young? Quan va viure? Heu pensat d'on prové que tingui dos cognoms: Chisholm i Young?, etc.</p>
	<p><b>Activitat 2: Activem la visió espacial</b></p> <p>Activitats extretes de l'article «La enseñanza de la geometría en dimensión tres vista por Grace Chisholm Young» d'A. Salvador Alcaide i també de &lt;<a href="http://dibujotecnico2bach.blogspot.com.es">http://dibujotecnico2bach.blogspot.com.es</a>&gt;.</p> <p>1. Quina de les figures següents no representa el desenvolupament d'un cub?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>D)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>E)</p>  </div> </div> <p>2. Si formem un cub amb el desenvolupament de la figura, quina serà la lletra oposada a F?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>3. A partir d'un d'aquests desenvolupaments bicolors es pot fabricar un cub de manera que els colors siguin els mateixos en les dues parts de cada una de les arestes. Quin d'aquests és el desenvolupament que ho verifica?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>D)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>E)</p>  </div> </div>

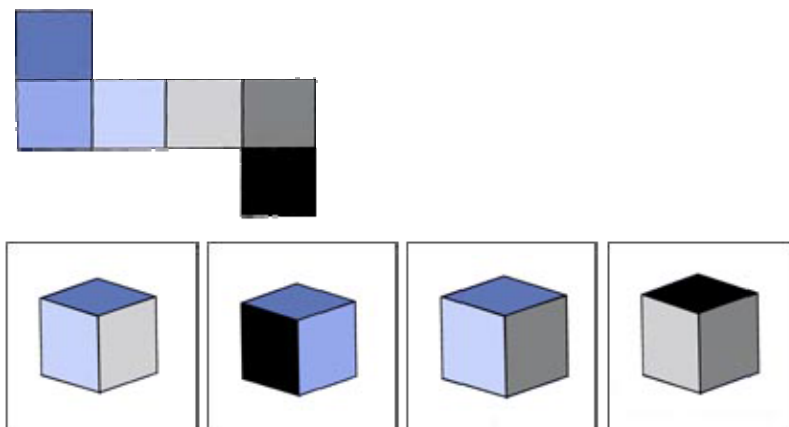
4. El triangle de la figura s'ha plegat per obtenir un tetraedre. Si tenim en compte que el triangle no està pintat per la cara del darrera, quina de les següents vistes en perspectiva del tetraedre és falsa?

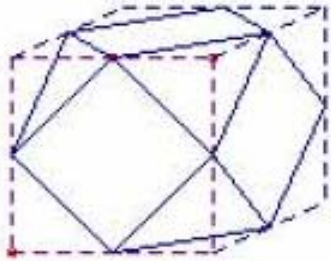


5. Aquí tenim tres vistes d'una mateixa figura: alçat frontal, planta (des de dalt) i un perfil lateral. Sabries dir amb quants cubs s'ha construït la figura?



6. Si formem un cub amb el desenvolupament que es mostra, quina imatge (o imatges) en perspectiva són possibles?



	<p>7. Construeix el desenvolupament pla del cos següent i realitza amb l'ajuda de cartolina, cinta adhesiva i tisores la figura en tres dimensions.</p>  <p>8. Exposem a la pissarra els fulls de tots els alumnes i anem comentant entre tots les seqüències utilitzades que han obtingut els resultats satisfactoris.</p>
<p><b>Avaluació</b></p>	<p>Es demana una petita reflexió individual, per escrit, en la qual els alumnes exposin el que han après amb aquesta activitat.</p> <p>El professor ha de valorar la comprensió dels nous conceptes i la capacitat d'extreure'n raonaments lògics.</p> <p>Els alumnes s'han d'autoavaluar i també avaluar a les parelles amb una rúbrica que prèviament hauran dissenyat conjuntament amb el professor, i que s'ha d'utilitzar en totes les activitats realitzades en grup o en parelles (s'adjunten en els annexos les pautes per realitzar la rúbrica).</p>
<p><b>Possibles dificultats a l'aula</b></p>	<p>No es preveuen dificultats, però cal recordar i recomanar anar amb cura quan s'utilitzen les tisores.</p>

## Conclusions

Partim del fet evidenciat que existeix una desigualtat de gènere en l'àmbit científic i, per superar aquesta dificultat, hem de rompre amb el tòpic que la ciència no és cosa de dones.

En primer lloc, hem de fer visibles les aportacions que han fet les dones a les matemàtiques, les dificultats que han hagut de superar i el silenci que les ha envoltat. Rompre aquest silenci és important per fer veure que no existeix una manca de feminitat de les ciències, sinó el resultat d'una estructura patriarcal.

Una manera de fer-ho és mitjançant activitats a les classes de matemàtiques de secundària, com les proposades, que lliguen la biografia de dones matemàtiques amb exercicis relacionats amb les seves aportacions científiques. També s'ha d'afavorir la coeducació (educació per a la igualtat), estimular un canvi dels rols de gènere i una transformació dels conceptes de feminitat i masculinitat que s'hi associen. S'han de promoure les activitats de recerca, així com també fomentar la cooperació enfront de la competitivitat i proporcionar models de dones matemàtiques. Això serà una porta d'entrada per a l'alumnat per trencar amb aquesta dinàmica històrica discriminatòria, un estímul per a les joves per cursar carreres STEM i una manera de desmuntar els tòpics en què se sustenta la suposada masculinitat de les ciències en una societat patriarcal.

Aquest treball aporta un granet d'arena per donar a conèixer la tasca començada ja fa temps per totes les dones que varen fer les seves aportacions (per petites que fossin) i que no mereixen ser oblidades. Els recursos didàctics preparats poden ser utilitzats i servir d'exemple per preparar-ne d'altres, prenent com a punt de partida les biografies i les contribucions a les matemàtiques de tantes altres dones.

Personalment, realitzar aquest treball m'ha ajudat a comprendre la importància del paper dels professors, la responsabilitat que assumeixen i el compromís que tenen vers la societat. Poder aprofundir en el coneixement de les històries

d'aquestes dones m'ha resultat molt engrescador i, fins i tot, diria que addictiu: un cop comences vols saber cada vegada més i més de les seves vides. Voldria que les activitats proposades poguessin transmetre als alumnes aquesta inquietud per conèixer el paper que han tingut històricament les dones en el món de la ciència i que ha estat tan ignorat, i que això servís d'estímul perquè les dones adoptin un paper més actiu en aquest camp.

## Referències bibliogràfiques

Alic, M. (2005). *El legado de Hipatia: Historia de las mujeres en la ciencia desde la Antigüedad hasta fines del siglo XIX*. Ed. Siglo XXI.

Blanco, D. (2005). *Emmy Noether. Matemática ideal*. Ed. Nivola Libros i Ediciones, S.L

Boyer, C. (1949). *The history of the calculus and its conceptual development*. Ed. Dover. New York.

Casado Ruiz de Lóizaga, M. J. (2006). *Las damas del laboratorio: mujeres científicas en la historia*. Ed. Debate.

Comas, M. (2001). *Escritos sobre ciencia, género y educación*. Ed. Biblioteca Nueva.

Figueiras, L., Molero M., Salvador A. i Zuasti N. (1998). *Género y matemáticas*. Ed. Síntesis. Madrid

Frías, V. (2001). *Las mujeres ante la ciencia del siglo XXI* (Vol. 5). Ed. Complutense

González Urbaneja, P. M. (1991). Historia de la Matemática: Integración cultural de las Matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 9(3), p. 281-289.

González Urbaneja, P. M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Revista Suma* (45), p.17-28.

Kline, M. (1992). El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días. Vol.1. Alianza Editorial.

Mataix, S. (1999). *Matemática es nombre de mujer*. Ed.Rubes.

Molero, M. i Salvador, A. (2007). *Sophie Germain (1776-1831)*. Ed. Orto.

Montesinos, J. L. (2010). *Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria*. Ed. Síntesis. Madrid

Nomdedeu, X. (2000). *Mujeres, manzanas y matemáticas. Entretejidas*. Ed. Nivola. Madrid.

Nomdedeu, X. (2004). *Sofía. La lucha por saber de una mujer rusa*. Ed. Nivola. Madrid.

Pérez Sedeño, E. & Alcalá, P. (2001). *Ciencia y género* (Vol. 15). Ed. Complutense.

Romo, M. C. (2010). *Mujeres matemáticas*. Ed. Cultiva Comunicación

Salvador, A. (2001) La enseñanza de la geometría en dimensión tres vista por Grace Chisholm Young

Sierra, M. (2000). El papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza. *Revista Números* (43), p. 93-96.

Sierra, M. (2009). *Notas de Historia de las Matemáticas para el Currículo de Secundaria*. Colección Digital Eudoxus.

*Women in Science* (2009). Ed. Comunitat Europea







La mujer,  
Innovadora en la ciencia

# Emmy Noether



Casi todas las fotos que hay de Emmy la muestran sonriendo. Un humor y una alegría de vivir admirable en una mujer judía que vivió en la Alemania de Hitler.

Nació en 1882 en Erlangen, pequeña ciudad al sur de Göttingen (Alemania). Su padre, Max Noether era profesor de Matemáticas y había contribuido al desarrollo de la teoría de funciones algebraicas. Sus orígenes eran judíos, lo que más tarde le supondrá serios problemas.

Emmy estaba acostumbrada al ambiente cultural de su hogar y desde niña aprendió inglés, francés, danza y música. Creció en la que era la capital de las matemáticas y en una familia matemática, lo que explica su pasión desde la adolescencia por el álgebra abstracta.

Pero no fue sencillo aprender en la universidad: muy pocas mujeres asistían a clase y sólo lo hacían como oyentes sin derecho a examen. Y eso siempre y cuando el profesor permitiera su asistencia: incluso después de que se permitiera a las mujeres matricularse, hubo un profesor en Berlín que no empezaba la clase mientras hubiera una mujer en el aula.

Paul Gordan (el rey de los invariantes) dirigió su tesis *Los sistemas complejos de invariantes para las formas bicuadráticas ternarias* que presentó en 1907 obteniendo la distinción de summa cum laude. Después de Kovalevskaya ninguna mujer había logrado el doctorado en matemáticas; ella fue la segunda, pero no pudo dar clases en ninguna universidad alemana. Desde 1909 hasta 1919 sólo le permitían investigar y sustituir a su padre cuando enfermaba.

En 1908 ingresó en el Círculo Matemático de Palermo y en 1909 en la Asociación Alemana de Matemáticos.

En 1915 recibió una invitación de dos de los matemáticos más importantes de la época, Felix Klein y David Hilbert, para trasladarse a Göttingen, para que colaborara con ellos en las investigaciones que realizaban con Albert Einstein sobre la relatividad.

El 7 de julio de 1918, Klein presentó la tesis de Emmy en la Real Sociedad de Ciencias y, aunque no interesó a los matemáticos, los físicos la consideraron clave para el desarrollo de la física moderna. El mismo Albert Einstein reconoció que los trabajos de Emmy le permitieron encajar algunos matices de su Teoría General sobre la Relatividad. Fue la segunda mujer que ayudó a Einstein; la primera fue su primera esposa, Mileva Maric, que aportó los fundamentos matemáticos que Einstein necesitaba para su Teoría.

Klein y Hilbert lucharon denodadamente por conseguir un puesto en la universidad para Emmy, pero los miembros del claustro alegaron: "si aceptamos a una mujer como lectora podría llegar a ser profesora titular y miembro del claustro. ¿Qué pensarán nuestros soldados cuando vuelvan a la universidad y vean que tienen que aprender de una mujer?" Hilbert respondió: "Estimados colegas, no veo que el sexo de los candidatos sea un argumento en contra de su contratación; al fin y al cabo, el Claustro no es una casa de baños". Pero

hasta 1919 la universidad no le otorgó un puesto de profesora sin sueldo, dando clases sin cobrar hasta 1922.

En 1920 trabaja con Weyl y Schmeidler, publicando conjuntamente un estudio sobre los módulos en los dominios no conmutativos.

Durante seis meses vivió en Moscú impartiendo conferencias y estudiando los campos de investigación soviéticos.

En 1930, el grupo de alumnos de Emmy era famoso; venían a aprender con ella de todas partes del mundo. Muchos de ellos fueron célebres matemáticos, como Aleksandrov o Van der Waerden. Se les conocía como *los chicos de la Noether*. Eran famosos sus paseos por el campo.

En 1933, los nazis gobiernan en Alemania, con lo que la vida de Emmy, de origen judío, se vuelve muy complicada. Se merma la libertad de investigación. Una antigua alumna suya, Anne Pell Wheeler, directora del departamento de matemáticas de la universidad femenina Bryn Mawr de Filadelfia (Estados Unidos), le ofrece un puesto allí.

Emmy Noether murió en Princeton el 14 de abril de 1935, de complicaciones cardíacas tras una operación. Abarcó uno de los campos más abstractos de la matemática: el álgebra no conmutativa. Hay una estructura algebraica que lleva su nombre: los anillos noetherianos.

## ¿Qué es un anillo?

Anillo es una palabra que asociamos a un elemento de adorno para el dedo; pero si estamos en una conversación matemática, seguramente nos estamos refiriendo a otro tipo de anillo.

En el campo de las matemáticas un Anillo Conmutativo es un conjunto dotado de dos operaciones internas (esto quiere decir que no nos salimos del conjunto cuando operamos), llamadas generalmente suma (+) y producto (·) que verifica las siguientes propiedades:

1. Asociativa:  $a + (b + c) = (a + b) + c$   
 $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
2. Elemento neutro respecto a la suma:  $a + 0 = 0 + a = a$   
(para a cualquier valor del conjunto)
3. Elemento inverso para la suma: para cualquier valor de a existe otro elemento del anillo (al que llamamos -a) de tal manera que:  $a + (-a) = (-a) + a = 0$
4. Conmutativa:  $a + b = b + a$   
 $a \cdot b = b \cdot a$   
(si no cumple ésta es Anillo pero no conmutativo).

Por ejemplo, los naturales no tienen estructura de anillo, porque no tienen inverso, pero los enteros sí; ya que cualquier número entero lo tiene (por ejemplo el inverso de 3 es -3 y el de -12 es 12).

Teresa Valdecantos Dema / Carmen Jalón Ranchal



Panell 12: Emmy Noether

La mujer,  
innovadora en la ciencia

# Grace Chisholm Young



Grace Chisholm era la hija menor de Anna Louisa Bell y Henry William Chisholm, importante miembro del gobierno inglés, lo que le permitió acceder a unos estudios normalmente negados a las mujeres. Se educó con institutrices hasta los 17 años, edad en la que aprobó el examen de acceso a la Universidad de Cambridge. En principio iba a estudiar medicina porque solía dedicarse a trabajos sociales con los pobres de Londres, pero su familia se opuso y decidió estudiar Matemáticas en el Girton College, donde recibe clases de William Young.

En 1892 se gradúa y decide trasladarse a Göttingen, capital de las Matemáticas y donde acababa empezar un curso en el que se permitía la matriculación femenina. Aunque años más tarde Klein defenderá el derecho de Emmy Noether a dar clases en la universidad, en ese momento, según cuenta Grace Chisholm: "... no acepta a ninguna mujer que no tenga hecho ya un buen trabajo y pueda demostrarlo [...]". El punto de vista del Profesor Klein es moderado. Hay miembros de la Facultad aquí más decididamente a favor de la admisión de mujeres y otros que la desaprobaban radicalmente". Algo vió Klein en ella, pues le dirigió la tesis sobre *Los grupos algebraicos en la trigonometría esférica*, con la que consigue doctorarse en 1895.

Al enfermar su padre, Grace regresa a Inglaterra para cuidarlo. Vuelve a encontrarse con el profesor Young, que tuvo que proponerle matrimonio dos veces para que aceptara.

Aunque Young estaba sólo enfocado en la enseñanza, Grace provenía de la investigación y le animó a que empezara su carrera de investigador. Juntos se fueron a Italia a trabajar en el campo de la geometría y en 1899 se trasladan a Göttingen para trabajar con Klein en la Teoría de Conjuntos y se establecen allí hasta 1908.

Por aquel entonces Grace es madre de seis hijos. Ése fue el detonante para que empezara a interesarse en la enseñanza infantil. Con su marido escribe *Tu primer libro de Geometría* (1905). En los dos años siguientes escribe dos magníficos libros infantiles de introducción a las ciencias: *Bimbo y Bimbo y las ranas*. Bimbo era el apodo de su hijo mayor.

Sobre su producción investigadora es más difícil hablar, porque siempre actuó como consorte. Los trabajos siempre se publicaban con el nombre de su marido, como él mismo le reconoce en una carta: "... deberían publicarse conjuntamente, pero entonces ninguno de los dos nos beneficiaríamos. No. Míos son los laureles y el conocimiento. Tuyo sólo el conocimiento [...] de momento no puedes dedicarte profesionalmente. Tienes a tus hijos. Yo sí puedo". Pero el hecho es que hay 220 artículos y varios libros que son obra conjunta y una pequeñísima parte tiene la firma de Grace. Cuando por fin empieza a publicar sola (gana el Premio Gamble en 1915) su hijo Bimbo muere en la I Guerra Mundial. Nunca pudo superarlo, y en 1920 deja definitivamente la investigación matemática.

Aún tuvo que vivir la Segunda Guerra Mundial y separarse de su marido en Suiza para llevar a dos de sus nietos a Inglaterra. La

invasión de Francia le impide regresar a Suiza, lo que afecta tremendamente a William, que muere en 1942. Dos años más tarde fallece Grace.

En sus libros a *Bimbo* hay una revolución en la didáctica de la geometría: se cuestiona la forma de introducir antes el plano que el espacio y hoy en día ya nadie discute que un estudiante de primaria es más receptivo a la geometría espacial, ya que es el mundo en el que vive.

## Los poliedros regulares

Grace opinaba que había que enseñar la geometría manipulando cuerpos geométricos en tres dimensiones. De estos cuerpos hay 5 y sólo 5 que cumplen unas determinadas propiedades:

- Convexos: si tomo dos puntos dentro de ellos, el segmento que los une también está dentro. Se puede saber colocando una hoja sobre cualquier cara: si todo el cuerpo queda en un lado de la hoja, es convexo.



convexo

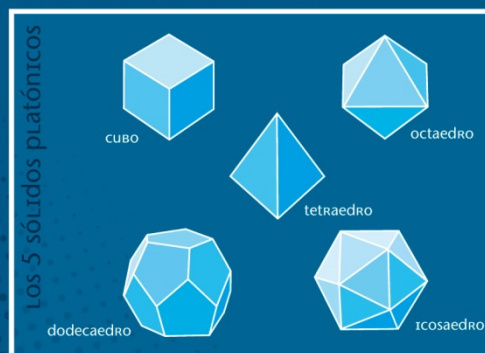


cóncavo

- Sus caras son todas iguales: si son cuadrados, todas cuadrados; si son triángulos, todas triángulos.

- Cada cara es un polígono regular: todos sus lados son iguales.

Con estas condiciones sólo hay cinco figuras, que se llaman poliedros regulares o sólidos platónicos.



Teresa Valdecantos Dema / Carmen Jalón Ranchal



Panell 13: Grace Chisholm Young:

## Pautes per confeccionar la rúbrica d'autoavaluació i coavaluació

Font: <http://xtec.gencat.cat/ca/curriculum/xarxacb>

# Les 7 pautes per fer un full d'autoavaluació amb l'alumnat

1	Decidir o compartir amb els alumnes quina és l'activitat o tasca que es proposa realitzar i avaluar.	Gran grup
2	Visualitzar bons exemples de resultats finals de la mateixa activitat o tasca realitzada per altres alumnes.	Petit i gran grup
3	Identificar quines són les característiques que fan que aquestes activitats o tasques siguin correctes.	Individual i petit grup
4	Concretar i pactar el llistat d'indicadors o criteris de resultats que són útils per identificar que el producte final de l'activitat o tasca és correcte.	Gran grup
5	Comprovar que el redactat de cada indicador és: <ul style="list-style-type: none"><li>• Objectiu, és a dir, que no porta a diferents interpretacions per part de la persona o les persones que l'interpreten.</li><li>• Identifica evidències observables i que es poden documentar.</li><li>• Identifica una única evidència.</li><li>• Es pot respondre amb un "sí" o un "no".</li></ul>	Docent
6	Utilitzar-lo per a l'autoavaluació o la coavaluació del resultat d'una activitat o tasca.	Individual o parelles
7	Comprovar la seva validesa, és a dir, si és útil per realitzar la tasca segons els objectius i els criteris d'avaluació marcats. Introduir els canvis necessaris, si escau.	Docent