



Universitat
de les Illes Balears

Títol: L'aprenentatge basat en projectes a l'àrea de matemàtiques: de la teoria a la pràctica

NOM AUTOR: MARGALIDA BISQUERRA FEMENIA

Memòria del Treball de Fi de Màster

Màster Universitari de Formació del Professorat
(Especialitat/Itinerari de Matemàtiques)

de la

UNIVERSITAT DE LES ILLES BALEARS

Curs Acadèmic 2015 - 2016

Data 06/06/16 Signatura de l'autor _____

Nom Tutor del Treball: Margalida Ramis Barceló

RESUM

Aquest treball recopila informació bàsica per a la implantació de la metodologia de treball per projectes com a eina de suport en l'àmbit educatiu. A més, s'analitza un cas real d'un centre d'educació secundària on s'aplica la metodologia d'aprenentatge basat en projectes.

La proposta té com a finalitat complementar els coneixements adquirits en les classes teòriques amb l'aplicació d'un projecte destinat a investigar, planificar, dur a terme un treball col·laboratiu i a promoure una actitud activa cap a l'aprenentatge.

La metodologia proposada s'aplicarà en la realització d'un pressupost per a pintar la façana de l'edifici d'un centre d'educació secundària.

PARAULES CLAU

Treball per projectes, metodologia innovadora, aprenentatge cooperatiu, aprenentatge significatiu, centre educació secundària.

ÍNDEX DE CONTINGUTS

| | |
|---|----|
| RESUM..... | 1 |
| PARAULES CLAU | 1 |
| ÍNDEX DE CONTINGUTS | 2 |
| ÍNDEX DE FIGURES I TAULES | 5 |
| INTRODUCCIÓ / JUSTIFICACIÓ ELECCIÓ DEL TEMA | 6 |
| OBJECTIU DEL TREBALL | 7 |
| ESTAT DE LA QÜESTIÓ..... | 8 |
| QUÈ ÉS EL TREBALL PER PROJECTES | 8 |
| ANTECEDENTS HISTÒRICS DEL TREBALL PER PROJECTES | 9 |
| Primera etapa (1590 – 1765): el començament del treball per projectes a les escoles d'arquitectura europees. | 9 |
| Segona etapa (1765 - 1880): el projecte com a mètode d'ensenyament regular i el seu trasllat als Estats Units. | 9 |
| Tercera etapa (1880 – 1915): treball per projectes com a entrenament manual i en l'educació pública dels Estats Units. | 9 |
| Quarta etapa (1915 – 1965): redefinició de la metodologia de l'ensenyament per projectes i retorn dels Estats Units a Europa. | 10 |
| Cinquena etapa (1965 – Actualitat): redescobriments del mètode per projectes i tercera onada de difusió internacional | 10 |
| IMPLANTACIÓ ACTUAL DE L'APRENTATGE BASAT EN PROJECTES | 11 |
| PRINCIPIS PEDAGÒGICS EN ELS QUE ES BASA EL TREBALL PER PROJECTES..... | 12 |
| Constructivisme | 12 |
| Aprentatge per descobriment..... | 13 |
| Aprentatge significatiu..... | 14 |
| Teoria de les intel·ligències múltiples..... | 14 |
| FASES D'UN PROJECTE | 14 |
| Fase de preparació..... | 15 |
| Fase de desenvolupament..... | 15 |
| Fase de comunicació i avaluació final..... | 15 |
| EL TREBALL COOPERATIU..... | 16 |
| En què consisteix?..... | 16 |

| | |
|---|----|
| Estudi de l'aplicació real del treball cooperatiu..... | 18 |
| EL PAPER DEL DOCENT..... | 20 |
| CARACTERÍSTIQUES DELS PROJECTES. DIFERÈNCIES AMB UNA UNITAT DIDÀCTICA..... | 21 |
| AVALUACIÓ DELS PROJECTES..... | 22 |
| AVANTATGES DE L'APRENTATGE BASAT EN PROJECTES..... | 25 |
| MILLORA DE L'APRENTATGE DE LES MATEMÀTIQUES A TRAVÉS DELS PROJECTES..... | 26 |
| Trigonometria..... | 28 |
| Geometria..... | 29 |
| Anàlisi..... | 30 |
| Estimacions i mesures..... | 30 |
| Aritmètica..... | 31 |
| ESTUDI D'UN CAS REAL DE L'APRENTATGE BASAT EN PROJECTES..... | 33 |
| PRESENTACIÓ..... | 33 |
| EL CENTRE..... | 33 |
| ANTECEDENTS..... | 34 |
| CANVI DE METODOLOGIA..... | 34 |
| DIFICULTATS TROBADES..... | 37 |
| BALANÇ DE L'EXPERIÈNCIA..... | 37 |
| DESENVOLUPAMENT DE LA PROPOSTA..... | 39 |
| INTRODUCCIÓ..... | 39 |
| OBJECTIUS DEL PROJECTE..... | 39 |
| CONTINGUTS..... | 41 |
| DESCRIPCIÓ DE LA PROPOSTA..... | 41 |
| METODOLOGIA..... | 42 |
| Durada i temporalització al llarg del curs..... | 42 |
| Agrupament..... | 42 |
| Recursos i espais..... | 43 |
| Activitats..... | 43 |
| Atenció a la diversitat..... | 44 |

| | |
|---|----|
| SEQÜÈNCIA D'ACTIVITATS: ADAPTACIÓ A SEGON D'ESO..... | 44 |
| Fase de preparació..... | 44 |
| Fase de desenvolupament..... | 45 |
| Fase de comunicació i avaluació..... | 47 |
| SEQÜÈNCIA D'ACTIVITATS: ADAPTACIÓ A QUART D'ESO..... | 47 |
| Fase de preparació..... | 48 |
| Fase de desenvolupament..... | 48 |
| Fase de comunicació i avaluació..... | 50 |
| AVALUACIÓ..... | 50 |
| CONCLUSIONS..... | 53 |
| REFERÈNCIES..... | 55 |
| BIBLIOGRAFIA..... | 57 |
| ANNEX 1: CONTINGUTS TREBALLATS EN EL PROJECTE..... | 58 |
| ANNEX 2: DOCUMENTS PEL PROJECTE DE SEGON D'ESO..... | 60 |
| EL NAIXEMENT DEL METRE..... | 60 |
| TALES I LES PIRÀMIDES..... | 61 |
| ANNEX 3: DOCUMENTS PEL PROJECTE DE QUART D'ESO..... | 62 |
| EL NAIXEMENT DEL METRE..... | 62 |
| CONSTRUCCIÓ D'UN GONIÒMETRE..... | 63 |
| HISTÒRIA DE LES FUNCIONS..... | 64 |
| ANNEX 4: DOCUMENTS PER A L'AVAUACIÓ..... | 66 |
| CRITERIS D'AVAUACIÓ I ESTÀNDARDS D'APRENETATGE..... | 66 |
| QÜESTIONARI D'AUTOAVAUACIÓ I AVAUACIÓ DEL PROJECTE..... | 72 |
| RÚBRICA PER A L'EXPOSICIÓ ORAL..... | 74 |
| RÚBRICA PER A L'AVAUACIÓ DEL PORTAFOLIS..... | 75 |

ÍNDIX DE FIGURES I TAULES

| | |
|---|----|
| Figura 1: càlcul de l'alçada de la piràmide de Keops | 61 |
| Figura 2: construcció d'un goniòmetre..... | 63 |
| Figura 3: retrat de Galileo Galilei | 64 |
| Figura 4: retrat de René Descartes | 65 |
| | |
| Taula 1: continguts tractats en el projecte | 58 |
| Taula 2: criteris d'avaluació i estàndards d'aprenentatge..... | 66 |
| Taula 3: qüestionari d'autoavaluació i d'avaluació del projecte | 72 |
| Taula 4: rúbrica per a l'exposició oral | 74 |
| Taula 5: rúbrica per a l'avaluació del portafolis | 75 |

INTRODUCCIÓ / JUSTIFICACIÓ ELECCIÓ DEL TEMA

Des de la dècada dels noranta, la Unió Europea anima als seus Governos a millorar els sistemes educatius. Per aquesta raó, la Comissió Europea ha establert un marc de referència amb vuit competències claus i recomana la seva adopció per part dels països membres, el que ha fet que s'introdueixin progressivament en els currículums educatius.

L'enfocament de les competències permet orientar l'ensenyament cap al desenvolupament d'habilitats complexes, que facin possible l'adaptació posterior a un entorn variable i a aprendre a adquirir nous coneixements. En definitiva, les competències bàsiques són les imprescindibles que ha de tenir qualsevol persona per al desenvolupament adequat tant de la seva vida personal com professional.

Les competències es posen de manifest en la realització de tasques; per això, aquest treball està enfocat a la realització d'una tasca on s'han d'aplicar els coneixements adquirits.

A més, una de les qüestions que em va cridar l'atenció del que ens explicaren en les classes del Màster de Formació del Professorat va ser que en l'Educació Secundària Obligatòria sempre hem de ser capaços de justificar per què s'ensenyava un contingut determinat i per a què serveix. Per això, el projecte proposat permet aplicar els coneixements teòrics que s'han explicat prèviament a classe.

Finalment, fent les pràctiques del Màster m'he adonat que els alumnes tenen tendència a oblidar el que han estudiat prèviament, no relacionen diferents continguts entre sí. Per aquesta raó, el projecte engloba continguts de diferents blocs, el que obliga als alumnes a recordar allò del que ja s'han examinat.

Per a poder desenvolupar tot això crec que és adient fer una fonamentació teòrica de la metodologia del treball per projectes i aplicar-la en la realització d'un projecte.

OBJECTIU DEL TREBALL

Els objectius intenten forjar els aspectes que es persegueixen amb el treball i, una vegada finalitzat, permetran observar si s'han complit.

Els objectius generals són els següents:

- Fer una anàlisi del treball per projectes: conèixer les teories en les que es basa, la seva evolució històrica, les fases d'un projecte, els avantatges que suposa aquesta metodologia, etc.
- Estudiar el cas real d'un centre d'educació secundària on es treballa per projectes.
- Fer una aplicació pràctica de la teoria de l'aprenentatge basat en projectes i proposar un projecte que es pugui aplicar en un centre d'educació secundària.

ESTAT DE LA QÜESTIÓ

QUÈ ÉS EL TREBALL PER PROJECTES

Un projecte és un conjunt d'activitats elaborades que s'executen per a resoldre un problema plantejat. Això suposa la planificació d'una sèrie d'estratègies articulades entre sí, que s'han d'ajustar segons es vagi desenvolupant la situació.

El treball per projectes dins del currículum consisteix en el plantejament, amb la participació dels estudiants d'un problema, en el disseny d'estratègies de resolució, en la seva execució i valoració, buscant el treball en equip i la participació d'altres persones, com el docent o les pròpies famílies dels estudiants (Tobón, 2006).

Aquesta metodologia té com a origen les necessitats, interessos i problemàtiques plantejades per l'alumne, partint de les seves característiques contextuals particulars, amb l'objectiu de generar un aprenentatge significatiu (Kilpatrick, 1918).

Es tracta d'un enfocament de l'aprenentatge amb el que els alumnes investiguen per a construir nous coneixements i també aprenen a relacionar els coneixements adquirits amb els que tenen prèviament. Tot això constitueix un aprenentatge significatiu i emmarcat en la teoria constructivista. A més, és una metodologia globalitzadora, relacionada amb el currículum integrat, ja que en un mateix tema es poden treballar diferents àrees.

El paper del docent en el procés d'ensenyament – aprenentatge ha d'afavorir el desenvolupament dels alumnes: han de ser capaços de planificar una estratègia, de prendre decisions, d'investigar i d'assumir que els errors també formen part del procés.

En definitiva, el treball per projectes és un procés d'aprenentatge que permet assolir uns objectius determinats mitjançant un conjunt d'accions i interaccions planificades i coordinades, amb la finalitat d'investigar sobre un tema o resoldre una situació o problema.

ANTECEDENTS HISTÒRICS DEL TREBALL PER PROJECTES

Tot i que l'ensenyament per projectes sembla ser una metodologia innovadora, té gairebé cinc segles d'antiguitat. Aquest mètode té el seu origen en la professionalització de l'arquitectura i l'enginyeria que començà a Itàlia a finals del segle XVI i se'n poden distingir cinc etapes històriques (Knoll, 1997).

Primera etapa (1590 – 1765): el començament del treball per projectes a les escoles d'arquitectura europees.

Es comença a implantar aquesta metodologia a Itàlia, on els alumnes d'arquitectura han de complementar els seus estudis teòrics amb el disseny d'esglésies, monuments i palaus.

Gairebé un segle més tard, a l'any 1671, es funda a París l'*Académie Royale d'Architecture*, que segueix el model d'ensenyament italià.

Segona etapa (1765 - 1880): el projecte com a mètode d'ensenyament regular i el seu trasllat als Estats Units.

L'ensenyament per projectes s'estén des del camp de l'arquitectura a l'enginyeria i d'Europa a Estats Units, el que suposa una gran canvi en la fonamentació teòrica del treball per projectes.

A l'any 1870, el professor d'Enginyeria Mecànica de la Universitat d'Illinois, Stillman H. Robinson, defensa la hipòtesi de que la teoria i la pràctica no es poden separar. Per aquesta raó, els alumnes han de ser capaços d'aplicar les lleis de la ciència i tecnologia i, a més, de poder desenvolupar allò que han dissenyat.

Tercera etapa (1880 – 1915): treball per projectes com a entrenament manual i en l'educació pública dels Estats Units.

La concepció de Robinson suposa el desavantatge de limitar el temps dels alumnes per a estudiar i per a conduir la recerca. Per això, l'any 1879 es funda la primera *Manual Training School* ("Escola de Formació Manual") a Sant Louis, que permet als estudiants un aprenentatge en dues etapes: la teòrica (fase d'instrucció) i la pràctica (fase de construcció).

En aquesta etapa, el mètode de l'ensenyament basat en projectes es trasllada també a l'educació tècnica i a les ciències.

Quarta etapa (1915 – 1965): redefinició de la metodologia de l'ensenyament per projectes i retorn dels Estats Units a Europa.

Amb el pas del temps l'ensenyament per projectes guanya adeptes i la seva popularitat augmenta considerablement quan l'any 1910 Rufus W. Stimson difon el seu *Home Project Plan* per al camp de l'agricultura. En aquest pla defensa que els nens no han de ser alumnes passius, sinó que s'han d'embarcar en projectes que els permetin aplicar l'aprenentatge assolit i, d'aquesta manera, desenvolupar la seva iniciativa, creativitat i parer crític.

L'any 1918, Kilpatrick publica el seu assaig, *El mètode de projectes*, on redefineix el terme de projecte per a poder generalitzar-lo. Proposa un esquema bàsic en l'elaboració d'un projecte que consisteix en quatre fases diferenciades: propòsit, planificació, execució i judici.

Al llarg d'aquesta etapa, l'interès per aquesta metodologia minva als Estats Units, tot i que torna a créixer en alguns països europeus. A la Rússia dels anys trenta es busca un canvi social mitjançant l'educació i la metodologia d'aprenentatge per projectes és considerada com la millor opció d'ensenyament. No obstant això, uns anys més tard perd popularitat, ja que no és el mètode més adequat per a incrementar la producció industrial.

Cinquena etapa (1965 – Actualitat): redescobriments del mètode per projectes i tercera onada de difusió internacional

Després de la Segona Guerra Mundial Europa Occidental passa per una fase de restauració. Així, les idees del període d'entre guerres tornen a emergir i els mètodes d'ensenyament progressistes es veuen com una opció viable per tal d'afrontar la reforma educativa.

A més, al final de la dècada dels seixanta, els estudiants no tan sols protesten contra el capitalisme i l'imperialisme, sinó que també es rebel·len contra l'estructura repressiva que representen les institucions educatives. Per aquesta raó, la metodologia d'aprenentatge basada en projectes es presenta com una

alternativa factible al sistema educatiu tradicional. Aquesta idea educativa s'estén de les universitats a les escoles i de l'Europa Occidental a la resta del món.

No obstant això, a partir de la dècada dels anys setanta, l'interès pels projectes decreix i avui dia s'intenta buscar un equilibri entre aquesta metodologia i altres pràctiques més convencionals d'ensenyament.

IMPLANTACIÓ ACTUAL DE L'APRENTATGE BASAT EN PROJECTES

Des de la dècada dels anys vuitanta, a les escoles de Finlàndia s'ha experimentat amb la metodologia de l'aprenentatge basat en fenòmens, *Phenomenon Based Learning (PBL)*, que consisteix en eliminar les assignatures tal com es conceben avui dia i treballar per mitjà de projectes temàtics interdisciplinars, un sistema molt semblant al que es coneix com aprenentatge basat en projectes. No obstant això, no és fins l'any 2013 que el país comença formalment a implementar un currículum basat en PBL, primer a les escoles de la capital, Hèlsinki, i després a les de la resta del país.

Un any més tard, es desenvolupa una versió revisada del *National Curriculum Framework (NCF)*, el "Marc Curricular Nacional", amb el PBL com a eix vertebrador i, a partir de l'agost de 2016, tots els centres d'ensenyament començaran a aplicar aquesta metodologia.

Segons Pasi Sahberg, expert finlandès en educació, les escoles bàsiques de set a setze anys hauran d'incloure, com a mínim, un període prolongat d'ensenyament i aprenentatge basat en projectes en els seus plans d'estudi. En la majoria de les escoles bàsiques de Finlàndia, els estudiants tindran un projecte quan estudiïn les seves assignatures tradicionals d'una manera holística.

Tot i que s'especula amb que a l'any 2020 s'hagin extingit les assignatures individuals com la història, la geografia o les matemàtiques, el *Finnish National Board of Education*, el "Consell Nacional d'Educació Finlandès", que és l'agència nacional responsable de l'educació a la infantesa, pre-primària,

l'educació bàsica, la secundària i la vocacional, ha aclarit que les classes tradicionals no desapareixeran per complet, almenys a curt termini. Tot i que el nou currículum recalca la importància de les classes pràctiques i col·laboratives en les que els alumnes treballaran amb varis professors simultàniament, seguiran convivint amb algunes classes tradicionals.

Pel que fa a l'estat espanyol, algunes escoles asseguren treballar per projectes, però continuen utilitzant els llibres de text. D'aquesta manera, els docents tenen situacions de més estrés i un volum major de feina perquè han de preparar els projectes, seguir el temari dels llibres, fer i corregir exàmens, etc.

Tot i això, cal destacar que en tres dels vuit col·legis de jesuïtes de Catalunya han començat a utilitzar la metodologia d'aprenentatge basat en projectes en els cursos de primer d'infantil, cinquè de primària i primer d'ESO. En aquests cursos han desaparegut les classes magistrals, els pupitres, els deures i les aules tradicionals, tot i que es conserven algunes assignatures, com matemàtiques, educació física i música. A l'hora de fer l'avaluació, els exàmens representen, com a molt, el 20% de la qualificació final; el 80% restant prové de l'avaluació diària a partir dels treballs individuals i en equip. Els docents treballen mitjançant rúbriques d'avaluació i mecanismes pautats d'observació per tal d'avaluar el grau de les competències adquirides per l'alumne.

PRINCIPIS PEDAGÒGICS EN ELS QUE ES BASA EL TREBALL PER PROJECTES

Constructivisme

L'aprenentatge basat en el treball per projectes, tal com és concebut a l'actualitat, es fonamenta en les teories constructivistes de l'aprenentatge, els principals referents de les quals són Piaget i Vygotsky.

Segons la teoria constructivista, l'aprenentatge es transmet gràcies a la interacció de l'alumne amb l'entorn, és a dir, es construeix de manera individual i involucra el conflicte cognitiu com a estímul o objectiu de l'aprenentatge.

Piaget afirma que els estudiants elaboren els seus esquemes mentals i això els ajuda a construir el seu aprenentatge, que es van modificant d'acord amb

diferents processos biològics. La intel·ligència es desenvolupa gràcies a tres factors:

- Assimilació: els nens assimilen els esquemes que s'observen i s'experimenten del medi que els envolta.
- Acomodament: s'interioritza la informació que s'ha recollit de l'entorn.
- Adaptació: es generen noves idees i pensaments que fan que es modifiqui l'organització interna de les persones i l'entorn que els envolta.

La vessant sociocultural del constructivisme, representada per Vygotsky, afirma que el potencial d'aprenentatge està determinat pel seu grau de desenvolupament potencial i la seva capacitat de resolució de problemes amb la guia d'una persona adulta o amb la col·laboració d'un altre company amb coneixements més avançats (Onrubia, 1993).

Aprenentatge per descobriment

L'aprenentatge per descobriment inclou totes les maneres d'obtenir el coneixement per un mateix (Bruner, 1961). L'aprenentatge es va construir de forma activa mitjançant el descobriment guiat que té lloc durant una exploració motivada per la curiositat. Per aquesta raó, amb aquesta concepció de l'aprenentatge s'afavoreix l'autonomia i la independència de l'alumne.

El docent no ha d'explicar la solució del problema, tal i com es fa en l'aprenentatge per recepció, sinó que l'ha de presentar i estimular als alumnes per a que arribin a descobrir-la gràcies a l'observació, la comparació, la formulació d'hipòtesis, l'anàlisi, etc. L'aprenentatge per descobriment troba el seu punt de partida en la identificació de problemes, no en l'observació de la resolució (Barron, 1993).

L'ensenyament tradicional tendeix a penalitzar l'error o a considerar-lo com un fet que s'ha d'eliminar. Però, en l'aprenentatge per descobriment, és tan important el procés educatiu com el producte final, ja que va lligat a la producció d'errors; és la consciència de l'error la que estimula l'elaboració de noves conjectures i la construcció de nous coneixements.

Aprentatge significatiu

L'aprenentatge significatiu té lloc quan els continguts nous es relacionen de manera no arbitrària i substancial amb el que l'alumne ja sap, és a dir, que les noves idees es relacionen amb algun aspecte existent específicament rellevant de l'estructura cognoscitiva de l'alumne (Ausubel, 1983). Això suposa que, per a que es doni un procés d'aprenentatge, és necessari comprendre'l, atès que els continguts s'interioritzen quan la nova informació es relaciona amb l'estructura cognitiva prèvia de l'alumne (el conjunt de conceptes, idees que un individu té i la seva organització).

Aquest concepte de l'aprenentatge s'oposa a l'aprenentatge basat en la memorització o la repetició, en el que no és important l'assimilació (la modificació de la informació adquirida i de l'estructura que ja existia prèviament) de la nova informació.

Teoria de les intel·ligències múltiples

La teoria de les intel·ligències múltiples amplia el concepte tradicional d'intel·ligència, l'habilitat de respondre correctament les qüestions plantejades en un test d'intel·ligència.

La intel·ligència implica tenir la destresa necessària per a resoldre problemes, el que permet abordar una situació en la que es vol assolir un objectiu, i la capacitat per a determinar el camí adequat que condueix a aquest fi (Gardner, 2005).

Gardner proposa set tipus diferents d'intel·ligència: musical, cinètica – corporal, lògica – matemàtica, lingüística, espacial, interpersonal i intrapersonal (Gardner, 2005). No obstant això, els alumnes no treballen tots els tipus d'intel·ligència a la vegada; per aquesta raó, s'han de proposar tasques variades (com, per exemple, l'elaboració d'un projecte sobre un tema) que permetin posar-ne en pràctica el major nombre possible.

FASES D'UN PROJECTE

Un projecte és el fruit d'un treball organitzat i planificat, amb una estructura coherent. Tot i amb això, les fases no són un esquema rígid que s'ha de seguir

mecànicament, sinó que han de ser flexibles i s'han de poder adaptar d'acord amb el desenvolupament del projecte.

Es poden diferenciar tres grans fases en l'elaboració d'un projecte (Lacueva, 1998).

Fase de preparació

En primer lloc, s'ha d'elegir el tema. Aquesta decisió s'ha de prendre després d'un procés de diàleg i argumentació en el que participin els alumnes.

Una vegada que ja s'ha plantejat el tema i s'ha perfilat, s'han de recollir les idees prèvies. El docent és l'encarregat de reconduir les idees prèvies, formular noves preguntes i fer que els alumnes desenvolupin una actitud crítica i reflexiva.

A continuació, s'ha d'establir la planificació estratègica, és a dir, cada equip de treball ha de concebre un pla per a resoldre el problema plantejat. Les passes que s'han de seguir són: establiment d'objectius, determinació de metes, descripció de les activitats que s'han de dur a terme, etc.

Finalment, s'han de cercar diferents fonts d'informació. Posteriorment, aquesta informació s'ha d'organitzar, tot prenent com a referència el temps i els recursos disponibles.

Fase de desenvolupament

Aquesta fase implica executar els plans establerts per a resoldre el problema plantejat. S'han de realitzar les diferents activitats proposades, tant les relacionades amb la investigació com amb la manipulació.

Els alumnes han de fer un seguiment de la seva tasca, amb la supervisió del docent. És necessari fer aquest control perquè ajuda als alumnes a tenir presents les finalitats del treball i a corregir errors que es puguin haver comès durant el procés.

Fase de comunicació i avaluació final

La comunicació de la investigació realitzada no és únicament una acció externa per a donar a conèixer el projecte, sinó que és també una acció interna

destinada a ajudar als alumnes a posar en ordre els seus pensaments i a completar i perfeccionar les reflexions fetes prèviament. En definitiva, explicar la investigació permet una avaluació externa dels resultats i ofereix una retroalimentació útil, però també és necessari fer una autoavaluació de la feina feta.

Hi ha diferents maneres de donar a conèixer el projecte. La realització d'un dossier consisteix en mostrar el registre de totes les activitats efectuades per part dels alumnes, juntament amb la valoració de cadascuna d'elles. És a dir, es tracta d'elaborar un portafoli de síntesi dels aspectes treballats. L'altra opció és l'exposició dels productes i l'explicació del procés que s'ha portat a terme.

EL TREBALL COOPERATIU

En què consisteix?

L'aprenentatge cooperatiu té lloc quan un conjunt de persones que saben diferenciar i contrastar els seus punts de vista sobre un determinat tema construeixen el seu propi coneixement.

Es tracta d'un procés en el que cada estudiant aprèn més del que aprendria ell tot sol gràcies a la interacció amb els altres integrants del grup, ja que quan una persona treballa en equip sol augmentar la seva empatia i ampliar els seus horitzons. Els components d'un equip s'impliquen activament en el procés d'aprenentatge gràcies a que s'involucren més amb la matèria que s'estudia i amb els seus companys; a més, s'afavoreix el compromís de tots els estudiants del grup, en contrast amb altres tècniques que moltes vegades només aconsegueixen la participació d'un nombre reduït d'alumnes que acaben dominant la sessió i imposant els seus criteris.

El treball cooperatiu és útil perquè, a l'hora de fer entendre alguns conceptes als seus companys, els alumnes poden tenir més èxit que el propi professor, ja que estan més a prop entre sí pel que fa al desenvolupament cognitiu i a l'experiència en la matèria que s'estudia. A més, l'estudiant que fa l'explicació també obté un benefici perquè aconsegueix una comprensió major de la matèria.

Un altre dels avantatges que suposa el treball cooperatiu és la reducció de l'abandonament dels estudis, ja que aquesta tècnica permet que l'alumne actuï sobre el seu propi procés d'aprenentatge. També promou l'aprenentatge independent i autònom, atès que fomenta que els estudiants assumeixin responsabilitats. Tot això fa que l'experiència de l'aprenentatge sigui més satisfactòria i impulsa actituds més positives cap a la matèria tractada.

Així mateix, quan els estudiants treballen en equip tenen una motivació addicional per a perseguir objectius comuns i es veuen esperonats a preocupar-se pels altres, enfront a una actitud individualista i més competitiva.

La cooperació entre els alumnes fa que desenvolupin activitats de caire cívic i social: dialogar entre sí, escoltar-se els uns als altres, actuar de manera col·lectiva, ampliar les perspectives, etc.

Un altre punt important és que el treball cooperatiu també és un instrument metodològic eficaç per a poder respondre a les diferents necessitats de l'alumnat. L'heterogeneïtat present a les aules es pot aprofitar per a diversificar la resposta educativa, que s'ha de servir del potencial d'aprenentatge que suposa el treball cooperatiu dels alumnes i la col·laboració entre iguals (Giné, 2001).

Finalment, cal destacar, que el treball cooperatiu es pot aplicar en totes les àrees, però facilita un major rendiment acadèmic en matemàtiques, ciències i tecnologia (Domingo, 2008).

Tot i que de vegades s'utilitza indistintament el treball en grup i el treball cooperatiu, cal diferenciar-ne alguns aspectes, ja que no sempre que s'ajunten un grup de persones per a aconseguir un fi comú es treballa en equip.

Un treball cooperatiu no és un treball realitzat per un conjunt de membres que actuen de manera independent i després uneixen la part del treball que ha fet cada un, sinó que és necessari que existeixi una estructura organitzativa que afavoreixi l'elaboració conjunta de la producció. Per aquesta raó, en el treball per equips cada un dels components ha d'assumir un rol.

En el treball cooperatiu es valora la interacció i col·laboració entre els membres de l'equip, així com la negociació per a arribar a acords i fer front als conflictes que puguin sorgir; per això, és necessari que hi hagi una comunicació fluida i que es treballin aspectes com la capacitat d'escoltar i de comprendre el punt de vista dels altres, argumentar de manera estructurada i coherent, prendre decisions conjuntament, etc.

En definitiva, un equip és un conjunt de persones que treballen per tal d'aconseguir un fi comú mitjançant accions col·laboratives i l'èxit només s'aconsegueix si tots els membres assimilen els objectius plantejats.

Estudi de l'aplicació real del treball cooperatiu

Durant les pràctiques del Màster de Formació del Professorat es tingué l'oportunitat de posar en pràctica el treball cooperatiu i, així, estudiar la viabilitat de la seva implantació.

Es prepararà una unitat didàctica per segon d'ESO, la proporcionalitat geomètrica, i una per quart d'ESO de matemàtiques acadèmiques, les funcions.

En el cas de segon d'ESO, se'ls plantejà una activitat consistent en calcular l'alçada dels fanals del pati aplicant la semblança de triangles. Hi participaren vint-i-sis alumnes, pel que es feren quatre grups de quatre persones i dos grups de cinc.

La distribució dels grups es basà, fonamentalment, en dos aspectes. Per una banda, les afinitats personals dels alumnes, ja que s'intentà evitar posar en el mateix grup els alumnes que no treballaven bé junts. D'altra banda, es feren grups heterogenis des del punt de vista de la diversitat. En el curs hi ha dos alumnes amb adaptacions curriculars significatives i sis que reben reforç; per aquesta raó, a l'hora de fer els grups es repartiren en equips diferents. Quant als alumnes amb un rendiment acadèmic més alt, se seguí el mateix procés i també es distribuïren entre els diferents grups.

A cada equip els alumnes adoptaren distints rols, ja que a la fitxa per entregar calia descriure la tasca feta per cada un dels components del grup. Per a fer

l'avaluació s'utilitzà una rúbrica amb un apartat específic per a avaluar el treball cooperatiu.

En general, la resposta al treball cooperatiu fou bona. La principal preocupació era que en algun grup ho acabés fent tot la mateixa persona, però no va ser així, ja que tots acompliren el seu paper. Ara bé, el problema primordial fou que, com que no estan acostumats a fer activitats fora de l'aula, alguns no es prenen les tasques seriosament.

Pel que fa als alumnes de quart d'ESO, per estudiar les propietats de les funcions es va fer una activitat anomenada trencaclosques. Es prepararen cinc fulles diferents on s'explicava una de les propietats de les funcions (continuïtat, punt de tall amb els eixos, creixement i decreixement i màxims i mínims, simetria i periodicitat) i es plantejaven uns exercicis per fer.

Per a dur a terme aquesta activitat es distribuï la classe en grups de cinc persones (una persona per a cada una de les propietats de les funcions). Com que es tracta d'una classe de matemàtiques acadèmiques, no hi ha alumnes amb necessitats educatives especials, ja que aquests opten per l'opció de matemàtiques aplicades. Per aquesta raó, a l'hora de fer els grups va prevaler el rendiment acadèmic dels alumnes, això és, a cada grup i havia, al menys, un dels estudiants amb grau superior de coneixements matemàtics i un de grau inferior.

Una vegada fet els grups, es repartí un full amb una de les propietats a cada alumne, que s'ho va llegir individualment. Una vegada finalitzada la lectura individual, els alumnes amb el mateix document s'agruparen per a solucionar els possibles dubtes i per a fer els exercicis plantejats. Finalment, cada alumne retornà al seu equip per tal d'explicar la propietat estudiada als companys i plantejar els exercicis resolts anteriorment.

Un cop explicada l'activitat a fer, se'ls mostrà la rúbrica utilitzada per a l'avaluació, que contenia un apartat específic per a la valoració dels companys i del treball en equip.

Una vegada més, els alumnes respongueren molt bé a l'activitat, tot i que no estan acostumats a treballar en grup. Per exemple, cada vegada que s'havien

de posar en equips tardaven uns minuts a ajuntar-se tots els components; a més, foren pocs els que valoraren als companys. No obstant això, s'explicaven les coses uns als altres i les repetien quan algú no ho entenia o no quedava prou.

En definitiva, el treball col·laboratiu és fàcilment aplicable a una aula si es donen les pautes a seguir, ja que, en cas contrari, hi ha el risc de que els alumnes treballin en grup però no en equip.

EL PAPER DEL DOCENT

En l'aprenentatge basat en projectes els alumnes són els protagonistes, a conseqüència de que participen activament en la construcció del coneixement. No obstant això, cal destacar la importància que té el docent en la investigació, tot i que no participi en el procés directament.

Pel que fa al desenvolupament del projecte, el professor ha de realitzar algunes tasques encaminades cap al bon funcionament de la investigació. En primer lloc, ha d'ampliar l'horitzó dels alumnes quant als seus interessos i fer-los aprofundir en les seves inquietuds. A més, ha de destriar aquells temes d'investigació que es proposin per tal de perfilar-los: si un tema és massa ampli l'ha d'acotar, mentre que si la matèria és molt concreta l'ha de desenvolupar per a que abasti més continguts. El docent ha de conduir els temes proposats cap aquells que permetin transmetre nous coneixements o l'adquisició de capacitats. A fi de d'aconseguir un aprenentatge significatiu, és necessari que les investigacions fetes es puguin vincular amb els coneixements previs dels alumnes, és a dir, que els continguts tractats tinguin certa continuïtat. A més a més, el tema escollit ha de permetre tractar tot allò que els alumnes necessiten saber per no tenir una visió limitada del món, això és, hi ha d'haver uns continguts mínims a treballar.

Després de triar el tema i perfilar-lo, els alumnes han de fer un pla de treball per a dur a terme la investigació. En aquesta fase, el docent ha de supervisar la planificació de tal manera que sigui realista i s'adapti als objectius establerts sense imposar prematurament les passes que han de seguir. Si el professor

realitza el seu paper correctament, la investigació dels alumnes serà rigorosa i completa.

Al llarg de la investigació, s'ha d'assegurar de que els alumnes facin les activitats planificades, tot i que són els estudiants els que han de fer el seguiment del treball. Per a aconseguir-ho, el professor ha de remarcar la importància que té l'autoavaluació al llarg de procés per a ells mateixos puguin revisar la planificació i, en cas necessari, ajustar-la amb la informació obtinguda.

Per acabar, el docent ha d'encoratjar als alumnes per a que comuniquin amb precisió el resultat de la seva recerca i han de contribuir a que rebin una retroalimentació útil i constructiva.

Quan a la motivació i la confiança dels estudiants, l'educador ha de contribuir a que els alumnes aprofundeixin en les seves reflexions, així com a relacionar els nous continguts amb els seus coneixements previs (en cas de que sigui necessari, pot fer algunes explicacions útils per a la investigació).

Cal que el docent creï un ambient de suport i positiu envers la investigació, ja que aquesta no sempre dóna els fruits esperats i s'ha d'assumir que la superació dels errors és una part més de tot el procés.

En conclusió, la investigació necessita un ambient de confiança, de comprensió i superació de les errades i de reconeixement dels mèrits i és l'educador el que ho ha de fer possible.

CARACTERÍSTIQUES DELS PROJECTES. DIFERÈNCIES AMB UNA UNITAT DIDÀCTICA

Un projecte té uns trets característics que el diferencien d'una unitat didàctica, a continuació s'analitzaran els aspectes més importants.

Una unitat didàctica parteix d'una programació i estableix els objectius, els continguts, les activitats d'ensenyament – aprenentatge, els recursos, materials i avaluació. En canvi, el projecte sorgeix dels interessos dels propis alumnes, no com una imposició, i els continguts no es tracten de forma mecànica, sinó

que estan oberts als possibles canvis. A més, el punt de referència per a definir els objectius d'aprenentatge són els coneixements previs dels alumnes.

Quant en el paper que juga el docent a l'hora de desenvolupar els continguts, en la unitat didàctica, se segueix el guió didàctic dissenyat de forma sistemàtica per ells mateixos o per una editorial, mentre que en un projecte el guió canvia cada any i el protagonista de l'aprenentatge és l'alumne; és a dir, l'educador acompanya el procés, però és l'estudiant el que el guia.

Una de les altres diferències és que en una unitat didàctica es copia la realitat i, per aquesta raó, no es desenvolupa el pensament creatiu ni l'hàbit d'experimentar. Per contra, en un projecte els alumnes trien com aprendre i predomina l'aprenentatge per descobriment.

Pel que fa a la programació del temps, en una unitat didàctica és rígida; en canvi, el disseny del projecte és obert i s'adapta a l'evolució dels esdeveniments, ja que les activitats programades es poden modificar depenent de l'interès que despertin. Per aquesta raó, els temps previstos són flexibles i orientatius i són les aportacions i suggeriments del grup les que marquen el ritme de treball.

Per acabar, el projecte és un fi en ell mateix, atès que es tracta d'una recerca real i el que s'avalua és tot el procés, no només el resultat final. Els errors no es valoren com un aspecte negatiu i punible, sinó que formen part del mateix procés d'aprenentatge.

AVALUACIÓ DELS PROJECTES

La introducció d'una metodologia innovadora requereix de nous sistemes d'avaluació, per això, a l'hora d'avaluar un projecte s'ha de deixar de banda el sistema tradicional.

En l'etapa de planificació del projecte per part del docent s'estableixen els objectius a assolir quant als continguts i les habilitats que han de dominar els alumnes. Per tant, és quan s'han d'establir les estratègies d'avaluació que guiaran el procés d'ensenyament – aprenentatge durant el desenvolupament del projecte.

Aquesta metodologia és incompatible amb una avaluació fonamentada principalment amb exàmens atès que, si els alumnes s'impliquen en el projecte i li dediquen gran part del seu temps, no els queda temps per a preparar els exàmens. Si, per contra, l'examen té un pes important, hi ha el perill de que els estudiants no es prenguin seriosament el projecte. En conseqüència, cal replantejar el paper que han de jugar els exàmens en l'aprenentatge basat en projectes i que passin a ser un mecanisme per a garantir que els alumnes assoleixin uns coneixements mínims, amb independència del treball fet durant el projecte.

De totes maneres, més enllà dels exàmens i de les seves variants, hi ha altres mecanismes d'avaluació alternatius per a avaluar el contingut del projecte. Per exemple, la realització de portafolis que permeten emmagatzemar el producte dels projectes en sí o les tasques integrades, com els textos escrits, gravacions d'àudio o vídeo, etc. Si els documents s'ordenen cronològicament es fa palès l'evolució, el progrés i el grau de consecució dels objectius plantejats, així com les estratègies de cada grup per a la indagació, el pensament reflexiu i l'anàlisi (Iborra i Izquierdo, 2010). Per la seva banda, l'exposició oral permet compartir el producte final amb altres persones, el que proporciona als alumnes una retroalimentació i una oportunitat per a fer una reflexió sobre allò que han après.

Un altre instrument d'avaluació que es pot utilitzar és l'observació i registre de l'acompliment de les tasques per part dels alumnes. L'observació pot ser de dos tipus: tancada, si s'ha pensat prèviament; i anecdòtica, si es va apuntant el que surt de manera espontània.

Per a avaluar el treball cooperatiu hi ha diverses tècniques, que poden ajudar a valorar i a reconduir els processos d'aprenentatge en grup (Iborra i Izquierdo, 2010):

- Qüestionaris i escales: hi ha quatre tipus per a valorar diferents indicadors com, per exemple, el grau de cohesió del grup, el tipus de rols assignats, l'acompliment de les funcions dels equips i el clima existent entre cada un dels membres del grup.

- Entrevistes als equips: el grup explica el seu funcionament al professor. Aquest procés d'avaluació està dirigit a obtenir informació qualitativa sobre el funcionament de l'equip, com les dificultats que es troben, el grau de motivació i d'interès, etc.
- Panells de control de tasques de grup: per a controlar la tasca feta per cada un dels integrants del grup.
- Llibres d'acta: en ells es registren els ordres del dia, els esdeveniments més importants de la sessió i les decisions que s'han pres.

L'avaluació pot incloure diferents modalitats, com l'autoavaluació, la coavaluació i l'avaluació del professor.

L'autoavaluació és aquella que fa una persona sobre ella mateixa o sobre un procés o resultat personal. L'autoavaluació facilita l'aprenentatge autònom i eficaç perquè potencia que l'alumne reflexioni sobre la participació en el projecte, la relació amb els companys d'equip, l'interès vers el coneixement, els mètodes de treball, etc.

Altrament, la coavaluació s'utilitza per a referir-se a l'avaluació entre iguals, és a dir, aquells processos on els alumnes avaluen els seus companys. L'alumne que avalua també treu un benefici perquè pren consciència dels aspectes més importants del projecte.

Així mateix, el disseny de rúbriques o la utilització d'un diari d'aprenentatge permet donar informació de manera bidireccional. Les rúbriques, que són guies per a ajudar a avaluar, fan possible que els docents comuniquin als estudiants allò que s'espera d'ells, és a dir, els elements que s'avaluaran durant i al final del projecte. D'altra banda, amb els diaris d'aprenentatge el alumnes poden explicar als docents quins han estat els elements més interessants, què han après, què els agradaria aprendre, etc.

La participació de l'alumnat en el procés d'avaluació està relacionada amb l'avaluació formativa, que ajuda a recopilar informació sobre l'aprenentatge mentre es desenvolupa amb la finalitat de millorar el procés. Així, la utilització d'aquests instruments d'avaluació permet que els alumnes tinguin una

informació clara i contínua dels processos d'aprenentatge i de les decisions que han de prendre per a enriquir-lo.

L'avaluació ha d'ajudar a que els alumnes prenguin consciència tant dels punts forts com dels punts dèbils del seu treball i, per aquesta raó, l'autoavaluació permet centrar l'atenció en valorar la qualitat del treball i com es pot millorar.

En definitiva, l'avaluació es desenvolupa paral·lelament a l'execució del projecte a través de recapitulacions del que s'ha après, activitats, elaboracions de síntesis, etc. i té la mateixa importància el procés que el resultat final.

AVANTATGES DE L'APRENTATGE BASAT EN PROJECTES

La metodologia de treball per projectes contribueix al desenvolupament de les competències bàsiques: comunicació lingüística, tant a l'hora d'exposar el projecte com per dur a terme el treball cooperatiu; competència digital, gràcies a la introducció de les noves tecnologies; o competències socials i cíviques, ja que es fan en grups col·laboratius i formació de l'esperit emprenedor a l'hora de resoldre problemes en contextos reals. Aquestes competències bàsiques es poden desenvolupar tot integrant els diferents sabers: saber fer, saber conèixer i saber ser (Tobon, 2006). A més, es poden tractar continguts de diferents àrees de coneixement per tal de fer un tractament transversal del currículum i plantejar uns objectius reals, no ideals.

Un dels altres avantatges que aporta aquesta metodologia és que els alumnes participen activament i són els protagonistes del seu propi aprenentatge. Els coneixements s'adquireixen a partir dels seus sabers i de les seves experiències, el que permet desenvolupar processos de treball actiu. Per aquesta raó, els alumnes tenen la satisfacció de conduir el seu propi aprenentatge, de participar i d'aconseguir els objectius proposats. A més, se senten responsables dels èxits i els errors es valoren com una passa més de l'aprenentatge, no com un fracàs. Tot això té un efecte de motivació en l'alumnat i propicia actituds i valors positius: responsabilitat, reflexionar abans d'actuar, tenir un esperit crític, treballar de manera rigorosa, etc.

Els projectes estimulen la creativitat artística, però també la creativitat que comporten les investigacions científiques o tecnològiques que exigeixen crear

idees innovadores i construir hipòtesis. A més, exigeixen el domini de diferents habilitats: planificar prèviament les passes que s'han de seguir, manejar diverses fonts d'informació, autoavaluar la feina feta i actualitzar el pla establert d'acord amb aquesta autoavaluació, participar en grups de treball i distribuir les tasques, etc. L'adquisició d'aquestes destreses fomenta el treball autònom i la responsabilitat dels alumnes.

Finalment, quant a l'atenció a la diversitat, el treball per projectes permet l'adaptació a diferents nivells curriculars dins d'un mateix grup. Davant d'un mateix problema o plantejament els alumnes poden respondre amb diferent grau de complexitat. A més, els projectes fomenten l'aprenentatge col·laboratiu, amb els seus beneficis en termes de coneixement, de les relacions personals i de l'augment de la motivació.

MILLORA DE L'APRENTATGE DE LES MATEMÀTIQUES A TRAVÉS DELS PROJECTES

L'aprenentatge basat en projectes ofereix un enfocament diferent de la metodologia tradicional i permet un ensenyament de les matemàtiques més profund i ampli atès que els projectes possibiliten una pràctica basada en l'ús de casos reals que proporcionen experiències d'aprenentatge riques, diverses i contextualitzades. Es tracta d'una estratègia metodològica que contribueix al desenvolupament de capacitats i destreses necessàries en el món actual perquè permeten treballar en situacions concretes on es pot organitzar i interpretar informació i dades; descriure relacions matemàtiques, enfrontar problemes amb situacions múltiples, analitzar i interpretar problemes a través de les matemàtiques, entendre noves idees, etc. (Aravena, Caamaño, Giménez, 2008).

Un dels altres aspectes a considerar és que l'aprenentatge basat en projectes augmenta la idoneïtat didàctica de l'ensenyament de les matemàtiques, que es defineix com a l'articulació coherent i sistèmica dels següents components: idoneïtat epistèmica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva i ecològica (Godino, 2011).

Els projectes incideixen en la idoneïtat afectiva, és a dir, en la implicació dels alumnes en l'aprenentatge. Es poden distingir tres components per a valorar el grau d'idoneïtat efectiva d'una metodologia (Godino, 2011):

- Interessos i necessitats, segons si les tasques tenen interès pels alumnes i si es proposen situacions que permetin valorar la utilitat de les matemàtiques en la vida quotidiana. En el cas del treball per projectes, són els propis estudiants els que escullen el tema. Això implica, d'una banda, que s'involucrin en els coneixements a investigar; i, d'altra banda, que tinguin un major compromís amb la matèria estudiada. A més, es treballa en les aplicacions de les matemàtiques en contextos reals, el que permet que els alumnes se'n adonin de la utilitat pràctica de les matemàtiques.
- Actituds, segons si es promou la participació en les activitats, la perseverança, responsabilitat, etc. i si s'afavoreix l'argumentació en situacions d'igualtat, això és, l'argument es valora en sí mateix i no per l'autor. L'aprenentatge basat en projectes promou la construcció activa del coneixement per part dels alumnes i l'aprenentatge autònom, ja que els estudiants han d'investigar per ells mateixos i han de prendre les seves pròpies decisions. A més, s'afavoreix la reflexió perquè els estudiants tenen l'oportunitat de prendre consciència sobre el seu aprenentatge. Per últim, com que es tracta d'un treball cooperatiu, els alumnes han de desenvolupar habilitats per a relacionar-se amb els companys (fer crítiques constructives, saber escoltar i argumentar, etc.)
- Emocions, segons si es fomenta l'autoestima, tot evitant el rebuig la fòbia o la por a les matemàtiques. En els projectes, l'error és una part més del procés d'aprenentatge, no és una acció punible que s'ha d'eliminar. A més, l'autoavaluació i la reflexió durant el desenvolupament de la investigació, fa que els estudiants prenguin consciència també d'allò que han fet bé. Tot això contribueix a augmentar l'autoestima i a perdre la por a les matemàtiques.

Finalment, l'aprenentatge basat en projectes permet incorporar la resolució de problemes en contextos reals, que contribueix a la formació intel·lectual i científica dels estudiants.

Cal que els docents impulsin la resolució de problemes i el pensament matemàtic com a eix vertebrador de l'ensenyament de les matemàtiques. El Ministeri d'Educació i Cultura (MEC) contempla la posada en pràctica de processos de raonament que condueixen a la l'aplicació d'estratègies de resolució i a la solució de problemes (MEC, 2007) i, entre d'altres coses, el treball per projectes contribueix a:

- Utilitzar estratègies i tècniques de resolució de problemes. A l'hora de desenvolupar un projecte, en primer lloc s'han de planificar les passes a seguir i es promou la projecció del pensament estratègic.
- Expressar verbalment el procediment que s'ha seguit en la resolució del problema. Com que es tracta d'un treball cooperatiu, és necessari que els alumnes es comuniquin amb els seus companys i, quan es realitza l'exposició oral del projecte, s'ha d'explicar el procediment seguit.
- Confiar en les pròpies capacitats per a afrontar els problemes, comprendre les relacions matemàtiques i prendre decisions a partir d'elles.
- Perseverar i tenir flexibilitat en la recerca de solucions.

Com ja s'ha vist, l'aprenentatge basat en projectes es pot aplicar a totes les branques de les matemàtiques, però a continuació se'n desenvolupen algunes en més profunditat.

Trigonometria

La trigonometria acostuma a ser un contingut poc clar i entenedor pels alumnes. Principalment, la dificultat de la trigonometria radica en que el docent presenta directament el coneixement en representacions estereotipades i pressuposa que els alumnes se n'apropien i són capaços tant d'entendre el contingut com d'aplicar-lo en situacions diferents a l'explicada. No obstant això, segons l'enfocament i el context que es plantegi, els alumnes han de canviar

les definicions donades per a les raons trigonomètriques. Per això, si no s'entén el concepte, és difícil aplicar la trigonometria a la resolució de problemes.

El fet de que les representacions estiguin estereotipades (per exemple, els triangles rectangles sempre es representen amb un dels catets en horitzontal) fa que l'alumne tingui la percepció de que la posició és una de les característiques geomètriques i, quan aquesta es canvia, li costi reconèixer la figura.

Atès que la trigonometria és una branca molt tècnica, s'ha de tractar amb especial cura per part del professorat, que sempre ha d'intentar motivar i animar als alumnes per a que confiïn en les seves pròpies capacitats i fer-los veure la part més pràctica de la trigonometria (Flores Gil, 2008). Tot i que s'acceptin algunes propietats geomètriques com a punt de partida, mitjançant els projectes es poden buscar relacions entre els elements gràcies a l'observació, la comparació i la construcció de figures. En definitiva, els alumnes poden investigar i identificar propietats de la trigonometria que van més enllà de reconèixer, nombrar i representar funcions trigonomètriques.

Geometria

Tradicionalment, l'ensenyament de la geometria s'ha caracteritzat pels següents factors (Barrantes, 2003):

- Tendència a la memorització de conceptes i propietats.
- Aritmetització dels problemes.
- Exclusió prematura de la intuïció com a accés al coneixement geomètric.

Això provoca que els alumnes només concebin la geometria com un conjunt de fórmules a aplicar per a resoldre les activitats proposades sense entendre el concepte de fons.

L'aprenentatge basat en projectes permet que els alumnes assoleixin un millor coneixement de l'espai i investiguin continguts geomètrics útils per la vida quotidiana.

La geometria fa possible el desenvolupament de les destreses cognitives, però només quan l'aprenentatge es fa de manera pràctica i quan s'apliquen els coneixements teòrics fora de l'aula. A més, els projectes faciliten anar més enllà de la geometria plana i investigar continguts de la geometria espacial i, fins i tot, establir la connexió existent entre les dues per tal de que els alumnes no les concebin de forma independent.

En conclusió, a l'hora d'estudiar la geometria no s'ha de prioritzar la memorització de conceptes, teoremes i fórmules, sinó que s'ha de treballar amb una metodologia que permeti la manipulació, el tacte i la visió dels objectes.

Anàlisi

En l'aprenentatge de l'anàlisi fonamental els alumnes es troben amb dificultats importants lligades a la complexitat matemàtica conceptual: nombres reals, funcions i successions, etc. (Artigue, 1998). El fet de saber de memòria una definició no implica comprendre'n el significat. No obstant això, en la majoria de llibres de text tot just es dona la definició que s'ha d'utilitzar per a resoldre les tasques i problemes proposats.

El treball per projectes permet fer una aproximació més intuïtiva i experimental de l'anàlisi matemàtic. També possibilita la incorporació de les noves tecnologies i centrar l'activitat matemàtica cap a la resolució de problemes.

Estimacions i mesures

Els llibres de text utilitzats en l'educació secundària proposen tasques de mesura que es limiten a l'aplicació de fórmules o a fer canvis d'unitats mecànics. No es treballa l'estimació abans de fer els càlculs per tal d'obtenir una resposta aproximada i per comparar-la amb els resultats obtinguts ni s'utilitzen instruments de mesura.

En canvi, a l'hora de fer un projecte hi ha una interacció entre l'estudiant i el seu entorn, de manera que aquest pot dur a terme una exploració efectiva del món real. Amb la utilització de diferents instruments de mesura es poden resoldre problemes quotidians sense haver de limitar-se a la transformació

mecànica entre unitats o a la utilització de fórmules que es repeteixen sense entendre'n el significat.

Aritmètica

L'aritmètica i, en concret, la proporcionalitat aritmètica, és un dels temes més importants que s'estudien durant l'educació secundària. D'una banda, posa en joc molts dels aprenentatges aritmètics (fraccions, operacions elementals, etc). D'altra banda, resol molts dels problemes que es troben els adults en la vida quotidiana (descomptes, interessos bancaris, etc).

No obstant això, hi ha una manca de comprensió dels conceptes implicats i de destresa per a aplicar les tècniques de càlcul correctament. Així, tant els adolescents com els adults tenen grans dificultats a l'hora de resoldre problemes de proporcionalitat.

Per aquesta raó, s'ha de reflexionar sobre l'ensenyament tradicional de la proporcionalitat aritmètica, tant pel que fa a conceptes com a procediments. L'aprenentatge basat en projectes és una alternativa a aquest tipus d'ensenyament, ja que els alumnes poden investigar la proporcionalitat en un context físic i real. D'aquesta manera, a diferència del que passa en un context abstracte, es poden establir criteris per a identificar situacions que impliquen l'existència de magnituds proporcionals.

A més, el concepte de raó aritmètica, no es presenta sols com una expressió formal, sinó que els projectes permeten mostrar-la des d'un context real com a una relació entre objectes físics. Per exemple, en situacions d'intercanvi, els àrabs no utilitzaven la raó com a quocient, sinó que tenia el sentit d'una mesura, això és, la quantitat d'un dels tipus d'objecte que es canviava per cada un de l'altre tipus d'objecte. Per tant, la idea de raó va més enllà que la d'una relació multiplicativa entre quantitats en un context abstracte.

Pel que fa a la distinció entre magnituds directa i inversament proporcionals, s'ha d'incidir en la recerca i caracterització de les magnituds que apareguin a la formulació del problema. No s'ha de simplificar-ne la distinció amb frases estàndards com, per exemple, que dues magnituds són directament proporcionals si, quan augmenta una, l'altra també ho fa.

En conclusió, els projectes són una bona eina per ajudar a controlar els aspectes conceptuals de la proporcionalitat aritmètica, així com les magnituds que intervenen i les relacions existents entre sí.

ESTUDI D'UN CAS REAL DE L'APRENTATGE BASAT EN PROJECTES

PRESENTACIÓ

L'estudi d'un cas concret d'un centre on es treballa per projectes és un complement al marc teòric, amb la intenció d'analitzar com s'aplica aquesta metodologia en un context real.

Aquesta investigació constarà de dues parts:

1. Exploració de les característiques del centre IES Antoni Maura.
2. Assistència a una ponència explicativa del procés d'implantació del treball per projectes a càrrec de la directora del centre i la cap d'estudis en el Congrés Nacional sobre Ocupació i Treball organitzat per la Fundació Amadip Esment el dia 27 de maig de 2016.

EL CENTRE

L'IES Antoni Maura és un centre públic d'ensenyament secundari fundat el curs 1972 – 1973. Està situat a la barriada del Polígon de Llevant de Palma, que té una població principalment de classe mitjana – baixa.

L'oferta d'estudis és molt àmplia: ESO, batxillerat, formació professional, formació per adults i batxillerat a distància. Actualment el centre compta amb 110 professors i uns 2100 alumnes.

Pel que fa a l'àmbit lingüístic, els alumnes són majoritàriament castellanoparlants, ja que la població de la zona està integrada principalment per famílies procedents de diferents indrets de l'estat espanyol i d'altres països (sobretot d'hispanoamèrica). A més, els alumnes arriben amb un nivell acadèmic mitjà-baix i, en alguns casos, amb mancances educatives greus. Això se li ha d'afegir les situacions personals i familiars difícils que han donat lloc a descompensacions socials i a famílies poc implicades en el procés educatiu dels fills. Pel que fa a l'educació secundària, hi ha alumnes de 40 nacionalitats diferents i hi ha un percentatge molt elevat d'alumnes amb necessitats educatives especials, que supera el 40% a cada classe.

Per aquesta raó, s'ha de fer un esforç considerable quant a l'atenció a la diversitat, la motivació dels alumnes, el control de l'absentisme i la gestió de la convivència.

ANTECEDENTS

Fa uns tres anys el centre va arribar a una situació límit quant a la convivència, sobretot en els cursos de primer cicle d'ESO. A les darreres hores del dia era gairebé impossible impartir classe i diàriament sorgien conflictes. Es va implantar un carnet per punts per a millorar la convivència, però no va resultar eficaç perquè les amonestacions sempre anaven destinades a les mateixes persones i les famílies assumien les sancions com un fet normal i quotidià.

La resolució de conflictes estava en mans del cap d'estudis, que destinava el 80% del seu temps a tractar els problemes de convivència. A més, l'aplicació de la mediació resultava ineficaç perquè, com que estaven desbordats, els problemes no es tractaven de forma immediata. Això generava una frustració en les persones involucrades i un sentiment d'impunitat davant de les faltes de convivència.

Aquest cúmul de situacions desembocaren en una falta de motivació generalitzada i un sentiment de decepció entre el professorat.

CANVI DE METODOLOGIA

Davant d'aquesta circumstància, un grup de professors del centre es plantejà introduir alguns canvis però, degut a la manca de formació, no sabien com actuar.

No obstant això, aquesta inquietud per part d'alguns dels docents es va contagiar a l'equip directiu, que es proposà liderar un canvi global en la metodologia del centre.

El principal problema al que s'enfrontaren va ser la falta de formació en metodologies d'ensenyament alternatives i, per aquesta raó, començaren a investigar per a suplir aquestes mancances.

La investigació se centrà en els següents pilars:

- Treball per projectes

Es va fer una recerca d'informació sobre l'aprenentatge basat en projectes: el nou currículum de Finlàndia, la metodologia emprada als Estats Units i Canadà i l'aplicació del treball per projectes a algunes escoles de Catalunya.

- El treball cooperatiu

S'estudiaren les estructures d'aprenentatge cooperatiu de Spencer Kagan, que és un expert nord-americà en treball cooperatiu, i com transformar els espais per a fomentar el treball col·laboratiu.

- L'avaluació

S'analitzaren nous mètodes d'avaluació, com l'autoavaluació i coavaluació, així com l'ús de rúbriques per a reduir el fracàs escolar.

- Ús d'eines TIC

S'examinà la possibilitat d'introduir eines tecnològiques com la plataforma Moodle i l'accés a recursos educatius en línia.

- Educació emocional

S'investigà com crear vincles entre l'equip docent i entre els professors i els alumnes per a reduir els problemes de convivència.

Després de fer la investigació prèvia, es començaren a donar passes cap a la implantació de la nova metodologia. L'equip directiu es proposà introduir una formació global i conjunta, no individualitzada per a cada professor. No obstant això, com que es tracta d'un centre públic, els recursos oferts per la Conselleria d'Educació resultaren insuficients.

Per aquesta raó, es va fer un esforç per tal de destinar els recursos econòmics del centre a la formació.

Així, per maig del 2014 un grup de cinc professors visitaren l'institut de Sils (Catalunya). Es tracta d'un centre amb unes característiques molt similars a les de l'Antoni Maura, però amb un projecte educatiu molt diferent, basat en els valors i el respecte com a eixos fonamentals. A més, a l'IES Sils es dona molta importància a la tutoria i a la participació dels alumnes; és un centre totalment

inclusiu, on es treballa amb la diversitat, i que té un èxit escolar gairebé del 100% gràcies als canvis introduïts en l'avaluació (a l'IES Antoni Maura un 60% de l'alumnat que començava l'educació secundària no l'acabava).

Després de l'experiència amb l'IES de Sils, els professors prengueren consciència de que el canvi de metodologia era possible. Per això, per juny del mateix any l'equip directiu organitzà un curs de formació en el centre sobre estructures de treball cooperatiu.

En el curs 2014 – 2015 es començaren a aplicar algunes innovacions a primer d'ESO, que consistiren en:

- Reducció l'equip docent; es va passar de tenir un professor per matèria a que un mateix docent impartís moltes hores a un sol curs. A més, els tutors eren voluntaris i, per aquesta raó, estaven implicats en el canvi. Amb això s'aconseguí la creació de vincles entre els alumnes i els professors.
- Eliminació de les amonestacions i resolució dels conflictes directament i en el mateix moment en que es produïen.
- Implantació d'estructures d'aprenentatge cooperatiu.
- Introducció del treball per projectes interdisciplinaris sis hores a la setmana.
- Formació d'un equip de professors per al disseny de projectes.

Durant el curs es va seguir amb la formació. Així, el maig de 2015 es va fer una visita a l'IES Jacint Verdaguer (Catalunya), un centre on s'ha implantat la metodologia de l'aprenentatge basat en projectes. A més, durant el mes de juny, Neus Sanmartí, experta en el treball per projectes, va impartir una conferència a tot el claustre sobre la necessitat del canvi de metodologia i assessorà a l'equip de professors encarregats de dissenyar els projectes sobre com millorar l'ensenyament.

En el curs següent s'ampliaren els canvis introduïts a segon d'ESO i l'equip de professors de disseny de projectes passà de sis a setze membres. Endemés, la biblioteca es transformà amb una sala multifuncional i s'invertí en la millora de la xarxa de wifi.

Pel que fa al curs vinent, es preveu estendre les mesures a tercer d'ESO, ampliar l'equip de professors de disseny de projectes i seguir amb la formació del professorat.

DIFICULTATS TROBADES

Tot procés de canvi implica certes dificultats que s'han de superar i aquest no n'és un cas diferent.

En primer lloc, l'equip directiu s'ha hagut d'enfrontar a la resistència d'un sector del professorat al canvi, ja que és més còmode treballar amb una metodologia tradicional.

Quant a la relació amb l'Administració, la legislació canvia cada poc temps i no dóna cobertura a la innovació educativa. A això se li ha d'afegir la manca d'autonomia dels centres per a poder aplicar les mesures que creguin oportunes. A més, els professors han hagut de dedicar un gran esforç en el disseny de materials i projectes que no ha estat reconegut per l'Administració.

Finalment, els recursos tecnològics són obsolets, pel que els ordinadors portàtils del centre són poc útils.

BALANÇ DE L'EXPERIÈNCIA

Amb la implantació de l'aprenentatge basat en projectes s'ha aconseguit que els alumnes treballin d'una manera activa, el que ha desencadenat una major motivació. Els alumnes són més competents i feliços, ja que abans els estudiants conflictius tenien tot el protagonisme i els bons estudiants passaven desapercebuts. Ara, en canvi, tots els estudiants treballen conforme les seves capacitats i tenen la possibilitat de demostrar el que saben i el que fan.

Amb el treball cooperatiu es creen més conflictes però, gràcies als vincles establerts entre el professor i els alumnes, es treballen i se superen.

La imatge externa del centre ha millorat considerablement i ara l'IES Antoni Maura no només és conegut per ser un dels centres de l'extraradi de Palma, sinó que se l'associa a la implantació d'una nova i exitosa metodologia d'ensenyament.

Pel que fa a l'equip docent, el fet de que els projectes siguin interdisciplinaris ha contribuït a fomentar el treball en equip i a que els professors de diverses matèries estiguin coordinats.

Finalment, la visita a altres centres ha resultat ser una font de motivació pels professors, ja que han constatat que el canvi és possible i han pogut aprendre dels errors d'altres instituts.

Per tot això, el balanç que fa l'equip directiu d'aquests últims anys és molt positiu, tot i que són conscients de que encara estan a mig camí i no han arribat a la meta.

DESENVOLUPAMENT DE LA PROPOSTA

INTRODUCCIÓ

Una vegada que s'ha analitzat el marc teòric de l'aprenentatge basat en projectes i s'ha estudiat un cas real, es desenvoluparà la proposta didàctica, que pretén mostrar un exemple concret de l'aplicació del treball per projectes a l'àrea de matemàtiques.

En primer lloc, es plantejaran els objectius fixats per a dur a terme la proposta. Després s'enumeraran els continguts per tal de tenir-los en compte en el disseny del projecte. A continuació, es desenvoluparà la metodologia a seguir i la seqüència d'activitats. Finalment, s'explicarà com es farà l'avaluació.

Tot i que és un projecte dissenyat per a aplicar a l'assignatura de matemàtiques, es treballaran altres competències clau:

- Competència en comunicació lingüística: a la fase de comunicació del projecte serà necessari un ús precís del llenguatge.
- Aprendre a aprendre: per les característiques de la metodologia aplicada, els alumnes aprenen de manera autònoma.
- Competència digital: s'han d'utilitzar les noves tecnologies tant per fer la investigació com per a presentar els resultats.
- Sentit de la iniciativa i esperit emprenedor: per les característiques del treball per projectes, els estudiants són els protagonistes del seu propi aprenentatge.
- Competències socials i cíviques: el fet de treballar en grups cooperatius obliga als membres de l'equip a interaccionar i a resoldre els conflictes que puguin sorgir.

OBJECTIUS DEL PROJECTE

La proposta didàctica ha estat dissenyada per a aconseguir els següents objectius:

- Cobrir els continguts específics dels cursos establerts per la llei vigent, el Decret 34/2015, de 15 de maig, pel qual s'estableix el currículum de l'educació secundària.
- Idear un treball que sigui fàcilment aplicable a un centre d'educació secundària i que permeti veure una utilitat pràctica dels continguts teòrics, perquè per tal de desenvolupar les competències bàsiques en educació secundària és necessari anar més enllà de la faceta conceptual, és a dir, situar els continguts estudiats en un context real i no només al llibre de text.
- Evitar que els alumnes vegin el temari de matemàtiques de manera compartimentada, el fet de que els llibres de text divideixin la matèria en diferents temes pot donar la impressió equivocada de que els continguts no estan relacionats. Per tal de veure el temari de forma integral, el projecte engloba coneixements de diferents blocs i els connecta entre sí.
- Entendre la importància de la mesura i l'estimació. No es tracta d'aplicar fórmules per a realitzar diferents càlculs de mesures, sinó que s'ha de comprendre els continguts de les mesures i assolir certes destreses a l'hora de fer-les. És imprescindible que els alumnes manipulin diferents instruments de mesura i siguin conscients que l'elecció de les unitats afecta a la precisió.
- Introduir la història de les matemàtiques com a element de motivació. En el projecte s'introduiran diversos fets històrics com a mètode per a captar l'atenció dels alumnes i per a donar sentit als continguts estudiats. D'aquesta manera, es donarà a conèixer el desenvolupament històric dels continguts tractats, el que permetrà relacionar-los amb altres àrees de coneixement.
- Treballar de manera cooperativa, vist que la feina estructurada en petits equips permet la construcció de coneixements en els diferents nivells educatius.

CONTINGUTS

Per a dissenyar la proposta didàctica s'han fixat els continguts que es volen cobrir tenint el compte el Decret 34/2015, de 15 de maig, amb el que s'estableix el currículum de l'educació secundària.

Aquests aspectes es tindran en compte a l'hora d'adaptar el projecte a un curs de segon d'ESO i a un curs de quart d'ESO de matemàtiques orientades als ensenyaments acadèmics.

A l'Annex 1 es pot trobar un taula on s'enumeren els continguts que es tractaran, classificats segons el bloc al que pertanyen.

DESCRIPCIÓ DE LA PROPOSTA

Es proposa un projecte per a treballar a l'àrea de matemàtiques, que consisteix en fer un pressupost per a la compra de la pintura necessària per a pintar la façana del centre. S'adaptarà a dos cursos diferents, segon d'ESO i quart d'ESO de matemàtiques orientades als ensenyaments acadèmics.

És necessari saber, en primer lloc, quina és l'àrea de la façana i, en segon lloc, el preu de la pintura per metre quadrat, tenint en compte les possibles ofertes dels comerços.

Els alumnes hauran mesurar l'amplada de la façana i investigar com es pot conèixer l'alçada de l'edifici. Els alumnes de segon d'ESO ho faran mitjançant la semblança de triangles, mentre que els de quart d'ESO construiran un goniòmetre per a mesurar angles i aplicar la trigonometria. Una vegada s'hagin pres les mesures pertinents, cal relacionar-les amb l'àrea de la façana. Llavors, s'ha d'aplicar la proporcionalitat aritmètica per a calcular la quantitat de pintura necessària i el preu.

Una vegada s'ha realitzat el projecte bàsic es pot ampliar. Per exemple, és possible establir una relació entre la superfície de la façana i el cost de la pintura mitjançant les funcions.

METODOLOGIA

Durada i temporalització al llarg del curs

Com ja s'ha explicat en el marc teòric, els projectes no tenen una durada limitada, ja que aquesta és flexible i depèn del desenvolupament de la investigació i de l'interès dels alumnes. Ara bé, es preveu que aquest projecte concret duri al voltant d'un mes.

Pel que fa la temporalització al llarg del curs, es realitzarà en el tercer trimestre fonamentalment per dues raons. La primera és que ja s'han estudiat la major part dels continguts teòrics del curs, en conseqüència, els alumnes han adquirit els coneixements previs necessaris per a començar la investigació.

La segona raó es deu a que en el projecte es planteja una situació real en la que s'ha de realitzar una investigació de camp i en el mesos de maig i juny la meteorologia és òptima per a treballar a l'exterior de l'aula.

Agrupament

El nombre d'alumnes que participen en el projecte es correspon amb l'alumnat de cada un dels grups de segon i quart d'ESO. Quan a l'agrupació, es treballarà en grups de quatre persones. Aquest nombre d'alumnes no s'ha triat a l'atzar, ja que els grups de treball cooperatiu solen tenir de dos a quatre membres. Això és degut a que quan s'augmenta el nombre d'estudiants també ho fa la gama de destreses i capacitats; de totes maneres, també s'ha de tenir en compte que en grups reduïts l'acompliment de les tasques de cada un dels membres és més visible i els alumnes assumeixen més responsabilitat dels seus actes (Johnson, Johnson, Holubec, 1999).

Els grups seran seleccionats pel docent per tal d'assegurar-se de que a cada grup hi hagi un o dos alumnes amb certes destreses, el que aconseguirà fent una distribució estratificada: en primer lloc, s'estableix un ordre entre els alumnes, de més a menys rendiment acadèmic, segons el concepte del propi docent; llavors, per a conformar cada grup s'escull un alumne del nivell superior de rendiment, un del nivell inferior i dos del mitjà, tenint en compte que siguin

grups heterogenis des del punt de vista de gènere i que hi hagi certa afinitat entre els components (Johnson, Johnson, Holubec, 1999).

Com ja s'ha explicat en l'apartat anterior, per a que un treball sigui cooperatiu i no una simple activitat en grup, cada un dels membres ha d'assumir un rol. Per aquesta raó, abans de començar a treballar, els alumnes han d'especificar el paper que desenvoluparà cada un.

Recursos i espais

Per a poder elaborar el projecte, és necessari que els alumnes tinguin a l'abast instruments de mesura, com cintes mètriques, odòmetres i una balança; tots els instruments i el material necessari per a construir el goniòmetre els proporcionarà el docent.

Pel que fa a l'espai on es desenvolupa el projecte, hi ha una part de mesura que s'ha de fer a l'exterior i una part de recerca i investigació, que es pot fer a l'aula. A més, els alumnes hauran de disposar d'ordinadors amb accés a la xarxa per a poder recercar el que creguin convenient i per a preparar l'exposició del projecte.

Pel que fa als recursos educatius, es repartirà un dossier amb les activitats a realitzar. També s'entregarà una rúbrica per a que els alumnes sàpiguen, per avançat, el que s'espera d'ells.

Activitats

Es farà un llistat amb les activitats que s'han de fer per a arribar a saber quin és el cost en pintura per a pintar la façana del centre.

Tot i que en els projectes són els alumnes els que han de fer la planificació, el docent donarà certes pautes a seguir, ja que es tracta d'una metodologia nova pels estudiants.

En primer lloc, s'explica en què consisteix cada activitat. Com ja s'ha comentat anteriorment, el docent proporcionarà el material necessari.

Les activitats es divideixen en tres tipus depenent de la fase del projecte: de preparació, de desenvolupament i de comunicació i avaluació. Cada una de les activitats de desenvolupament es dividirà en tasques diferents:

- Tasques prèvies: s'ha de buscar informació històrica sobre el tema i recordar els coneixements previs.
- Tasques de desenvolupament: cal fer una recerca d'informació per a poder dur a terme l'activitat pràctica.
- Tasques d'aplicació: s'han d'utilitzar els coneixements adquirits per a trobar la solució a la qüestió plantejada.

Atenció a la diversitat

L'aprenentatge basat en projectes, per les seves pròpies característiques (aprenentatge significatiu, constructivisme, etc), és una metodologia indicada per a atendre la diversitat, gràcies a que porta el coneixement més enllà de l'aula, en un context real. A més, se centra en l'estudiant, que és el protagonista del seu propi aprenentatge i això permet atendre les necessitats individuals de cada un.

Com ja s'ha explicat anteriorment, el treball cooperatiu en grups heterogenis (tal com s'ha previst en el projecte) contribueix a que cada grup d'alumnes, tot i tenir necessitats educatives de diversa índole, treballi conjuntament per a assolir els coneixements.

SEQÜÈNCIA D'ACTIVITATS: ADAPTACIÓ A SEGON D'ESO.

En un projecte es poden distingir tres fases bàsiques: de preparació, de desenvolupament i de comunicació i avaluació final. A l'hora de preparar el projecte s'han dissenyat diferents activitats per a cada una de les etapes.

Fase de preparació

- Activitat 1: distribució de rols.

Una vegada que els alumnes ja s'han agrupat, cal repartir el paper que ha d'exercir cada membre de l'equip.

- Activitat 2: planificació.

Quan ja s'ha proposat el tema del projecte, es presenten les activitats de desenvolupament per a que els alumnes puguin planificar les passes a seguir per a la realització del projecte.

Entre tots, es fixaran els dies en que s'han de fer les mesures de la façana i el càlcul de l'altura de l'edifici, ja que tots els grups les han de fer el mateix dia perquè només hi ha un docent per a cada classe.

- Activitat 3: recerca d'informació.

Els alumnes han de fer una primera recerca d'informació entre els apunts del curs que pugui resultar útil per a fer el projecte. D'aquesta manera, a més d'obtenir informació, es reforçaran els coneixements previs.

Fase de desenvolupament

- Activitat 4: mesures.

- Abans de començar.

S'ha de llegir el document sobre la introducció del metre com a unitat de mesura (Annex 2).

- Desenvolupament.

Cal buscar informació sobre la utilització correcta dels instruments de mesura i com s'empra un odòmetre.

- Aplicació

S'ha de mesurar l'amplitud de la façana de l'edifici, així com les finestres i les portes.

- Activitat 5: càlcul de l'alçada de l'edifici.

- Abans de començar.

S'ha de llegir el document on s'explica com Tales va calcular l'alçada de la piràmide de Keops (Annex 2) .

- Desenvolupament.

S'ha de cercar informació sobre com es pot calcular l'alçada del centre utilitzant la semblança de triangles.

- Aplicació

S'ha de calcular l'alçada de l'edifici.

- Activitat 6: càlcul de la superfície de la façana, quantitat de pintura necessària i el cost de la mateixa.

- Abans de començar.

S'ha de parlar amb els padrins per a investigar quines unitats de mesura de superfície s'utilitzaven antigament i han de trobar la seva equivalència en el sistema mètric decimal.

- Desenvolupament.

En primer lloc, s'ha d'investigar com es pot calcular la superfície d'un rectangle.

Llavors cal fer un experiment per a calcular la pintura necessària per a pintar un metre quadrat. Es disposarà de cartró i un pot de pintura i, a partir de la superfície del cartró i de la quantitat de pintura utilitzada (que es mesurarà amb l'ajuda d'una balança), es pot saber quanta pintura es necessita per a pintar tota la façana.

Finalment, s'han de cercar ofertes per a comprar la pintura. Es poden consultar diferents pàgines web per a conèixer el preu de la pintura, per exemple:

- http://www.leroymerlin.es/productos/pintura/pintura_exterior/pintura_para_fachadas.html
- http://bricodepotes.prestimedia.net/?field_tienda_asociada=21#page/68-69

Si els alumnes ho creuen convenient, poden visitar ells mateixos les tendes fora de l'horari lectiu.

- Aplicació

S'ha de calcular la superfície de la façana, tenint en compte que s'ha de restar la superfície de les finestres i, juntament amb els resultats de l'experiment, preveure la quantitat de pintura necessària per a pintar la façana de l'edifici.

A partir del preu de la pintura, s'ha d'esbrinar el cost total de pintar la façana.

- Activitat 7: representació de la funció superfície - cost

- Abans de començar.

Cal buscar informació sobre René Descartes, famós matemàtic del segle XVII i la seva contribució a la geometria analítica. Per a investigar es poden mirar, entre altres, aquestes pàgines web:

- <http://www.biografiasyvidas.com/biografia/d/descartes.htm>
- <https://www.um.es/docencia/pherrero/mathis/descartes/cartesianas.htm>

- Desenvolupament.

És necessari investigar com es representa una funció lineal i l'equació de la recta.

- Aplicació

S'ha de fer una taula de valors i representar gràficament la funció superfície de la façana – cost de la pintura. Finalment, s'ha de trobar l'equació de la recta.

Fase de comunicació i avaluació

- Activitat 8: presentació del projecte.

S'ha de lliurar un portafolis per grup amb el recull de les activitats i tasques fetes i s'ha de fer una presentació oral dels resultats del projecte davant la resta d'equips.

- Activitat 9: Autoavaluació

S'ha d'omplir un full d'autoavaluació de manera individual en el que també hi ha un apartat per a valorar el projecte.

SEQÜÈNCIA D'ACTIVITATS: ADAPTACIÓ A QUART D'ESO.

Es fa una adaptació del projecte a un curs de quart d'ESO de matemàtiques acadèmiques. Se segueix el mateix esquema que en el cas de segon d'ESO, però es dona més llibertat a l'hora de fer les activitats.

Fase de preparació**- Activitat 1: distribució de rols.**

En primer lloc, una vegada que els alumnes ja s'han agrupat, cal repartir el paper que ha de tenir cada membre de l'equip.

- Activitat 2: planificació.

Quan ja s'ha proposat el tema del projecte, es presenten les activitats de desenvolupament per a que els alumnes puguin planificar les passes a seguir per a la realització del projecte.

Entre tots, es fixaran els dies en que s'han de fer les mesures de la façana i el càlcul de l'altura de l'edifici, ja que tots els grups les han de fer el mateix dia perquè només hi ha un docent per a cada classe.

- Activitat 3: recerca d'informació.

S'ha de fer una primera recerca d'informació entre els apunts del curs que creguin que pot ser útil per a fer el projecte. D'aquesta manera, a més d'obtenir informació, es reforçaran els coneixements previs.

Fase de desenvolupament**- Activitat 4: mesures, càlcul de l'alçada de l'edifici i la superfície de la façana.****o Abans de començar.**

S'ha de llegir el document sobre la introducció del metre com a unitat de mesura (Annex 3).

o Desenvolupament.

Cal buscar informació sobre la utilització correcta dels instruments de mesura i com es pot calcular l'alçada de l'edifici emprant trigonometria. A més, s'ha de construir un goniòmetre per tal de mesurar angles (Annex 3).

o Aplicació

S'ha de mesurar l'amplitud de la façana de l'edifici, l'alçada i calcular la superfície de la façana (tenint el compte l'àrea que representen les finestres).

- Activitat 5: càlcul de la quantitat de pintura necessària i el cost de la mateixa.

o Abans de començar.

Per a estimar la quantitat de pintura necessària cal emprar la proporcionalitat numèrica. Una de les proporcions més conegudes és la proporció àuria o divina proporció. Amb el següent vídeo es pot obtenir més informació sobre aquesta proporció:

<https://www.youtube.com/watch?v=svwYX43rvT4>

S'ha d'investigar sobre proporció àuria per a ampliar el que s'ha vist al vídeo.

o Desenvolupament.

Cal fer un experiment per a calcular la pintura necessària per a pintar un metre quadrat. Es disposarà de cartró i un pot de pintura i, a partir de la superfície del cartró i de la quantitat de pintura utilitzada (que es mesurarà amb l'ajuda d'una balança), es pot saber la quantitat necessària per a pintar tota la façana.

Finalment, s'han de cercar ofertes per a comprar la pintura. Cal consultar diferents pàgines web per a conèixer el seu preu.

Si els alumnes ho creuen convenient, poden visitar ells mateixos les tendes fora de l'horari lectiu.

o Aplicació

S'ha de calcular la superfície de la façana i, juntament amb els resultats de l'experiment, preveure la quantitat de pintura necessària per a pintar-la.

A partir del preu de la pintura, s'ha d'esbrinar el cost total de pintar la façana.

- Activitat 6: representació de la funció superfície – cost.

- Abans de començar.

S'ha de llegir un document sobre la història de les funcions i la seva evolució (Annex 3).

- Desenvolupament.

Cal investigar com es representa una funció lineal, l'equació de la recta i les propietats d'aquesta funció.

- Aplicació

S'ha de fer una taula de valors i representar gràficament la funció superfície de la façana – cost de la pintura. S'han d'estudiar les propietats d'aquesta funció (domini, recorregut, punt de tall amb els eixos, continuïtat, creixement i decreixement, màxims i mínims, simetria i periodicitat).

Fase de comunicació i avaluació

- Activitat 7: presentació del projecte.

S'ha de lliurar un portafolis per grup amb el recull de les activitats i tasques fetes i ha de fer una presentació oral dels resultats del projecte davant la resta de grups.

- Activitat 8: Autoavaluació

S'ha d'omplir un full d'autoavaluació de manera individual en el que hi ha un apartat per a valorar el projecte.

AVALUACIÓ

Els criteris d'avaluació i estàndards d'aprenentatge es corresponen amb els del Decret 34/2015, de 15 de maig (Annex 4).

Quant a la temporalitat, es faran les següents avaluacions:

- Inicial: a l'hora de presentar el tema i durant la primera fase del projecte es valoraran els coneixements previs dels alumnes i les seves característiques com a grup.

- Processal: és l'avaluació que es durà a terme durant la realització del projecte. L'objectiu d'aquesta és analitzar les dificultats i progressos que tinguin lloc durant el procés.
- Final: s'avaluarà el resultat final, és a dir, el grau d'assoliment dels objectius, d'implicació dels alumnes, de col·laboració i de motivació amb el projecte i amb el procés d'aprenentatge.

Atenent a la funcionalitat, es farà una avaluació formativa, la finalitat de la qual és la millora de l'aprenentatge dels estudiants.

Pel que fa als instruments d'avaluació, se n'utilitzaran cinc tipus diferents:

- Observació sistemàtica: el docent anota les observacions en un quadern de registre anecdòtic. El que es tindrà en compte a l'hora de fer les anotacions és:
 - Les eleccions que fan els alumnes a l'hora d'establir un ordre per fer les tasques.
 - Les incidències en l'equip de treball.
 - La manera d'investigar i buscar la informació.
 - L'interès exhibit vers les diferents activitats.
 - Les estratègies que se segueixen en la resolució d'un problema.
 - Les diferents formes de comunicar les idees, pensaments i sensacions.
 - El seguiment de la programació establerta.
 - Altres aspectes que cridin l'atenció sobre el desenvolupament del projecte o el treball cooperatiu.
- Entrevista amb els equips: al llarg de la realització del projecte el docent mantindrà entrevistes amb els grups. En aquestes reunions, els membres de l'equip explicaran els detalls relacionats amb el desenvolupament de les activitats i amb el treball en equip.
- Qüestionari d'autoavaluació: els alumnes han de contestar un qüestionari per avaluar l'acompliment del seu paper dins l'equip i de com han contribuït

a la realització de les tasques del projecte. A més, s'aprofitarà aquest qüestionari d'autoavaluació per a que l'alumne avaluï el projecte (Annex 4).

- Portafoli: un portafoli recull les produccions pròpies de cada equip durant el desenvolupament del projecte, és a dir, les tasques encomanades, un recull de les dificultats que s'han trobat i com s'han superat, les decisions preses i els progressos obtinguts.
- Exposició oral: cada grup ha d'explicar el seu projecte davant els companys de classe, que l'avaluaran mitjançant un qüestionari (Annex 4). En acabar l'exposició oral hi haurà un torn de paraula en el que tots els alumnes podran fer preguntes o comentaris sobre el projecte.

En referència a l'agent que fa l'avaluació, s'utilitzaran les següents formes:

- Autoavaluació: permet que l'alumne tingui un control sobre l'aprenentatge, ja que només es té en compte l'èxit o el fracàs del treball en grup i del resultat del projecte, sinó que també li permet comprendre per què s'ha produït el resultat.
- Coavaluació: cada grup d'alumnes ha d'avaluar l'exposició oral dels seus companys amb l'ajuda d'un qüestionari.
- Avaluació per part del professor: cada grup ha d'entregar un portafolis, que avaluarà el docent amb l'ajuda d'una rúbrica (Annex 4). A més, l'educador també serà el responsable de fer el registre d'observacions i les entrevistes amb els diferents equips.

Per últim, en referència als criteris de qualificació, cada un dels instruments d'avaluació té el mateix pes, ja que es dona tanta importància al procés que al com al resultat final.

Pel que fa al pes del projecte en la qualificació del trimestre, suposarà el 80% de la nota i el 20% restant dependrà de les proves escrites fetes durant el trimestre.

CONCLUSIONS

Al començament del Treball de Final de Màster em vaig proposar tres objectius per a desenvolupar-lo i, una vegada finalitzat, en la meua opinió, s'han assolit en la seva totalitat.

L'anàlisi del marc teòric ha estat fonamental a l'hora de desenvolupar la proposta, ja que m'ha permès conèixer les característiques del treball per projectes, i l'estudi d'un cas real m'ha servit per a prendre consciència de que és possible canviar la metodologia tradicional.

L'aprenentatge basat en projectes és un repte que implica al professorat, però també als alumnes i a les seves famílies i no es tracta d'un canvi que es pugui fer en un sol dia, sinó que s'ha d'implantar gradualment. Evidentment, requereix un esforç i un canvi de mentalitat, però tot això es veu compensat per l'augment de la motivació dels alumnes i dels professors.

Des del meu punt de vista, l'aprenentatge basat en projectes és un enfocament pedagògic que, si està ben organitzat, suposa molts avantatges pels alumnes. En primer lloc, el fet de treballar en un context real permet que coneguin els món que els envolta i aprenguin a superar les adversitats, ja que el protagonista de l'aprenentatge és el propi estudiant. A més, les habilitats adquirides en la realització del projecte resulten útils tant en la vida acadèmica com en la vida professional.

Quant a l'exemple pràctic, m'ha obligat a enfocar l'ensenyament de les matemàtiques des d'una perspectiva global, a diferència de com les he estudiat al llarg de la meua vida acadèmica. Endemés, he hagut d'investigar sobre temes que desconeixia de la història de les matemàtiques i que m'han resultat molt enriquidors.

He dissenyat el projecte amb l'objectiu de poder aplicar-lo en un futur. No obstant això, soc conscient de les limitacions existents, ja que el canvi de metodologia no depèn d'un únic professor, sinó que ha de ser global. De totes maneres, cada vegada són més els centres que aposten per aquesta metodologia.

En definitiva, si es vol solucionar el problema del fracàs escolar, no n'hi ha prou en seguir aplicant les metodologies tradicionals i confiar en que la situació canviï, sinó que cal buscar alternatives innovadores com, per exemple, l'aprenentatge basat en projectes.

REFERÈNCIES

- Aravena, M; Caamaño; Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 11, 49 – 92.
- Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *Revista Latinoamericana de Investigación en matemática educativa* 1(1), 40 –55.
- Ausubel, Novak, Hanesian (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. (2ª edición). Mèxic: Ed. Trillas.
- Barrantes, M. (2003). Caracterización de la enseñanza – aprendizaje de la Geometría en Primaria y Secundaria. *Campo abierto*, 24, 15 – 36.
- Barron, A. (1993). Aprendizaje por descubrimiento: principios y aplicaciones inadecuadas. *Enseñanza de las ciencias*, 11(1), 3 –11.
- Bruner, J. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*, 31, 21 – 32.
- Domingo, J. (2008). El aprendizaje cooperativo. *Cuadernos de Trabajo Social*, 21, 231 – 246.
- Flores Gil, F.L. (2008). *Historia y didáctica de la Trigonometría*. Recuperat de publicatuslibros.com
- Gardner, H. (2005). *Inteligencias múltiples: la teoría en la práctica*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Giné, C. (2001). Inclusión y sistema educativo. Ponència presentada en el *III Congrés La Atenció a la Diversidad en el Sistema Educativo*. Universidad de Salamanca, Salamanca.
- Godino, J. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111 – 132.

- Iborra, A.; Izquierdo, N. (2010): “¿Cómo afrontar la evaluación del aprendizaje colaborativo? Una propuesta valorando el proceso, el contenido y el producto de la actividad grupal. *Revista General de Información y Documentación*, 20, 221– 241.
- Johnson, D.W.; Johnson, R.T.; Holubec, E.J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.
- Kilpatrick, W. H. (1918). The Project Method. *Teachers College Record*, 19, 319 – 315.
- LaCueva, A. (1998). La enseñanza por proyectos: ¿mito o reto? *Revista Iberoamericana de Educación*, 16, 165 – 190.
- Michael Knoll (1997). The Project Method: its Vocational Education Origin and International Development. *Journal of Industrial Teacher Education*, 34(3), 59 – 80.
- Reial Decret 1631/2006, de 29 de desembre, pel qual s'estableixen els ensenyaments mínims corresponents a l'Educació Secundària Obligatòria. BOE, 5, 677-773 (2006).
- Onrubia, J. Enseñar (1993). Crear zonas de desarrollo próximo e intervenir en ellas. En *El constructivismo en el aula* (p. 101– 123). Barcelona: Graó.
- Tobon, S. (2006). *Método de trabajo por proyectos*. Madrid: Uninet.

BIBLIOGRAFIA

Finnish National Board of Education (2016). *Current reforms*. Recuperat de http://www.oph.fi/english/education_development/current_reforms

Gosálvez, P. (29 març 2015). Los jesuitas revolucionan el aula. *El País*. Recuperat de http://politica.elpais.com/politica/2015/03/27/actualidad/1427473093_128987.html

Sahlberg, P. (2015). *Pasi Sahlberg Blog*. Recuperat de <http://pasisahlberg.com/>

Strauss, V. (26 març 2015). No, Finland isn't ditching traditional school subjects. Here's what's really happening. *Washington Post*. Recuperat de <https://www.washingtonpost.com/news/answer-sheet/wp/2015/03/26/no-finlands-schools-arent-giving-up-traditional-subjects-heres-what-the-reforms-will-really-do/>

ANNEX 1: CONTINGUTS TREBALLATS EN EL PROJECTE

| BLOC 1: PROCESSOS, MÈTODES I ACTITUDS EN MATEMÀTIQUES | |
|--|---|
| <p>Planificació del procés de resolució de problemes.</p> <p>Estratègies i procediments posats en pràctica: ús del llenguatge apropiat (gràfic, numèric, algebraic), reformulació del problema, resolució de subproblemes, recompte exhaustiu, inici per casos particulars senzills, recerca de regularitats i lleis.</p> <p>Reflexió sobre els resultats: revisió de les operacions utilitzades, assignació d'unitats als resultats, comprovació i interpretació de les solucions en el context de la situació, recerca d'altres formes de resolució, etc.</p> <p>Plantejament d'investigacions matemàtiques escolars en contextos numèrics, geomètrics, funcionals, estadístics i probabilístics.</p> <p>Pràctica dels processos de matematització i modelització en contextos de la realitat i en contextos matemàtics.</p> <p>Confiança en les pròpies capacitats per desenvolupar actituds adequades i afrontar les dificultats pròpies del treball científic.</p> <p>Utilització de mitjans tecnològics en el procés d'aprenentatge per:</p> <p>a) Elaborar informes i documents sobre els processos portats a terme i els resultats i conclusions obtinguts; comunicar i compartir, en entorns apropiats, la informació i les idees matemàtiques.</p> | |
| BLOC 2: NOMBRES I ÀLGEBRA | |
| 2n ESO | <p>Raó i proporció. Magnituds directament i inversament proporcionals. Constant de proporcionalitat.</p> <p>Resolució de problemes en què intervingui la proporcionalitat directa o inversa o variacions percentuals. Repartiments directament i inversament proporcionals.</p> |

| | |
|--------------------------|--|
| | Càlculs amb percentatges (mental, manual, amb calculadora). Augments i disminucions percentuals. |
| BLOC 3: GEOMETRIA | |
| 2n ESO | Càlcul d'àrees i perímetres de figures planes. Càlcul d'àrees per descomposició en figures simples. Semblança: figures semblants. Criteris de semblança. Raó de semblança i escala Propietats, regularitats i relacions dels políedres. Càlcul de longituds, superfícies i volums del món físic. |
| 4t ESO | Mesures d'angles en el sistema sexagesimal i en radiants. Raons trigonomètriques. Relacions entre elles. Relacions mètriques en els triangles. Aplicació dels coneixements geomètrics a la resolució de problemes mètrics en el món físic: mesura de longituds, àrees i volums. |
| BLOC 4: FUNCIONS | |
| 2n ESO | Funcions lineals. Càlcul, interpretació i identificació del pendent de la recta. Representacions de la recta a partir de l'equació i obtenció de l'equació a partir d'una recta. |
| 4t ESO | Interpretació d'un fenomen descrit mitjançant un enunciat, taula, gràfica o expressió analítica. Anàlisi de resultats. |

Taula 1: continguts tractats en el projecte

ANNEX 2: DOCUMENTS PEL PROJECTE DE SEGON D'ESO

EL NAIXEMENT DEL METRE

Actualment, la unitat de mesura de longitud en el Sistema Mètric Decimal és el metre. No obstant això, fa poc més de dos-cents anys encara no existia aquesta unitat.

La forma de definir i mesurar una longitud ha canviat al llarg de la història: les primeres civilitzacions utilitzaven parts del cos humà; posteriorment, s'empraren altres unitats que tenien longituds diferents segons el lloc geogràfic de procedència.

Després dels grans canvis que suposà la Revolució Francesa (1789), alguns savis aprofitaren l'ocasió per a crear noves unitats de mesura universals que es poguessin utilitzar en qualsevol part del món.

L'any 1791 l'Acadèmia Francesa de Ciències definí el metre com la deumilionèsima part d'un quadrant d'un meridià terrestre. Davant la impossibilitat de mesurar la distància des del pol Nord fins a l'Equador, es va mesurar el tros de meridià que va des de Dunkerque fins a Barcelona.

En haver fet les mesures de camp, es determinà matemàticament la longitud del metre i se'n fabricà un patró. L'any 1799, una llei de la República Francesa firmada per Napoleó Bonaparte, establia el metre amb el lema: "Per a tots els pobles i per a tots els temps".

TALES I LES PIRÀMIDES

Conta la llegenda, relatada per Plutarc, que Tales visità la Necròpolis de Guiza amb el Rei d'Egipte, el qual li demanà si era capaç de mesurar l'altura de la piràmide de Keops que s'aixecava davant seu. Era un dematí, molt prest, i el sol acabava de sortir per l'horitzó. A aquesta hora, les ombres que les persones i els objectes projecten són molt llargues i es van escurçant a mida que transcorre el matí.

Tales reflexionà i li contestà que no tan sols calcularia l'altura, sinó que ho faria sense l'ajuda de cap instrument. Acte seguit, va agafar dos bastons de la mateixa longitud i en va col·locar un en posició vertical i l'altre en posició horitzontal. Com que encara era d'hora, l'ombra projectada pel bastó vertical era més llarga que la longitud del bastó horitzontal, però, amb el pas de les hores, es va anar escurçant fins a fer-se igual que la longitud del bastó.

Tales va deduir que, en el mateix moment en el que l'ombra del bastó és igual a la longitud del bastó, l'ombra de la piràmide és igual a la seva altura. Per tant, l'ombra projectada pel bastó guarda una proporció similar a l'ombra de la piràmide respecte a la seva altura

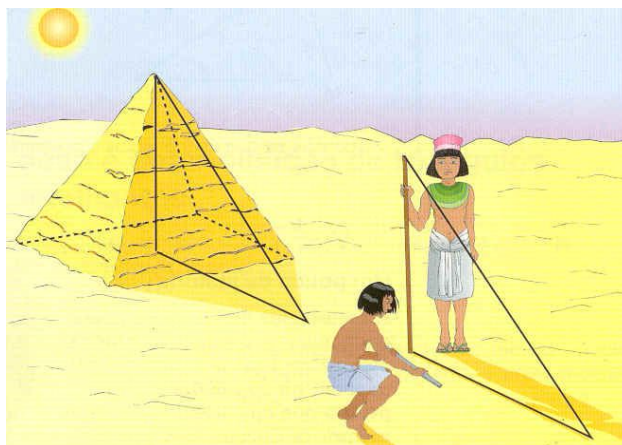


Figura 1: càlcul de l'alçada de la piràmide de Keops

ANNEX 3: DOCUMENTS PEL PROJECTE DE QUART D'ESO

EL NAIXEMENT DEL METRE

Actualment, la unitat de mesura de longitud en el Sistema Mètric decimal és el metre. No obstant això, fa poc més de dos-cents anys encara no existia aquesta unitat.

La forma de definir i mesurar una longitud ha canviat al llarg de la història: les primeres civilitzacions, com els egipcis, utilitzaven parts del cos humà; posteriorment, s'empraren altres unitats que tenien longituds diferents segons el lloc geogràfic.

Després dels grans canvis que suposà la Revolució Francesa (1789), alguns savis aprofitaren l'ocasió per a crear noves unitats de mesura universal que es poguessin utilitzar en qualsevol part del món.

L'any 1791 l'Acadèmia Francesa de Ciències definí el metre com la deumilionèsima part d'un quadrant d'un meridià terrestre. Davant la impossibilitat de mesurar la distància des del pol Nord fins a l'Equador, es va mesurar el tros de meridià que va des de Dunkerque fins a Barcelona.

En haver fet les mesures de camp, es determinà matemàticament la longitud del metre i se'n fabricà un patró. L'any 1799, una llei de la República Francesa firmada per Napoleó Bonaparte, establia el metre amb el lema: "Per a tots els pobles i per a tots els temps".

Per a saber-ne més...

En realitat, els francesos calcularen malament l'aplatament de la Terra en els pols. Per aquesta raó, el patró del metre és 0,2 mm més curt que la deumilionèsima part del quadrant del meridià terrestre.

Tot i que el primer patró del metre es mantingué durant un gran període de temps, l'any 1983 la Conferència General de Pesos i Mesures definí el metre segons la velocitat de la llum. Així que el metre és avui, oficialment, la fracció $1/299292458$ de la distància que recorre la llum en el buit en un segon.

CONSTRUCCIÓ D'UN GONIÒMETRE

Un goniòmetre o clinòmetre és un aparell que permet calcular angles d'elevació.

Material necessari:

- Semicercle graduat
- Tub cilíndric (canyeta de beguda)
- Fil de pescar
- Plomada (per exemple, un cargol)

Construcció:

- Es fixa el tub al semicercle utilitzant cinta adhesiva.
- Es lliga el cargol al fil de pescar.
- Es fa un forat al punt 0 del semicercle i es passa el fil amb la plomada a l'extrem, fixant-lo amb un nus.

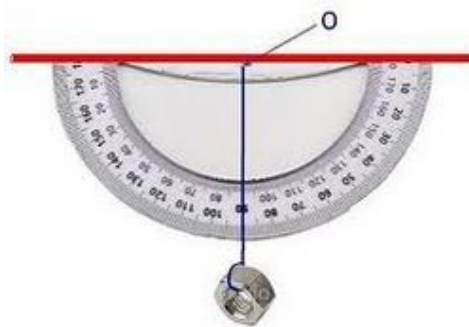


Figura 2: construcció d'un goniòmetre

Mesures amb goniòmetre

- L'observador se situa a una distància coneguda de la façana i dirigeix el goniòmetre de manera que, mirant a través del tub cilíndric, es vegi la part superior de l'edifici.
- Un altre observador llegeix l'angle que assenyala en el goniòmetre el fil amb la plomada. Cal considerar que aquest angle no és directament l'angle d'observació α , sinó que es correspon amb l'angle $90 - \alpha$.
- D'aquesta manera, s'obté l'angle d'elevació i es pot calcular l'alçada de l'edifici, tenint en compte l'alçada de l'observador.

HISTÒRIA DE LES FUNCIONS

La majoria dels historiadors coincideixen en atribuir a Nicole Oresme (1323 – 1382) la primera aproximació al concepte de funció quan descrigué les lleis de la natura com relacions de dependència entre magnituds.

En el segle XVI s'inicià una revolució científica i l'atenció se centrà en els fenòmens naturals; per això, els científics posaren el focus en les relacions entre les variables que determinaven aquests fenòmens i que podien ser expressades en termes matemàtics. A partir d'aquí es va fer necessari comparar les variables, relacionar-les, expressar-les amb nombres i representar-les en algun sistema geomètric adequat.

Galileo Galilei (1564 – 1642) va entendre encara més clarament el concepte de funció, vist que els seus estudis sobre moviment contenen la inequívoca comprensió de la relació entre variables.

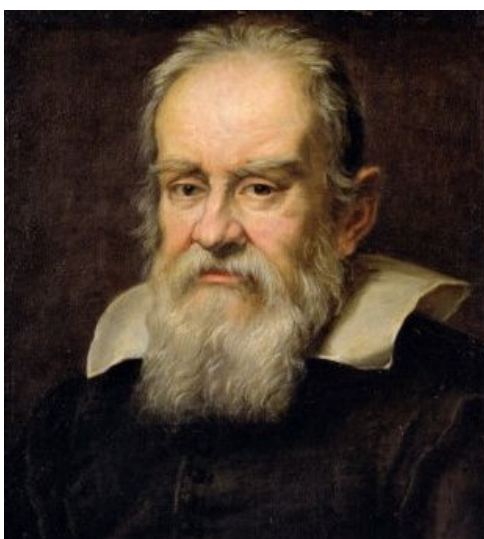


Figura 3: retrat de Galileo Galilei

En la mateixa època, René Descartes (1596 – 1650) implantà la geometria analítica. Uns segles abans ja s'havien introduït algunes idees per a representar les relacions entre magnituds en el pla però va ser Descartes el que desenvolupà aquestes idees i, gràcies a la seva tasca, qualsevol corba del pla es pot expressar en termes d'equacions i les equacions que relacionen dues variables es poden representar geomètricament en un pla.

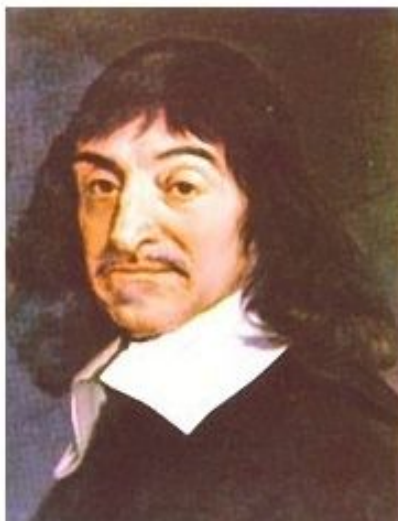


Figura 4: retrat de René Descartes

Al llarg dels segles molts matemàtics han abordat el problema de donar una definició precisa i adequada de funció, com Bernouilli o Euler. El concepte de funció es va anar polint fins que, ja en el segle XX, Edouard Goursat donà la definició que apareix en la majoria dels llibres de text actuals:

“Es diu que y és una funció de x si a cada valor de x li correspon un únic valor de y . Aquesta correspondència s’indica mitjançant l’equació $f(x) = y$ ”.

ANNEX 4: DOCUMENTS PER A L'AVUACIÓ

CRITERIS D'AVUACIÓ I ESTÀNDARDS D'APRENTATGE

BLOC 1: PROCESSOS, MÈTODES I ACTITUDS EN MATEMÀTIQUES

1. Expressar verbalment, de forma raonada, el procés seguit en la resolució d'un problema.
 - 1.1. *Expressa verbalment, de forma raonada, el procés seguit en la resolució d'un problema, amb el rigor i la precisió adequats.*
2. Utilitzar processos de raonament i estratègies de resolució de problemes, fent els càlculs necessaris i comprovant les solucions obtingudes.
 - 2.1. *Analitza i comprèn l'enunciat dels problemes (dades, relacions entre les dades, context del problema).*
 - 2.2. *Valora la informació d'un enunciat i la relaciona amb el nombre de solucions del problema.*
 - 2.3. *Fa estimacions i elabora conjectures sobre els resultats dels problemes que s'han de resoldre, i en valora la utilitat i l'eficàcia.*
 - 2.4. *Fa servir estratègies heurístiques i processos de raonament en la resolució de problemes, i reflexiona sobre el procés de resolució de problemes*
3. Elaborar i presentar informes sobre el procés, els resultats i les conclusions obtingudes en els processos d'investigació.
 - 3.1. *Exposa i defensa el procés seguit, a més de les conclusions obtingudes, utilitzant diferents llenguatges: algebraic, gràfic, geomètric i estadísticoprobabilístic.*
4. Desenvolupar processos de matematització en contextos de la realitat quotidiana (numèrics, geomètrics, funcionals, estadístics o probabilístics) a partir de la identificació de problemes en situacions problemàtiques de la realitat.
 - 4.1. *Identifica situacions problemàtiques de la realitat, susceptibles de contenir problemes d'interès.*

- 4.2. *Estableix connexions entre un problema del món real i el món matemàtic identificant els problemes matemàtics subjacents i els coneixements matemàtics necessaris.*
- 4.3. *Usa, elabora o construeix models matemàtics senzills que permetin la resolució de problemes dins el camp de les matemàtiques.*
- 4.4. *Interpreta la solució matemàtica del problema en el context de la realitat.*
- 4.5. *Fa simulacions i prediccions, en el context real, per valorar l'adequació i les limitacions dels models i proposa millores que n'augmentin l'eficàcia.*
5. Valorar la modelització matemàtica com un recurs per resoldre problemes de la realitat quotidiana i avaluar l'eficàcia i les limitacions dels models emprats o construïts.
 - 5.1. *Reflexiona sobre el procés i obté conclusions sobre aquest i sobre els resultats.*
6. Desenvolupar i conrear les actituds personals inherents a la tasca matemàtica.
 - 6.1. *Desenvolupa actituds adequades per al treball en matemàtiques: esforç, perseverança, flexibilitat i acceptació de la crítica raonada.*
 - 6.2. *Es planteja la resolució de reptes i problemes amb la precisió, la cura i l'interès adequats al nivell educatiu i a la dificultat de la situació.*
 - 6.3. *Distingeix entre problemes i exercicis, i adopta l'actitud adequada per a cada cas.*
 - 6.4. *Desenvolupa actituds de curiositat i indagació, i hàbits de plantejar preguntes i cercar respostes adequades, tant en l'estudi dels conceptes com en la resolució de problemes.*
7. Superar bloqueigs i inseguretats davant la resolució de situacions desconegudes.
 - 7.1. *Pren decisions en els processos de resolució de problemes, d'investigació i de matematització o de modelització, i en valora les conseqüències i la conveniència per la senzillesa i la utilitat.*
8. Reflexionar sobre les decisions preses i aprendre'n per a situacions futures similars.

| | |
|--|---|
| <p>8.1. <i>Reflexiona sobre els problemes resolts i els processos desenvolupats, valora la potència i la senzillesa de les idees clau i n'aprèn per a situacions futures similars.</i></p> <p>9. Fer servir les tecnologies de la informació i la comunicació de manera habitual en el procés d'aprenentatge, cercant, analitzant i seleccionant informació rellevant a Internet o a altres fonts, elaborant documents propis, fent-ne exposicions i argumentacions i compartint-los en entorns apropiats per facilitar la interacció.</p> <p>9.1. <i>Elabora documents digitals propis (text, presentació, imatge, vídeo, so...), com a resultat del procés de recerca, anàlisi i selecció d'informació rellevant, amb l'eina tecnològica adequada i els comparteix per discutir-los o difondre'ls.</i></p> <p>9.2. <i>Empra els recursos creats per fonamentar l'exposició oral dels continguts treballats a l'aula.</i></p> <p>9.3. <i>Usa adequadament els mitjans tecnològics per estructurar i millorar el seu procés d'aprenentatge recollint la informació de les activitats, analitzant punts forts i febles del seu procés acadèmic i establint pautes de millora.</i></p> | |
| BLOC 2: NOMBRES I ÀLGEBRA | |
| 2n ESO | <p>1. Utilitzar diferents estratègies (ús de taules, obtenció i ús de la constant de proporcionalitat, reducció a la unitat) per obtenir elements desconeguts en un problema a partir d'altres coneguts en situacions de la vida real en les quals hi hagi variacions percentuals i magnituds directament o inversament proporcionals.</p> <p>1.1. <i>Identifica i discrimina relacions de proporcionalitat numèrica (com el factor de conversió o el càlcul de percentatges) i les empra per resoldre problemes en situacions quotidianes.</i></p> |
| BLOC 3: GEOMETRIA | |

| | |
|--------|--|
| 2n ESO | <ol style="list-style-type: none"> 1. Utilitzar estratègies, eines tecnològiques i tècniques simples de la geometria analítica plana per resoldre problemes de perímetres, àrees i angles de figures planes, emprar el llenguatge matemàtic adequat i expressar el procediment seguit en la resolució. <ol style="list-style-type: none"> 1.1. <i>Resol problemes relacionats amb distàncies, perímetres, superfícies i angles de figures planes en contextos de la vida real, fent servir les eines tecnològiques i les tècniques geomètriques més apropiades.</i> 2. Analitzar i identificar figures semblants, calculant l'escala o la raó de semblança i la raó entre longituds, àrees i volums de cossos semblants. <ol style="list-style-type: none"> 2.1. <i>Reconeix figures semblants i calcula la raó de semblança i la raó de superfícies i volums de figures semblants.</i> 3. Resoldre problemes que comportin el càlcul de longituds, superfícies i volums del món físic, utilitzant propietats, regularitats i relacions dels políedres. <ol style="list-style-type: none"> 3.1. <i>Resol problemes de la realitat mitjançant el càlcul d'àrees i volums de cossos geomètrics, fent servir els llenguatges geomètric i algebraic adequats.</i> |
| 4t ESO | <ol style="list-style-type: none"> 1. Emprar les unitats angulars del sistema mètric sexagesimal i internacional i les relacions i raons de la trigonometria elemental per resoldre problemes trigonomètrics en contextos reals. <ol style="list-style-type: none"> 1.1 <i>Utilitza conceptes i relacions de la trigonometria bàsica per resoldre problemes emprant mitjans tecnològics, si fos necessari, per fer els càlculs.</i> 2. Calcular magnituds efectuant mesures directes i indirectes a partir de situacions reals, emprant els instruments, les tècniques o les fórmules més adequats i aplicant les unitats de mesura. |

| | |
|------------------|--|
| | <p>2.1 <i>Usa les eines tecnològiques, les estratègies i les fórmules apropiades per calcular angles, longituds, àrees i volums de cossos i figures geomètriques.</i></p> <p>2.2 <i>Resol triangles utilitzant les raons trigonomètriques i les seves relacions.</i></p> |
| BLOC 4: FUNCIONS | |
| 2n ESO | <p>1. Reconèixer, representar i analitzar les funcions lineals, i emprar-les per resoldre problemes.</p> <p>1.1 <i>Reconeix i representa una funció lineal a partir de l'equació o d'una taula de valors, i obté el pendent de la recta corresponent.</i></p> <p>1.2 <i>Obté l'equació d'una recta a partir de la gràfica o la taula de valors.</i></p> <p>1.3 <i>Escriu l'equació corresponent a la relació lineal existent entre dues magnituds i la representa.</i></p> |
| 4t ESO | <p>1. Identificar relacions quantitatives en una situació, determinar el tipus de funció que pot representar-les, i aproximar i interpretar la taxa de variació mitjana a partir d'una gràfica, de dades numèriques o mitjançant l'estudi dels coeficients de l'expressió algebraica.</p> <p>1.1 <i>Identifica i explica relacions entre magnituds que poden ser descrites mitjançant una relació funcional i associa les gràfiques amb les corresponents expressions algebraiques.</i></p> <p>1.2 <i>Explica i representa gràficament el model de relació entre dues magnituds per als casos de relació lineal, quadràtica, de proporcionalitat inversa, exponencial i logarítmica, emprant mitjans tecnològics si és necessari.</i></p> <p>1.3 <i>Expressa raonadament conclusions sobre un fenomen a partir del comportament d'una gràfica o dels valors d'una taula.</i></p> |

| | |
|--|---|
| | <p><i>1.4 Analitza el creixement o el decreixement d'una funció mitjançant la taxa de variació mitjana calculada a partir de l'expressió algebraica, d'una taula de valors o de la mateixa gràfica.</i></p> <p><i>1.5 Interpreta situacions reals que responen a funcions senzilles: lineals, quadràtiques, de proporcionalitat inversa, definides a trossos, exponencials i logarítmiques.</i></p> |
|--|---|

Taula 2: criteris d'avaluació i estàndards d'aprenentatge

QÜESTIONARI D'AUTOAVALUACIÓ I AVALUACIÓ DEL PROJECTE

Contesta les següents preguntes sobre la teva actuació durant la realització del projecte, tenint en compte que:

- 1- Significa que no estàs gens d'acord.
- 5- Significa que estàs totalment d'acord.

| Nom: Curs: Data: | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| TREBALL EN EQUIP | | | | | |
| Qüestions | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Els objectius de l'equip estan clars i els he acceptat. | | | | | |
| He complert les normes establertes. | | | | | |
| Hem definit les accions precises per a assolir els objectius. | | | | | |
| Hem planificat les tasques prèviament. | | | | | |
| He seguit la planificació establerta. | | | | | |
| He tingut clares les meves responsabilitats. | | | | | |
| He participat en la presa de decisions. | | | | | |
| He escoltat i respectat l'opinió dels altres. | | | | | |
| He acceptat les crítiques de forma positiva. | | | | | |
| Hem expressat els conflictes de forma oberta i discutint les diferències. | | | | | |
| Quan hi ha hagut un conflicte m'he enfocat en les idees i els mètodes i no en la persona. | | | | | |
| El clima de treball ha estat bo. | | | | | |
| Fer feina amb els companys m'ha motivat. | | | | | |
| FEINA FETA | | | | | |
| Qüestions | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| He entès les tasques que m'han encarregat. | | | | | |

| | | | | | |
|--|----------|----------|----------|----------|----------|
| He realitzat les tasques que m'han encarregat. | | | | | |
| He sabut explicar el procés seguit i els resultats que he obtingut. | | | | | |
| He consultat diverses fonts d'informació. | | | | | |
| Abans de realitzar una tasca he fet una estimació del resultat possible. | | | | | |
| He comprovat els resultats obtinguts. | | | | | |
| He identificat els problemes matemàtics a partir de les situacions reals que se m'han plantejat. | | | | | |
| He utilitzat diverses estratègies per a la resolució dels problemes. | | | | | |
| M'he implicat en el projecte. | | | | | |
| AVALUACIÓ DEL PROJECTE | | | | | |
| Qüestions | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Els continguts són apropiats pel curs. | | | | | |
| Els coneixements previs m'han servit com a punt de partida. | | | | | |
| Es detallen les passes a seguir. | | | | | |
| He tingut clar el procés a seguir en cada moment. | | | | | |
| Les activitats fetes serveixen per a veure una aplicació de les matemàtiques a la vida real. | | | | | |
| El fet d'investigar m'ha servit per a comprendre millor els temes. | | | | | |
| La introducció històrica m'ha motivat per a aprendre més sobre el tema. | | | | | |
| El tema del projecte ha estat interessant. | | | | | |
| M'agradaria repetir aquesta experiència en un altre curs. | | | | | |

Taula 3: qüestionari d'autoavaluació i avalució del projecte

RÚBRICA PER A L'EXPOSICIÓ ORAL

| | | | | | |
|-------------------------------|---|--|---|-------------|--|
| Curs: Data: | | | | | |
| Nom de dels alumnes avaluats: | | | | | |
| 1..... | | 3..... | | | |
| 2..... | | 4..... | | | |
| Nom dels alumnes avaluadors: | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | 3 | 2 | 1 | NOTA | |
| Pronunciació | Pronuncia les paraules bé i vocalitza | Comet errors en pronunciar però vocalitza bé | Comet errors de pronunciació i vocalització. | 1 | |
| | | | | 2 | |
| | | | | 3 | |
| | | | | 4 | |
| Volum i postura | Volum adequat i mira al públic | Volum adequat però no mira al públic. | Parla massa alt o massa baix i no mira al públic. | 1 | |
| | | | | 2 | |
| | | | | 3 | |
| | | | | 4 | |
| Contingut | Exposa el contingut correctament | Exposa el contingut però no està complet. | A l'exposició li manquen molts continguts | 1 | |
| | | | | 2 | |
| | | | | 3 | |
| | | | | 4 | |
| Material de suport | Utilitza material de suport extra per fer-se entendre | Escassa referència als documents de suport | No utilitza material de suport | 1 | |
| | | | | 2 | |
| | | | | 3 | |
| | | | | 4 | |
| Seqüenciació | Bona estructura i seqüència de l'exposició | Alguns errors en l'ordre lògic. | Manca d'ordre i d'estructura. | 1 | |
| | | | | 2 | |
| | | | | 3 | |
| | | | | 4 | |

Taula 4: rúbrica per a l'exposició oral

RÚBRICA PER A L'AVALUACIÓ DEL PORTAFOLIS

| CRITERI (ponderació) | Molt bé 8 – 9 - 10 | Regular 5 – 6 - 7 | Insuficient < 5 | Nota |
|---------------------------------|--|---|--|-------------|
| Portada i presentació (5%) | Conté els noms, la data, el títol i la presentació és bona. | Li manca algun dels elements però la presentació és bona | Li manquen gairebé tots els elements i la presentació no és bona | |
| Estructura (5%) | Està classificat tot en un ordre cronològic i ben estructurat | Gaire bé tot està classificat en ordre cronològic i ben estructurat | No està classificat en ordre cronològic i no està estructurat | |
| Planificació (10%) | Hi ha una planificació prèvia que se segueix i es va modificant d'acord amb l'autoavaluació dels alumnes | Hi ha una planificació prèvia però no se segueix ni es modifica | No hi ha planificació prèvia | |
| Informació (15%) | Consulta moltes fonts d'informació diferents | Consulta algunes fonts d'informació | No consulta fonts d'informació | |
| Plantejament | Totes les | Algunes | Més de la | |

| | | | | |
|-------------------|--|---|--|--|
| (25%) | tasques estan ben plantejades. Identifica els problemes matemàtics en el món real. | tasques no estan ben plantejades. Identifica algun problema matemàtic en el món real. | meitat de tasques no estan ben plantejades. No relaciona els problemes matemàtics amb el món real. | |
| Estratègies (20%) | Reflexiona sobre les decisions preses i comprova les solucions | Fa la feina de manera mecànica però comprova les solucions | No reflexiona sobre les decisions i no comprova els resultats | |
| Resultats (20%) | Els resultats dels problemes plantejats són correctes | Hi ha algun resultat incorrecte | La majoria dels resultats són incorrectes | |

Taula 5: rúbrica per a l'avaluació del portafolis