



**Universitat de les
Illes Balears**

Facultat de Ciències

Memòria del Treball de Fi de Grau

Obtenció i anàlisi de la temperatura i salinitat d'equilibri a la Mar Mediterrània

Biel Enric Castell Cladera

Grau de Física

Any acadèmic 2018-19

DNI de l'alumne: 43223082X

Treball tutelat per Damià Gomis Bosch
Departament de Física

S'autoritza la Universitat a incloure aquest treball en el Repositori Institucional per a la seva consulta en accés obert i difusió en línia, amb finalitats exclusivament acadèmiques i d'investigació	Autor		Tutor	
	Sí	No	Sí	No
	x		x	

Paraules clau del treball:
Temperatura, salinitat, Mediterrània, model.

Índex

Introducció	3
Objectiu i metodologia	4
Model de la Mar Mediterrània	5
Situació d'estiu (mesos 4-12)	10
Situació d'hivern (mesos 1-3)	12
Situació d'equilibri	14
Evolució temporal	16
Sensitivitat	19
Canvi Climàtic	25
Treball Futur	28

Introducció

La mar Mediterrània és una de les mars interiors més grans del món, amb una superfície de $2.5 \cdot 10^6$ Km² i una profunditat mitjana de 1500 m, arribant a algunes zones a més de 5000 metres de profunditat. L'etimologia d'aquesta mar prové del llatí «Mar Medi Terraneum», que significa «mar enmig de les terres». Està compresa entre Europa Meridional, Àsia Occidental i Àfrica Septentrional.

Es poden diferenciar dues conques (est i oest) separades per l'estret de Sicília. La conca oest connecta amb l'oceà Atlàntic a través de l'estret de Gibraltar, d'uns 14 Km d'amplada i una profunditat mínima de 300 m. El fet que només estigui connectada a l'exterior per aquest petit estret fa que la reacció que té la Mediterrània a canvis de temperatura i salinitat a nivell global sigui lenta i gradual. Per això es caracteritza per un alt grau d'endemisme i és considerada un dels llocs de gran concentració de biodiversitat a nivell mundial.

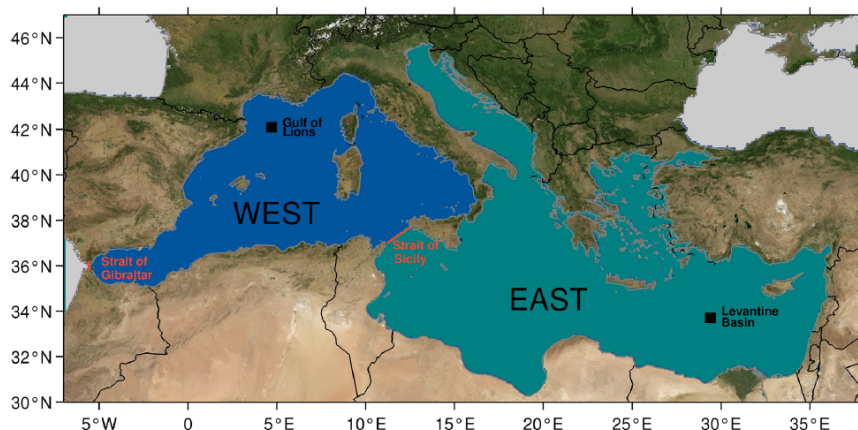


Figura 1: Mapa de la mar Mediterrània. Les línies vermelles representen l'estret de Gibraltar que connecta amb l'Atlàntic i l'estret de Sicília que separa les conques est i oest. Els dos rectangles negres indiquen punts representatius d'aquestes conques, un situat al Golf de Lleó (on es produeix la formació d'aigua fonda) i l'altre a la conca Llevantina (on es produeix la formació d'aigua intermèdia).

Cal comentar que entre els anys 1859 i 1869 es va construir el canal de Suez que connecta la mar Mediterrània amb la mar Roja, però l'intercanvi d'aigua a través d'aquest canal és molt petit, i no suposa canvis considerables a la salinitat i temperatura de la conca.

La mar Mediterrània és un dels pocs llocs a latituds temperades on es formen aigües profundes, fet que fa que s'estableixi una circulació termohalina i que funcioni com un oceà en miniatura. Com s'ha dit abans, la connexió amb l'oceà obert és petita i això alenteix la penetració de canvis exteriors. D'altra banda, però, el fet de ser una mar petita fa que els canvis regionals en algunes variables es produeixin més ràpidament i això podria ser un bon indicador de l'evolució del canvi climàtic.

Circulació termohalina

Degut a l'alta capacitat calorífica de l'aigua, és molt difícil que un corrent d'aigua canviï la seva temperatura durant el seu recorregut. Per altra part, el baix coeficient de difusió molecular de la sal provoca que quan es forma aigua amb una certa salinitat, aquesta també es mantingui durant molt de temps. La temperatura i salinitat de l'aigua només canvia quan hi hagi una mescla amb altres aigües a una temperatura i salinitat diferent (turbulència) o quan estiguin en contacte amb l'atmosfera.

Les aigües superficials, que estan en contacte amb l'atmosfera, contínuament reben aigua dolça provinent de pluges i de rius que provoquen una disminució de la densitat, però també estan sotmeses a evaporació, fet que fa que la salinitat augmenti. Per altra part també tenim intercanvi de calor, que pot fer que la temperatura de l'aigua superficial augmenti o disminueixi. Es només quan hi ha episodis intensos, com poden ser els mesos d'estiu o els mesos d'hivern, que es formen aigües diferenciades que poden passar a capes més o menys profundes.

Tot això fa que, en general, l'aigua estigui estratificada, deixant les aigües més denses abaix. Els intercanvis de calor i d'aigua amb l'atmosfera, juntament amb l'entrada i sortida d'aigua per l'estret de Gibraltar i les turbulències entre capes són els que defineixen l'estat d'equilibri del sistema. Quan els intercanvis entre capes i amb l'atmosfera es compensen, s'arriba a una temperatura i salinitat ben definides per a cada capa.

Objectiu i metodologia

L'objectiu d'aquest treball és poder analitzar de forma simplificada la sensibilitat i reacció de la mar Mediterrània a possibles canvis durant el segle XXI deguts al canvi climàtic, com pot ser una atmosfera més càlida i seca. Construïrem un model simple de tres caixes que interactuïn entre elles i amb l'exterior per tal de reproduir de manera realista el funcionament de la mar Mediterrània. Una vegada calibrat el model, es podran dur a terme experiments sobre la seva evolució futura de manera fàcil i ràpida (per contraposició a la complexitat de corre un model numèric que, tot i representant molt millor els processos, fa inviable poder dur a terme molts d'experiments).

El primer pas serà dissenyar el model. Definirem les tres caixes i com aquestes interactuen entre elles i amb l'exterior mitjançant fluxos d'aigua i de calor i permetent que canviïn la seva temperatura i salinitat. Una vegada dissenyat el model ajustarem les constants de tal manera que reproduïxi el funcionament de la conca. Els resultats de *Llasset et al. (2015)* [1] ens permetran fer-nos una idea de l'ordre de magnitud de les constants al nostre model. A partir d'aquí exigirem que evolucioni cap a la situació d'equilibri actual, sigui quin sigui el punt de partida.

El següent pas serà comprovar la sensibilitat als valors de les constants. Modifi-

cant dins un marge realista aquests valors, veurem quant varien les temperatures i salinitats de cada capa. Finalment farem evolucionar la conca cap al futur, en base a modificar els forçaments de calor i aigua cap a valors futurs probables.

Model de la Mar Mediterrània

La mar Mediterrània té una profunditat mitjana de 1500 m. Degut a l'estratificació vertical, que resulta de diferents processos (intercanvis de calor i aigua amb l'atmosfera, entrada/sortida de calor i aigua per Gibraltar, formació d'aigua intermèdia i formació d'aigua fonda) podem diferenciar tres capes, cadascuna d'elles amb una certa temperatura i salinitat: la capa superficial amb un gruix de 150 m, la capa intermèdia amb un gruix de 450 m, i la capa profunda, que arriba fins al fons i que, en considerar una profunditat constant de 1500 m, tindrà un gruix de 900 m.

L'intercanvi d'aigua del nostre sistema amb l'exterior és per una part a través de l'estret de Gibraltar i per altra degut a l'evaporació, aigües provinents de rius i precipitacions. L'estret de Gibraltar connecta amb la mar Mediterrània a través de la capa superficial i la intermèdia, de manera que aquí es considera una fondària mitjana de 600 m. A la capa superficial tenim un flux d'entrada d'aigua $FG_1 = 0,85 Sv$ ($1 Sv = 10^6 m^3/s$) mentre que a la capa intermèdia tenim un flux de sortida $FG_2 = 0,80 Sv$. Fent el Balanç d'evaporació, precipitacions i rius, a través de la superfície la mar Mediterrània perd $EP = 0,05 Sv$, de tal manera que el volum de la conca es manté constant (tot i que té una certa variabilitat interanual).

$$FG_1 - FG_2 - EP = 0 \quad (1)$$

A part d'això, també suposarem constant el volum de cada una de les capes. Per tant, si tenim un flux d'entrada d'aigua a una de les capes, aquest volum d'aigua s'haurà de compensar amb un flux igual, però de sortida.

Tot i que l'aigua està estratificada en les tres capes, aquestes estan en contacte entre elles i en aquestes superfícies de contacte es generen turbulències on es mescla l'aigua de les dues capes. Així, si la capa superior té una temperatura major que la inferior, les turbulències faran que la temperatura de la capa superior tendeixi a disminuir i la temperatura de la capa inferior tendeixi a augmentar, i viceversa. Podem pensar el mateix per a la salinitat. Aquests "fluxos", però, no transporten aigua, només calor i sal. Enfront d'aquests processos de mescla, els ritmes als quals les capes intercanvien calor i sal per processos difusius són negligibles i no es consideraran en el model.

Un dels processos més importants que ocorren a la mar Mediterrània és la formació d'aigües profundes. Aquestes aigües es formen sobretot al Golf de Lleó i al sud del mar Adriàtic (entre les costes de la península Itàlica i de la península Balcànica) durant els mesos de gener fins a març, que posteriorment anomenarem "situació d'hivern". Durant aquests mesos la temperatura de l'atmosfera és

molt baixa i degut al contacte amb la superfície de la mar, es genera un flux de calor des de la capa superficial cap a l'atmosfera, fent que la temperatura de la capa superficial disminueixi de manera marcada. A més a més, si les baixes temperatures atmosfèriques van acompanyades de vents forts i secs, augmenta molt l'evaporació i per tant la salinitat de la capa superficial. La combinació de la disminució de temperatura i l'augment de salinitat fa que la densitat de l'aigua augmenti i aquesta aigua freda i salina passi directament de la capa superficial a la profunda. L'estret de Gibraltar, que només connecta amb les capes superficial i intermèdia, no permet que aquesta aigua surti directament cap a l'Atlàntic i per això roman a la capa profunda durant un llarg període de temps. Aquesta aigua és redistribuïda a les capes superiors a partir de les mescles turbulentes entre capes i a través d'un flux d'aigua de la capa profunda cap a la intermèdia que s'ha de formar degut a que si la capa profunda li arriba aigua provinent de la capa superficial, ha d'existir un altre flux que compensi l'entrada d'aigua si volem que la capa mantengui el seu volum constant.

Per altra part, l'aigua provinent de l'Atlàntic que entra per l'estret de Gibraltar es mou cap a l'est en forma de corrents superficials i està contínuament en contacte amb l'atmosfera. Sobretot durant els mesos de primavera i estiu, a la conca llewantina, degut a que l'atmosfera està calenta, l'evaporació és prou forta com perquè l'aigua de la capa superficial es torni més salina i densa i passi de la capa superficial a la intermèdia, per on tornarà a creuar l'estret de Sicília i acabarà sortint a l'Atlàntic.

Per tant, el nostre model constarà de dues situacions ben diferenciades: la situació d'estiu (mesos 4-12) on tendrem la formació d'aigua intermèdia, i la situació d'hivern (mesos 1-3) amb la formació d'aigua profunda.

Prendrem com a referència les dades de *Llasses et al. (2015) [1]*, que a partir de tot un conjunt de models del programa Med-CORDEX va quantificar la redistribució de calor i sal a tota la mar Mediterrània. La quantificació que fan *Llasses et al. (2015) [1]* es diferencia de la nostra en que considera quatre capes enlloc de tres, i una conca occidental i una oriental unides per l'estret de Sicília enlloc d'una conca única, com es pot veure a la Figura 2. Això exigeix una sèrie de modificacions per passar del model Med-CORDEX al nostre. Els coeficients γ no els utilitzarem degut a que consideram les capes 3 i 4 com a una única capa (capa profunda). Tendrem només uns coeficients α^h i β^h per a la temperatura i uns α^s i β^s per a la salinitat.

Els coeficients α_w^h i α_e^h ens indiquen en W/m^2 els fluxos de calor entre les capes superficial i intermèdia normalitzats per l'àrea de tota la conca; és a dir: α_w^h/α_e^h indiquen quanta calor es transfereix per unitat de temps a la conca oest/est dividit per l'àrea total de la Mediterrània. A partir del treball de *Llasses et al. (2015) [1]* disposam dels valors mensuals per aquests coeficients entre l'any 1961 i 2008. Degut a que el nostre model no diferencia entre dues conques, tendrem un únic α^h que ens indicarà el flux de tota la mar.

$$\alpha^h = \alpha_w^h + \alpha_e^h \quad (2)$$

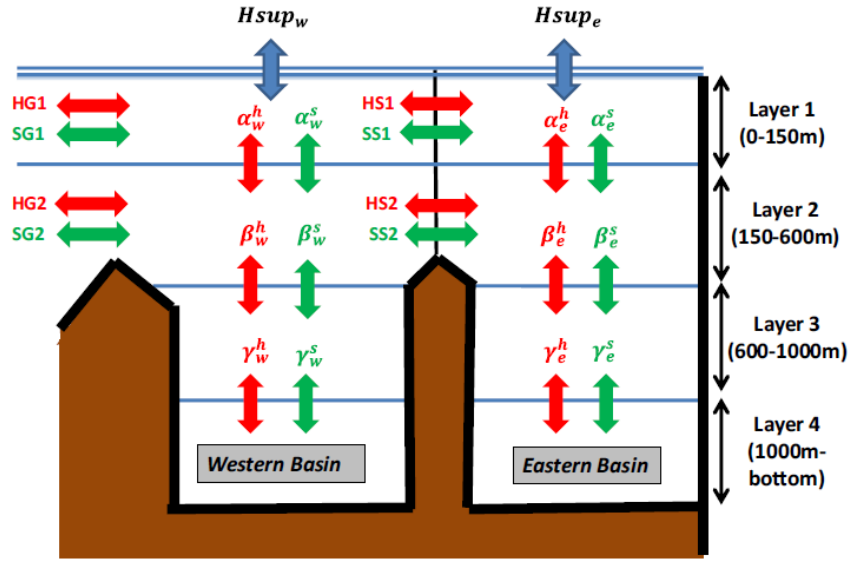


Figura 2: Model Med-CORDEX. $Hsup$ representen els fluxos de calor entre l'atmosfera i la mar. HG i SG són els fluxos de calor i sal entre la conca occidental l'oceà Atlàntic a través de l'estret de Gibraltar. HS i SS els fluxos de calor i sal entre les dues conques a través de l'estret de Sicília. I els coeficients α , β i γ indiquen els intercanvis de calor i sal entre capes, amb signe positiu si són cap amunt i negatiu si són cap avall.

Aplicant (2) als valors mensuals tendrem un total de $12 \alpha^h$, un per a cada mes. De forma anàloga traurem els valors de β^h que ens donen l'intercanvi de calor entre les capes intermèdia i profunda per a cada mes.

$$\beta^h = \beta_w^h + \beta_e^h \quad (3)$$

La conca est té una superfície de $A^e = 1,6 \cdot 10^{12} m^2$ i la conca oest de $A^w = 0,9 \cdot 10^{12} m^2$. Per calcular les mitjanes mensuals de temperatures T_i ($i=1,12$) de les capes superficial i intermèdia feim les següents ponderacions:

$$T_i = (1,6T_i^e + 0,9T_i^w)/2,5 \quad (4)$$

Per ponderar les temperatures de la capa profunda hem de tenir en compte les altures de les capes 3 i 4 del model Med-CORDEX (que són de 400 i 500 m):

$$T_3 = \left(1,6 \frac{4T_3^e + 5T_4^w}{9} + 0,9 \frac{4T_3^w + 5T_4^e}{9}\right)/2,5 \quad (5)$$

Els valors de tots els coeficients d'intercanvi de calor i de sal es poden veure a la taula següent. Cal comentar que en aquesta taula els coeficients α^h i β^h no venen donats en W/m^2 , sinó en $^{\circ}C Sv$ ja que s'han multiplicat per $A\rho/C$ on $A = 2,5 \cdot 10^{12} m^2$ és la superfície de la mar Mediterrània, $\rho = 1028 Kg/m^3$ és la

densitat mitjana de l'aigua i $C = 4180 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$ és la calor específica de l'aigua.

Mes	α^h ($10^6 \text{ }^\circ\text{Cm}^3/\text{s}$)	β^h ($10^6 \text{ }^\circ\text{Cm}^3/\text{s}$)	T_1 ($^\circ\text{C}$)	T_2 ($^\circ\text{C}$)	T_3 ($^\circ\text{C}$)
1	-1.066	-1.350	15.56	14.41	13.50
2	5.053	-0.711	14.97	14.39	13.50
3	-5.145	-0.281	14.83	14.36	13.50
4	-10.12	-0.202	15.13	14.35	13.50
5	-11.63	-0.050	15.78	14.35	13.50
6	-12.59	-0.111	16.58	14.36	13.50
7	-12.58	-0.279	17.35	14.36	13.50
8	-12.15	-0.432	17.95	14.37	13.50
9	-12.45	-0.654	18.19	14.37	13.50
10	-14.18	-0.891	18.04	14.37	13.50
11	-19.00	-1.542	17.46	14.38	13.50
12	-14.93	-1.653	16.49	14.40	13.50

Els coeficients α^s i β^s ens indiquen els quilograms de sal per segon que passen entre les capes superficial i intermèdia, i intermèdia i profunda, respectivament. De forma semblant als coeficients α^h i β^h tenim:

$$\alpha^s = \alpha_w^s + \alpha_e^s \quad (6)$$

$$\beta^s = \beta_w^s + \beta_e^s \quad (7)$$

I per als valor mensuals de salinitat de cada una de les tres capes (i=1,12):

$$S_i = (1,6S_i^e + 0,9S_i^w)/2,5 \quad (8)$$

$$S_3 = \left(1,6\frac{4S_3^e + 5S_4^w}{9} + 0,9\frac{4S_3^w + 5S_4^w}{9}\right)/2,5 \quad (9)$$

A la taula següent es mostren les mitjanes mensuals dels coeficients de salinitat i de les salinitats de cada una de les tres capes entre els anys 1961 i 2008.

Mes	α^s ($10^6 KgS/s$)	β^s ($10^6 KgS/s$)	S_1 (KgS/m^3)	S_2 (KgS/m^3)	S_3 (KgS/m^3)
1	-30.06	-0.1946	38.28	38.79	38.68
2	-30.19	-0.2085	38.27	38.78	38.68
3	-30.36	-0.1179	38.27	38.78	38.68
4	-32.68	-0.0798	38.26	38.78	38.68
5	-32.61	-0.0472	38.25	38.79	38.68
6	-31.64	-0.0465	38.24	38.79	38.69
7	-30.35	-0.0534	38.23	38.79	38.69
8	-29.85	-0.0587	38.23	38.79	38.69
9	-29.38	-0.0752	38.25	38.79	38.69
10	-28.96	-0.0964	38.26	38.79	38.69
11	-28.98	-0.1649	38.27	38.79	38.69
12	-29.83	-0.1854	38.28	38.79	38.69

Igualment hem de calcular el flux de calor superficial de tota la Mediterrània sumant els fluxos de les dues conques i multiplicant per $A\rho/C$:

$$SHF = Hsup_w + Hsup_e \quad (10)$$

Finalment, també disposam dels fluxos d'entrada i sortida entre la mar Mediterrània i l'oceà Atlàntic a través de l'estret de Gibraltar en Sv , que podem veure a la següent taula.

Mes	FG_1 (Sv)	FG_2 (Sv)	SHF ($10^6 Cm^3/s$)
1	0.828	0.792	167.2
2	0.831	0.795	99.4
3	0.831	0.792	-5.2
4	0.878	0.849	-99.0
5	0.859	0.849	-158.6
6	0.852	0.826	-173.1
7	0.849	0.796	-149.5
8	0.865	0.784	-97.8
9	0.864	0.772	-1.9
10	0.842	0.761	75.6
11	0.850	0.763	174.2
12	0.844	0.781	205.9

El següent pas és trobar a partir d'aquestes dades com seran les mescles entre capes degut a les turbulències, el fluxos de formació d'aigua profunda i el flux d'aigua intermèdia. Per això distingirem dues situacions ben diferenciades: la situació d'estiu i la situació d'hivern.

Situació d'estiu (mesos 4-12)

Com s'ha comentat anteriorment, durant els mesos d'estiu i primavera, que nosaltres considerem des d'abril fins a desembre, predomina la formació d'aigua intermèdia. A la Figura 1 es mostra un esquema dels fluxos durant l'estiu.

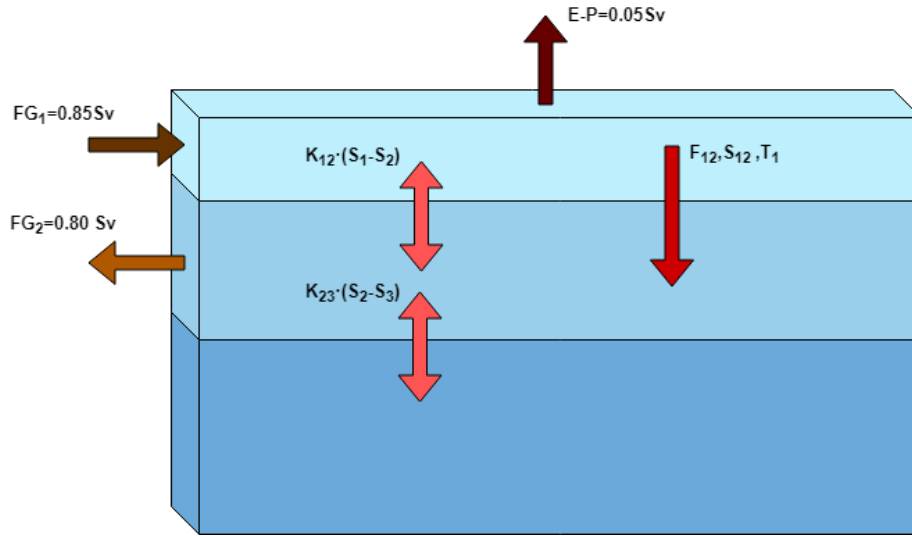


Figura 3: Fluxos de sal i temperatura durant els mesos d'estiu. Tenim un balanç zero entre l'aigua que entra i surt a través de l'estret de Gibraltar i l'aigua que s'evapora a través de la superfície. El flux F_{12} representa la formació d'aigua intermèdia i durà associat una salinitat S_{12} diferent de la salinitat mitjana de la capa superficial i més alta, que és la que provoca que la densitat augmenti i l'aigua passi a la capa inferior. K_{12} i K_{23} ens indicaran la intensitat de la mescla entre capes i seran les encarregades de redistribuir la S_{12} que arriba a la capa intermèdia cap a les altres capes

La formació d'aigua intermèdia deguda a l'evaporació és una conseqüència de l'augment de salinitat de la capa superficial. Per això a la situació d'estiu ens centrarem en les equacions de salinitat. Podem relacionar els coeficients α^s i β^s del model Med-CORDEX amb les variables del nostre model per fer-nos una idea de l'ordre de magnitud de les constants de turbulència K_{12} i K_{23} i de la salinitat S_{12} .

$$\alpha^s = -K_{12}(S_1 - S_2) - F_{12}S_{12} \quad (11)$$

$$\beta^s = -K_{23}(S_2 - S_3) \quad (12)$$

On $\alpha^s, \beta^s < 0$ (fluxos cap avall), segons indiquen les dades de Med-CORDEX. Si ens fixam en el terme $-K_{12}(S_1 - S_2)$, tenint en compte que $S_2 > S_1$ i $K_{12} > 0$ el terme contribueix positivament. Per altra part, $F_{12} > 0$ (ja que $F_{12} = FG_1 - EPR = FG_2$, on EPR és la pèrdua neta d'aigua a través de la superfície deguda a que l'evaporació supera els aportes de pluja i rius); gairebé tot el flux que entra per Gibraltar a la capa 1 passa a la capa 2 per continuïtat, i el terme $-F_{12}S_{12}$ contribueix negativament. En el nostre model, al contrari que en el de *Llassetes et al.* (2015) [1], el criteri de signes que seguim és que els

fluxos que entren a una capa són positius, mentre que els que surten són negatius (recordem que a *Llasses et al.* (2015) [1], el criteri era que si el flux era cap amunt/avall el signe era positiu/negatiu).

A partir de les mitjanes mostrades a la taula per a cada mes, podem passar a calcular K_{12} , K_{23} i S_{12} durant els mesos d'estiu. Les constants dels fluxos de turbulència podem formular-les com

$$K_{12} = \frac{K_c A}{H_{12}} \quad (13)$$

$$K_{23} = \frac{K_c A}{H_{23}} \quad (14)$$

on K_c és el coeficient de difusió cinemàtica, A és la superfície de la Mediterrània i H_{12} i H_{23} són les distàncies entre els punts mitjos de les capes 1 i 2, i 2 i 3 respectivament.

A partir de les equacions (11), (12), (13), (14) i tenint en compte que $F_{12} = FG_2$ per continuïtat, arribem a

$$K_{23} = -\frac{\beta_s}{S_2 - S_3} = 0,8828Sv \quad (15)$$

$$K_{12} = \frac{K_{23}H_{23}}{H_{12}} = 1,986Sv \quad (16)$$

$$S_{12} = \frac{-\alpha_s - K_{12}(S_1 - S_2)}{F_{12}} = 39,53 \frac{KgS}{m^3} \quad (17)$$

El valor que s'obté per a $S_{12} = 39,53 \frac{KgS}{m^3}$ és un poc alt. Això és degut a que en el nostre model hem concentrat tot el flux $F_{12}S_{12}$ durant l'estiu, mentre que a la realitat en major o menor mesura tenim aquest flux durant tot l'any.

Formulant les equacions per a la temperatura

$$\alpha^h = -K_{12}(T_1 - T_2) - F_{12}T_{12} \quad (18)$$

$$\beta^h = -K_{23}(T_2 - T_3) \quad (19)$$

arribam a

$$K_{23} = \frac{-\beta^h(\frac{A}{\rho C})}{T_2 - T_3} = 0,746Sv \quad (20)$$

$$K_{12} = \frac{K_{23}H_{23}}{H_{12}} = 1,679Sv \quad (21)$$

$$T_{12} = \frac{-\alpha^h(\frac{A}{\rho C}) - K_{12}(T_1 - T_2)}{F_{12}} = 11,13^\circ C \quad (22)$$

Els resultats obtinguts per T_{12} no són consistents ja que dona de l'ordre de $11^\circ C$ i podem suposar perfectament que T_{12} és de l'ordre de T_1 . Això suggereix deduir T_{12} (i de pas S_{12}) d'una altra manera, per exemple de les condicions d'equilibri. De moment ens hem fet una idea dels valors de K_{12} i K_{23} .

Situació d'hivern (mesos 1-3)

Durant els mesos d'hivern la temperatura de la capa superficial baixa molt en poc temps i es produeixen episodis en que, quan també augmenta la salinitat (degut a vents molt forts) l'aigua superficial s'enfonsa i passa directament a la capa fonda. Aquest flux d'aigua consideram que passa de la capa 1 a la capa 3 directament amb una temperatura i salinitat T_{13} , S_{13} (diferent en principi de T_1 , S_1), sense influir a la capa 2. Degut a que tenim un flux que entra a la tercera capa, aquest increment de volum s'ha de compensar amb un flux que va de la capa 3 a la 2 si volem que el volum de la tercera capa sigui constant. Les equacions d'intercanvi a les interfases són:

$$\alpha^h \left(\frac{A}{\rho C} \right) = F_{21} T_2 - F_{13} T_{13} - K_{12} (T_1 - T_2) \quad (23)$$

$$\beta^h \left(\frac{A}{\rho C} \right) = F_{13} (T_3 - T_{13}) - K_{23} (T_2 - T_3) \quad (24)$$

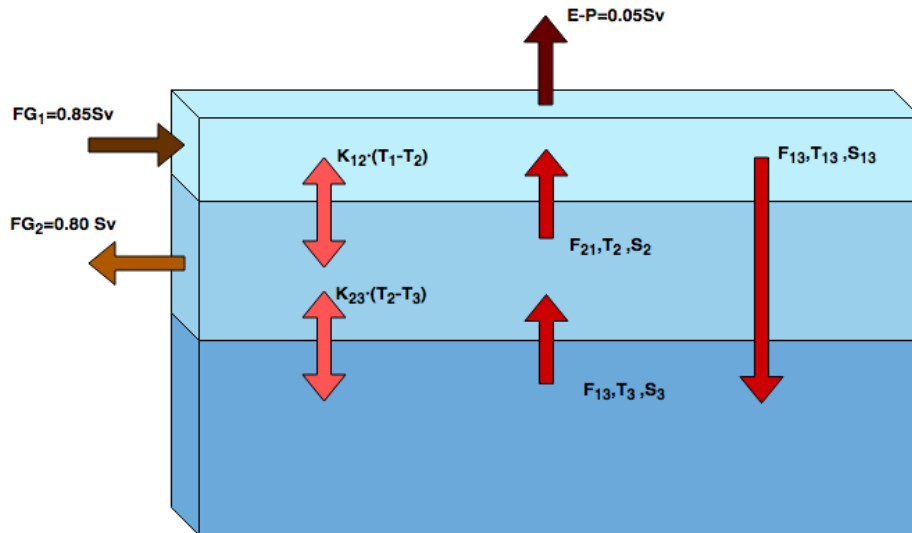


Figura 4: Fluxos de sal i temperatura durant l'hivern. El balanç net d'aigua amb l'exterior a través de l'estret de Gibraltar i la superfície és nul. A diferència de la situació d'estiu tenim un flux F_{13} que passa de la capa superficial a la profunda directament i com a conseqüència un flux que passa de la capa profunda a la intermèdia per continuïtat que també anomenarem F_{13} degut a que transportarà la mateixa quantitat d'aigua, encara que a una temperatura i salinitat diferents. També apareix un flux F_{21} que transporta aigua de la capa intermèdia a la superficial.

Tenint en compte que tot el flux d'aigua que entra a la capa 2 ha de sortir per continuïtat trobam la següent relació:

$$F_{13} = FG_2 + F_{21} \quad (25)$$

A partir de les equacions (23), (24) i (25) arribam a la següent equació:

$$(\beta^h - \alpha^h) \left(\frac{A}{\rho C} \right) = F_{13}(T_3 - T_2) - K_{23}(T_2 - T_3) + K_{12}(T_1 - T_2) + FG_2 T_2 \quad (26)$$

Tots els paràmetres d'aquesta equació són a les taules mostrades al final de la secció "Model de la mar Mediterrània", excepte K_c i F_{13} . Podem començar mirant si amb els valors de K_c obtinguts a la situació d'estiu dona valors raonables de F_{13} .

La K_c està relacionada amb K_{12} i K_{23} tal com es mostra a les equacions (13) i (14). A partir dels balanços de sal hem obtingut un valor per a $K_c = 239 \cdot 10^{-6} Sv/m$, i a partir dels balanços de temperatura $K_c = 202 \cdot 10^{-6} Sv/m$.

Provam amb un valor intermedi de $K_c = 210 \cdot 10^{-6} Sv/m$. Amb aquest valor s'obté $K_{12} = 1,75 Sv$ i $K_{23} = 0,78 Sv$. Aïllant de les equacions (26) i (23) arribam a

$$F_{13} = \frac{1}{T_3 - T_2} \left[(\beta^h - \alpha^h) \left(\frac{A}{\rho C} \right) + K_{23}(T_2 - T_3) - K_{12}(T_1 - T_2) - FG_2 T_2 \right] \quad (27)$$

$$T_{13} = \frac{1}{F_{13}} \left[F_{21} T_2 - K_{12}(T_1 - T_2) - \alpha^h \left(\frac{A}{\rho C} \right) \right] \quad (28)$$

Els resultats obtinguts són $F_{13} = 14 Sv$ i $T_{13} = 13,43^\circ C$. El valor de $14 Sv$ durant 3 mesos equival a un valor de $3,5 Sv$ anuals. Aquest valor quadra amb el de la bibliografia: $1-2 Sv$ al Golf de Lleó + $1-2 Sv$ a la conca est = $2-4 Sv$ anuals. La T_{13} que dona la bibliografia és un poc més baixa: $12,7^\circ C$, *Adloff et al.* (2015) [2].

Les equacions d'intercanvi de salinitat són:

$$\alpha^s = F_{21} S_2 - F_{13} S_{13} - K_{12}(S_1 - S_2) \quad (29)$$

$$\beta^s = F_{13}(S_3 - S_{13}) - K_{23}(S_2 - S_3) \quad (30)$$

A partir d'aquestes dues equacions i de l'equació (25) arribam a

$$F_{13} = \frac{1}{S_2 - S_3} \left[(\alpha^s - \beta^s) - K_{23}(S_2 - S_3) + K_{12}(S_1 - S_2) + FG_2 S_2 \right] \quad (31)$$

Mirant l'ordre de magnitud de cada un dels termes:

$$\alpha^s - \beta^s = 30,034 \cdot 10^6 KgS/s$$

$$K_{23}(S_2 - S_3) = 0,078 \cdot 10^6 KgS/s$$

$$-K_{12}(S_1 - S_2) = 0,892 \cdot 10^6 KgS/s$$

$$FG_2 S_2 = 30,761 \cdot 10^6 KgS/s$$

Veim que $\alpha^s - \beta^s$ és de l'ordre de $FG_2 S_2$, mentre que els altres termes són unes 30 vegades menors. Això fa que la determinació de F_{13} no sigui fiable a

partir de les equacions de la salinitat (el marge d'error dels valors de α^s β^s i FG_2S_2 és molt més gran que el valor que volem determinar).

Situació d'equilibri

Partim del supòsit que els valors de K_c són essencialment correctes, però que els de la resta de variables són més dubtosos. El que podem fer és determinar la resta de valors a partir d'exigir que els balanços de cada capa siguin nuls a la situació d'equilibri. Utilitzarem $K_c = 10 \cdot 10^{-6} Sv/m$ per a les equacions de salinitat i $K_c = 100 \cdot 10^{-6} Sv/m$ per a les equacions de temperatura.

Les equacions de balanç per als mesos 1-3 (situació d'hivern) on $F_{21} = F_{13} - FG_2$ són:

$$V_1 \frac{dT_1}{dt} = FG_1 T_0 + F_{21} T_2 - F_{13} T_{13} - K_{12}(T_1 - T_2) - SHF\left(\frac{A}{\rho C}\right) \quad (32)$$

$$V_2 \frac{dT_2}{dt} = -FG_2 T_2 - F_{21} T_2 + F_{13} T_3 + K_{12}(T_1 - T_2) - K_{23}(T_2 - T_3) \quad (33)$$

$$V_3 \frac{dT_3}{dt} = -F_{13} T_3 + F_{13} T_{13} + K_{23}(T_2 - T_3) \quad (34)$$

i per als mesos 4-12 (situació d'estiu) on $F_{12} = FG_2$:

$$V_1 \frac{dT_1}{dt} = FG_1 T_0 - F_{12} T_1 - K_{12}(T_1 - T_2) - SHF\left(\frac{A}{\rho C}\right) \quad (35)$$

$$V_2 \frac{dT_2}{dt} = -FG_2 T_2 + F_{12} T_1 + K_{12}(T_1 - T_2) - K_{23}(T_2 - T_3) \quad (36)$$

$$V_3 \frac{dT_3}{dt} = K_{23}(T_2 - T_3) \quad (37)$$

Si volem que de cap a cap d'any el balanç de calor sigui nul per a cada capa hem d'exigir:

$$V_i \frac{dT_i}{dt} \Delta t_{hiv} + V_i \frac{dT_i}{dt} \Delta t_{est} = 0 \rightarrow \left. \frac{dT_i}{dt} \right]_{hiv} + 3 \left. \frac{dT_i}{dt} \right]_{est} = 0 \quad (38)$$

A partir de les equacions (33), (36) i (38) arribem a una expressió per al flux d'aigua freda que passa de la capa superficial a la profunda durant l'hivern:

$$F_{13} = \frac{1}{(T_2 - T_3)]_{hiv}} \left(3FG_2(T_1 - T_2) \right]_{est} + 4K_{12}(T_1 - T_2) \right]_{an} - 4K_{23}(T_2 - T_3) \right]_{an} \quad (39)$$

on el subíndex /an es refereix a valors anuals. S'obté un valor de $F_{13} = 13,776Sv$.

A partir de les equacions (34), (37) i (38) arribem a una expressió per a la temperatura a la que baixa aquest flux d'aigua freda:

$$T_{13} = \frac{1}{F_{13}]_{hiv}} \left(F_{13}T_3]_{hiv} - 4K_{23}(T_2 - T_3)]_{an} \right) \quad (40)$$

s'obté un valor de $T_{13} = 13,40^\circ C$.

A partir de les equacions (32), (35) i (38) arribam a una expressió per a la temperatura procedent de l'Atlàntic:

$$T_0 = \frac{1}{FG_1]_{an}} \left(\frac{1}{4}FG_1T_2]_{hiv} + K_{12}(T_1 - T_2)]_{an} + SHF]_{an} + \frac{3}{4}FG_2T_1]_{est} - \frac{1}{4}F_{13}(T_2 - T_{13})]_{hiv} \right) \quad (41)$$

s'obté un valor de $T_0 = 17,14^\circ C$.

Pel que fa a la salinitat les equacions de balanç pels mesos 1-3 (situació d'hivern) on $F_{21} = F_{13} - FG_2$ són:

$$V_1 \frac{dS_1}{dt} = FG_1S_0 + F_{21}S_2 - F_{13}S_{13} - K_{12}(S_1 - S_2) \quad (42)$$

$$V_2 \frac{dS_2}{dt} = -FG_2S_2 - F_{21}S_2 + F_{13}S_3 + K_{12}(S_1 - S_2) - K_{23}(S_2 - S_3) \quad (43)$$

$$V_3 \frac{dS_3}{dt} = -F_{13}S_3 + F_{13}S_{13} + K_{23}(S_2 - S_3) \quad (44)$$

i per als mesos 4-12 (situació d'estiu) on $F_{12} = FG_2$

$$V_1 \frac{dS_1}{dt} = FG_1S_0 - F_{12}S_{12} - K_{12}(S_1 - S_2) \quad (45)$$

$$V_2 \frac{dS_2}{dt} = -FG_2S_2 + F_{12}S_{12} + K_{12}(S_1 - S_2) - K_{23}(S_2 - S_3) \quad (46)$$

$$V_3 \frac{dS_3}{dt} = K_{23}(S_2 - S_3) \quad (47)$$

A partir de les equacions (38), (44) i (47) arribem a una expressió per a la salinitat del flux d'aigua que durant l'hivern passa de la capa superficial a la

profunda:

$$S_{13} = S_3]_{hiv} - 4 \frac{K_{23}(S_2 - S_3)]_{an}}{F_{13}]_{hiv}} \quad (48)$$

s'obté un valor de $S_{13} = 38,68KgS/m^3$.

A partir de les equacions (38), (43) i (46) arribem a una expressió per a la salinitat del fluxe d'aigua que passa de la capa superficial a la intermitja durant la situació d'estiu degut a l'evaporació que té a lloc durant aquests mesos:

$$S_{12} = S_2]_{est} + \frac{1}{3FG_2]_{est}} \left(4K_{23}(S_2 - S_3)]_{an} - 4K_{12}(S_1 - S_2)]_{an} + F_{13}(S_2 - S_3)]_{hiv} \right) \quad (49)$$

s'obté un valor de $S_{12} = 39,44KgS/m^3$.

A partir de les equacions (38), (42) i (45) arribem a una expressió per a la salinitat procedent de l'Atlàntic.

$$S_0 = \frac{1}{4FG_1]_{an}} \left(-F_{13}(S_2 - S_{13})]_{hiv} + FG_2S_2]_{hiv} + 3FG_2S_{12}]_{est} - 4K_{12}(S_1 - S_2)]_{an} \right) \quad (50)$$

s'obté un valor de $S_0 = 36,38KgS/m^3$.

Podem simplificar les expressions de T_0 i S_0 substituint les obtingudes per a F_{13} , T_{13} , S_{13} i S_{12} :

$$T_0]_{an} = \frac{SHF]_{an} + FG_2T_2}{FG_1]_{an}} \rightarrow FG_1T_0 = SHF + FG_2T_2 \quad (51)$$

És a dir, la calor que entra a través del flux per Gibraltar és igual a la que surt per la superfície. En els resultats numèrics la T_0 no depèn dels fluxos entre capes.

Per a la salinitat encara és més senzill:

$$S_0]_{an} = \frac{FG_2S_2]_{an}}{FG_1]_{an}} \rightarrow FG_1S_0 = FG_2S_2 \quad (52)$$

Per tant, T_0 , S_0 , FG_1 , FG_2 i SHF determinen directament T_2 i S_2 d'equilibri. El que sí que dependrà de F_{13} , T_{13} , S_{13} i S_{12} seran les T_1 , T_3 , S_1 i S_3 .

Evolució temporal

A la secció anterior hem calculat els valors de les constants que farien que tota la conca estigués en l'estat d'equilibri actual. Podem comprovar que efectivament és així si partim per exemple d'unes T_0 i S_0 a tota la conca, integram en el temps i comprovam que T_1 , T_2 , T_3 , S_1 , S_2 i S_3 tendeixen cap als valors d'equilibri si

s'empren els valors adients:

$$\begin{aligned}
 K_c^h &= 100 \cdot 10^6 \text{ m}^2/\text{s}^2 & F_{13} &= 13,776 \text{ Sv} & T_{13} &= 13,4^\circ\text{C} \\
 K_c^s &= 10 \cdot 10^6 \text{ m}^2/\text{s} & S_{13} &= 38,68 \text{ KgS/m}^3 & S_{12} &= 39,44 \text{ KgS/m}^3
 \end{aligned}$$

Partint d'unes T_0 de 10°C i 15°C a tota la conca, obtenim els següents dos gràfics:

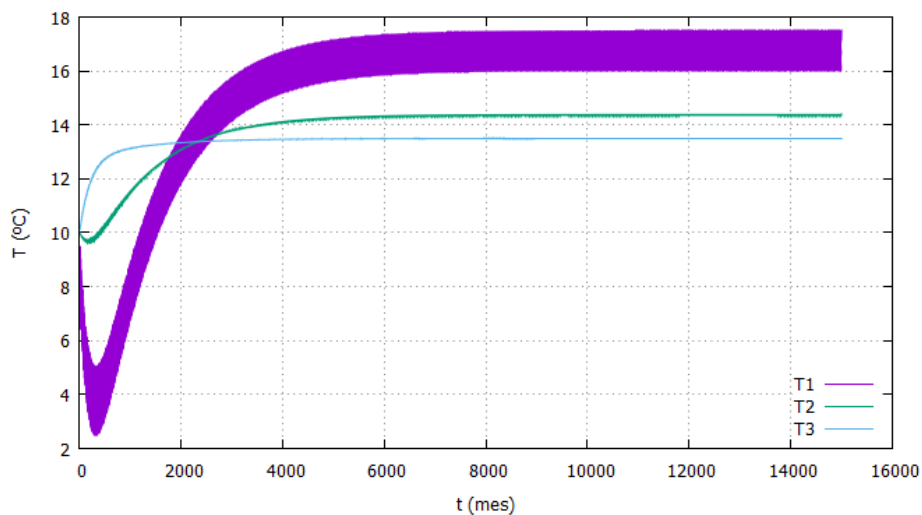


Figura 5: *Temperatura inicial de 10°C*

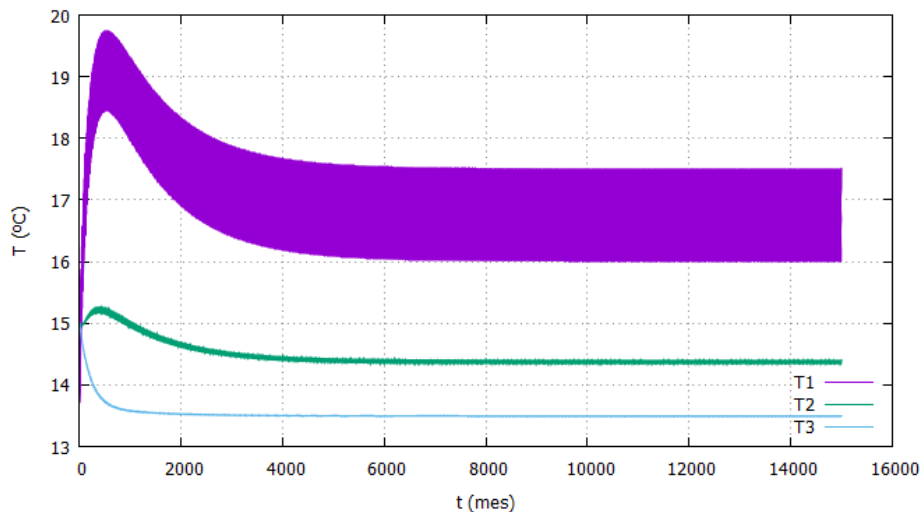


Figura 6: *Temperatura inicial de 15°C*

Com podem veure, la situació inicial homogènia poc a poc tendeix cap als valors d'equilibri de temperatura per a cada una de les capes. La capa superficial tendeix cap a 16.77°C , la intermèdia cap a 14.37°C i la profunda cap a 13.49°C . Per arribar a la situació d'equilibri el sistema tarda uns 300 anys. Per altra part cal comentar el gruix de la línia que correspon a cada una de les capes. Aquest gruix és degut a les oscil·lacions entre les situacions d'estiu i hivern (és a dir, al cicle estacional) que degut a la manca de resolució temporal de les gràfiques (obligada per abastar centenars d'anys) es veu com una línia gruixada enlloc de com una línia que oscil·la anualment. Com era d'esperar, la capa superficial és la que més oscil·la.

Partint d'unes S_0 de $38\text{KgS}/\text{m}^3$ i $40\text{KgS}/\text{m}^3$ a tota la conca, obtenim els següents dos gràfics:

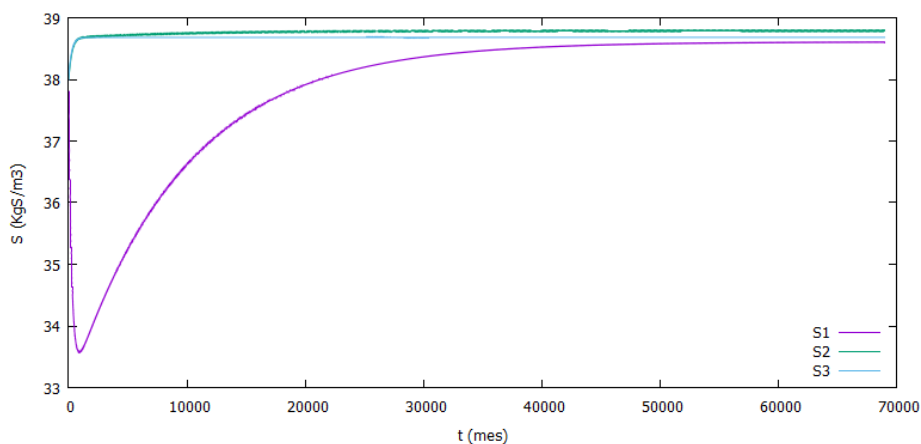


Figura 7: Salinitat inicial de $38\text{KgS}/\text{m}^3$

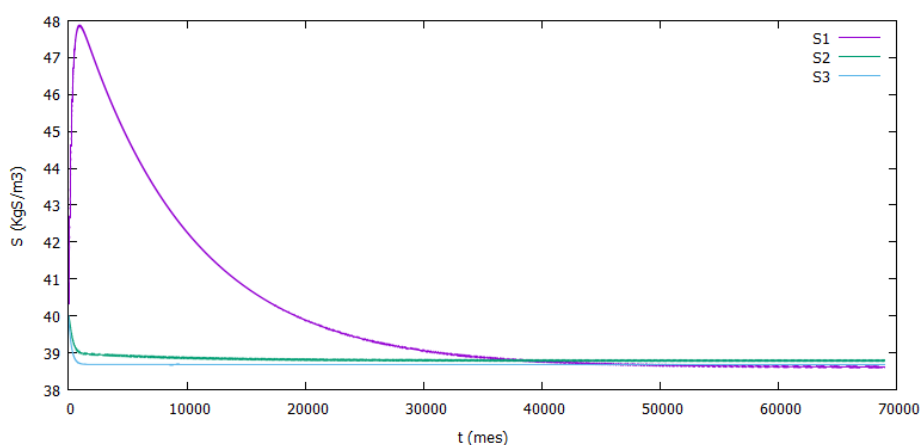


Figura 8: Salinitat inicial de $40\text{KgS}/\text{m}^3$

L'equilibri tendeix a unes salinitats de $38,61KgS/m^3$ per a la capa superficial, $38,79KgS/m^3$ per a la capa intermèdia i $38,68KgS/m^3$ per a la capa profunda. La resposta del sistema a canvis de salinitat és molt més lenta que per a la temperatura i les oscil·lacions estiu-hivern són molt més petites.

Sensitivitat

En aquest apartat tractarem de canviar lleugerament els paràmetres del sistema per tal de veure com de sensibles són les temperatures i salinitats d'equilibri a aquests canvis. A l'equilibri:

$$\begin{aligned} T_1 &= 16,76^\circ C & S_1 &= 38,61KgS/m^3 \\ T_2 &= 14,37^\circ C & S_2 &= 38,79KgS/m^3 \\ T_3 &= 13,49^\circ C & S_3 &= 38,69KgS/m^3 \end{aligned}$$

T_{13} és la temperatura de l'aigua que baixa des de la capa superficial cap a la profunda durant els mesos d'hivern degut a l'evaporació i al refredament que sofreix la capa superficial a causa del contacte amb l'atmosfera. El valor que havíem trobat a partir de que els balanços de cada capa fossin nuls a la situació d'equilibri era $T_{13} = 13,4^\circ C$. No tendria sentit que la temperatura T_{13} fos major que la temperatura T_2 , per això la variació serà de $\pm 0,5^\circ C$. Com s'ha comentat anteriorment al final de l'apartat de "situació d'equilibri", T_{13} determina T_1 i T_3 d'equilibri. Això no vol dir que les altres variables no depenguin de T_{13} durant l'evolució temporal, si no que a la situació d'equilibri no hi depenen.

Si augmentam la T_{13} fins a $13,9^\circ C$, el refredament de l'aigua de la capa superficial "és més suau". Per això, l'aigua que baixa cap a la capa profunda a través del flux F_{13} és menys freda i a la nova situació d'equilibri $T_3 = 13,95^\circ C$ augmenta aproximadament mig grau. En canvi, la capa superficial tendeix a una temperatura de $T_1 = 15,55^\circ C$. Això és degut a que el flux que surt de la capa superficial se'n duu aigua més calenta i per tant la capa es refreda més que amb el valor anterior de T_{13} .

Si disminuïm la T_{13} fins a $12,9^\circ C$, el refredament de la capa superficial seria encara més brusc, l'aigua que arribaria a la capa profunda seria més freda i l'aigua superficial que quedaria seria més calenta. Així, $T_3 = 13,04^\circ C$ i $T_1 = 17,97^\circ C$

S_{13} és la salinitat del flux d'aigua que baixa de la capa superficial a la profunda durant l'hivern. El valor d'equilibri és $S_{13} = 38,68KgS/m^3$. Com s'ha comentat a l'apartat d'equilibri, S_{13} afectarà a l'equilibri de S_1 i S_3 . Si augmentam aquesta salinitat fins un valor de $S_{13} = 39,18KgS/m^3$ obtenim que al nou equilibri $S_1 = 17,74KgS/m^3$ i $S_3 = 39,18KgS/m^3$. Aquesta nova situació d'equilibri és poc realista pel que fa a la capa superficial. Tot i que la capa superficial té un volum sis vegades menor que el de la capa profunda, l'augment de sal a la capa profunda (respecte al resultat que s'obté sense variar S_{13}) és molt menor que la disminució de sal a la capa superficial. La $S_2 = 38,79KgS/m^3$ d'equilibri no canvia quan variam S_{13} , però durant el transitori sí que es comporta diferent respecte a quan no variam S_{13} : creix fins un valor de $39,1KgS/m^3$ i després

s'estabilitza al seu valor d'equilibri. Aquest augment fa que $FG_2S_2 > FG_1S_0$ (el flux de salinitat que surt per Gibraltar cap a l'Atlàntic a través de la capa intermèdia és major que el que entra per la capa superficial) i per tant estam perdent sal a tota la conca fins al moment d'arribar a l'equilibri.

Aquesta sensibilitat tan gran dels valors d'equilibri enfront del valor de S_{13} no passa per a T i, més important, tampoc passa quan empram un model de 6 caixes (dues conques separades) enlloc de 3. Això indica que el nostre model té un punt feble aquí, possiblement sigui massa simple. De tota manera, val a dir també que el resultat és poc realista perquè el valor que s'ha emprat de S_{13} també ho és, atès que és molt superior a la salinitat de qualsevol de les tres capes.

Seguint amb la situació d'hivern, variam F_{13} un $\pm 20\%$. El valor de F_{13} ens indica els metres cúbics d'aigua que baixen durant els mesos d'hivern de la capa superficial a la profunda. A l'equilibri, $F_{13} = 13,776 Sv$.

Amb un valor de $F_{13} = 16,531 Sv$ els valors d'equilibri són els següents: la temperatura de la capa superficial augmenta fins a $T_1 = 17,24^\circ C$ (+2,8%), la de la capa intermèdia no varia com era d'esperar, i el valor de la capa profunda disminueix lleugerament fins un valor de $T_3 = 13,48^\circ C$ (-0,1%). L'augment de la temperatura de la capa superficial es deu a que el flux F_{13} transporta una major quantitat d'aigua que s'havia refredat, per tant l'aigua que queda a la capa superficial serà més calenta i a la capa profunda serà més freda. Les salinitats també es veuen afectades: la salinitat de la capa superficial augmenta fins un valor de $S_1 = 39,52 KgS/m^3$ (+3,6%), mentre que la salinitat de la capa profunda disminueix lleugerament fins un valor de $S_3 = 38,68 KgS/m^3$ (-0,03%). Això suggereix que el valor de F_{13} que estam emprant sigui possiblement una cota superior, més enllà de la qual obtenim valors poc realistes.

Si disminuïm el flux fins un valor de $F_{13} = 11,02 Sv$ els nous valors d'equilibri per a la temperatura són: $T_1 = 16,29^\circ C$ (-2,8%) i $T_3 = 13,51^\circ C$ (+0,1%). Ara tenim menys aigua freda que baixa cap a la capa profunda, per tant l'aigua de la capa superficial serà més freda i la de la profunda lleugerament més calenta. Per a la salinitat tenim que els nous valors d'equilibri són: $S_1 = 37,7 KgS/m^3$ (-1,1%) i $S_3 = 38,68 KgS/m^3$ (-0,03%). Aquests resultats per la salinitat podrien tenir més sentit que quan hem augmentat el flux F_{13} ja que la salinitat de la capa superficial segueix essent menor que la de la capa intermèdia i la profunda.

A la situació d'estiu tenim el flux d'aigua F_{12} que baixa de la capa superficial fins a la intermèdia degut a l'evaporació. Aquest flux és d'aigua més salina; concretament li havíem associat una salinitat $S_{12} = 39,44 KgS/m^3$

Si augmentam la salinitat fins a $S_{12} = 39,94 KgS/m^3$ només es veu afectada significativament la salinitat de la capa superficial, que baixa fins un valor de $S_1 = 35,03 KgS/m^3$. Si disminuïm la salinitat fins a $S_{12} = 38,94 KgS/m^3$ la salinitat de la capa superficial respon amb un valor d'equilibri de $S_1 = 42,18 KgS/m^3$. Encara que aquests dos nous valors de S_{12} no tinguin sentit a la realitat, ens feim una idea de com respon el sistema a un canvi de S_{12} .

Per acabar, variarem les constants de turbulència $K_c^s = 10 \cdot 10^6 m^2/s$ i $K_c^h = 100 \cdot 10^6 m^2/s^2$ mantenint el seu ordre de magnitud. Per un valor de $K_c^s = 20 \cdot 10^6 m^2/s$ la salinitat de la capa superficial respon augmentant el valor fins a $S_1 = 38,698 KgS/m^3$. La salinitat de la capa profunda pràcticament no canvia, i la intermèdia tampoc. Per un valor de $K_c^s = 5 \cdot 10^6 m^2/s$ també tenim un augment de la salinitat de la capa superficial fins a $S_1 = 38,42 KgS/m^3$.

Per un valor de $K_c^h = 200 \cdot 10^6 m^2/s^2$ la temperatura de la capa superficial disminueix fins a un valor de $T_1 = 15,89^\circ C$ i la temperatura de la capa profunda augmenta fins a un valor de $T_3 = 13,57^\circ C$. Per un valor de $K_c^h = 50 \cdot 10^6 m^2/s^2$ la temperatura de la capa superficial augmenta fins a un valor de $T_1 = 17,75^\circ C$ i la temperatura de la capa profunda disminueix fins a un valor de $T_3 = 13,45^\circ C$.

Eq.	$T_1 = 16,76$ ($^\circ C$)	$T_2 = 14,37$ ($^\circ C$)	$T_3 = 13,49$ ($^\circ C$)	$S_1 = 38,61$ (KgS/m^3)	$S_2 = 38,79$ (KgS/m^3)	$S_3 = 38,69$ (KgS/m^3)
T_{13}^+	15.55		13.95			
T_{13}^-	17.97		13.04			
S_{13}^+				17.74		39.18
S_{13}^-						
F_{13}^+	17.23		13.48	40.00		
F_{13}^-	16.29		13.50	38.19		
S_{12}^+				35.51		
S_{12}^-				42.66		
K_{cs}^+				39.18		
K_{cs}^-				38.90		
K_{ch}^+	15.89		13.57			
K_{ch}^-	17.75		13.45			

A la taula anterior podem veure que la temperatura i la salinitat de la capa superficial són molt sensibles a les variacions de T_{13} , S_{13} i S_{12} .

Si analitzem les expressions obtingudes per a T_{13} (equació (40)) i per a S_{13} (equació (48)) veim que són formalment idèntiques:

$$T_{13} = T_3]_{hiv} - 4 \frac{K_{23}(T_2 - T_3)]_{an}}{F_{13}]_{hiv}} \quad (53)$$

$$S_{13} = S_3]_{hiv} - 4 \frac{K_{23}(S_2 - S_3)]_{an}}{F_{13}]_{hiv}} \quad (54)$$

Si calculam l'ordre de m'agnitud del segon terme veim que

$$T_{13} = T_3]_{hiv} - O(10^{-1}) \quad (55)$$

$$S_{13} = S_3]_{hiv} - O(10^{-4}) \quad (56)$$

És a dir, en una situació d'equilibri les T_{13} i S_{13} són virtualment idèntiques a les T_3 i S_3 , especialment en el cas de la salinitat. Per això una variació de $\pm 0,5^\circ C$ a

T_{13} canvia la T_3 aproximadament $\pm 0,5^\circ C$. De la mateixa manera, una variació de $\pm 0,5 KgS/m^3$ a la S_{13} canvia la S_3 aproximadament $\pm 0,5 KgS/m^3$.

Recordem que T_2 i S_2 només depenen dels fluxos a Gibraltar, les T_0 i S_0 que entren per Gibraltar i en el cas de la temperatura, del SHF (equacions (51) i (52)). Per tant, canviant T_{13} i S_{13} no estem alterant T_2 i S_2 .

Podem deduir com afecta una variació de T_{13} i S_{13} a les T_1 i S_1 a partir de les equacions (32) i (42): per a la salinitat, per exemple, imposant equilibri a (42) obtenim:

$$FG_1S_0 + F_{21}S_2 - F_{13}S_{13} = K_{12}^S(S_1 - S_2) \quad (57)$$

$$S_1 = S_2 + \frac{FG_1S_0 + F_{21}S_2 - F_{13}S_{13}}{K_{12}^S} \quad (58)$$

Si augmentam S_{13} un ΔS_{13} llavors S_1 variarà un $\Delta S_1 = -F_{13}\Delta S_{13}/K_{12}^S$. Calculant valors:

$$\Delta S_1 = -\frac{F_{13}}{K_{12}^S}\Delta S_{13} \approx -\frac{13,776}{0,083}\Delta S_{13} \approx -166\Delta S_{13} \quad (59)$$

Aquest resultat prové de l'equació (42), que és vàlida només durant els 3 mesos d'hivern. Si repartim el resultat durant els 12 mesos de l'any seria com dividir entre 4. Llavors:

$$\Delta S_1 \approx -41\Delta S_{13} \approx -20KgS/m^3 \quad si \quad \Delta S_{13} = -0,5KgS/m^3 \quad (60)$$

Que quadra amb els valors que s'obtenen per a S_1 si augmentam S_{13} (taula de la pàgina anterior).

La causa física d'aquest canvi tan gran és el que hem comentat abans: durant el transitori S_2 canvia i altera el balanç de sal de la conca, expulsant o guanyant sal a través de Gibraltar. Encara que S_2 no canviï gaire durant el transitori, aquest és tan llarg que el sistema té temps de guanyar o perdre molta sal.

En el cas de la temperatura no és tant perquè el valor de K_{12}^Q és un ordre de magnitud més gran que K_{12}^S . Imposant equilibri a (32):

$$FG_1T_0 + F_{21}T_2 - F_{13}T_{13} - SHF = K_{12}^Q(T_1 - T_2) \quad (61)$$

$$T_1 = T_2 + \frac{FG_1T_0 + F_{21}T_2 - F_{13}T_{13}}{K_{12}^Q} \quad (62)$$

$$\Delta T_1 = -\frac{F_{13}}{K_{12}^Q}\Delta T_{13} \approx -\frac{13,776}{0,833}\Delta T_{13} \approx -17\Delta T_{13} \quad (63)$$

Altra vegada, si repartim l'efecte de 3 mesos sobre 12 queda:

$$\Delta T_1 \approx -4\Delta T_{13} \approx 2^\circ C \quad si \quad \Delta T_{13} = -0,5^\circ C \quad (64)$$

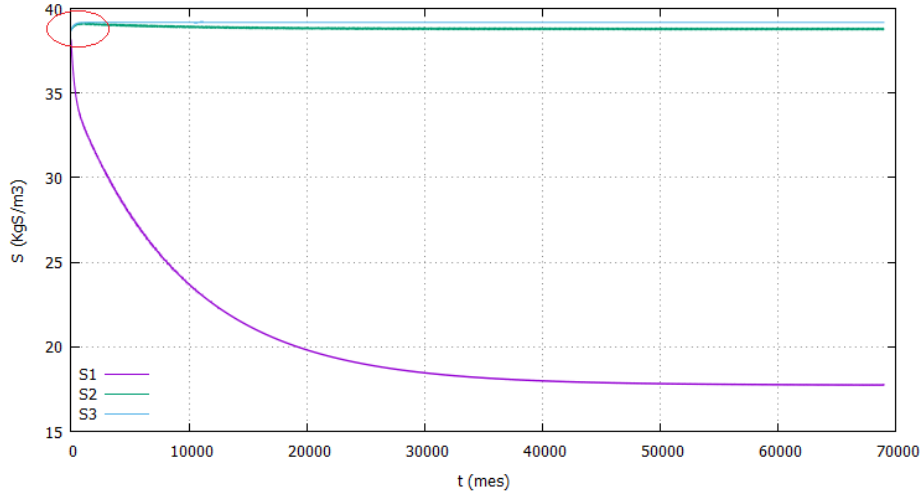


Figura 9: *Sensitivitat de les salinitats de cada capa degut a un augment de S_{13} . Podem veure com el petit increment de sal a la capa intermèdia durant el transitori afecta a la salinitat de la capa superficial fent-la disminuir fins a uns 17.7 KgS/m³.*

La causa física d'aquest canvi és la mateixa que per a la salinitat, però en ser K_{12}^Q un ordre de magnitud més gran que K_{12}^S , la durada del transitori és un ordre de magnitud menor. Si hi ha més turbulència implica que s'arriba abans a l'equilibri, i això es tradueix en canvis menors.

Pel que fa a S_{12} a la situació d'estiu el que passa és molt similar, tot i que d'una magnitud inferior. Si imposam equilibri a l'equació (45) obtenim:

$$FG_1S_0 - F_{12}S_{12} = K_{12}^S(S_1 - S_2) \quad (65)$$

$$S_1 = S_2 + \frac{FG_1S_0 - F_{12}S_{12}}{K_{12}^S} \quad (66)$$

$$\Delta S_1 = -\frac{F_{12}}{K_{12}^S} \Delta S_{12} \approx -\frac{0,80}{0,083} \Delta S_{12} \approx -10 \Delta S_{12} \quad (67)$$

El valor recollit a la taula és un poc menor degut a que només afecta a l'estiu, que són les tres quartes parts del temps total. Si repartim així l'efecte:

$$\Delta S_1 \approx -7,5 \Delta S_{12} \approx 3,75 \text{KgS/m}^3 \quad \text{si} \quad \Delta S_{12} = -0,5 \text{KgS/m}^3 \quad (68)$$

La qüestió és: implica això que el model és erroni? El fet que en una situació d'equilibri les T_{13} , S_{13} són virtualment idèntiques a les T_3 , S_3 , fa que un canvi de $\pm 0,5$ en T_{13} , S_{13} suposi alterar també en $\pm 0,5$ la capa fonda, que sol romandre virtualment constant al llarg del temps, i per tant tot el sistema. Per tant, canviar T_{13} , S_{13} és un canvi molt gran i poc plausible climatològicament. Evidentment un canvi així és possible per a un succés concret de formació d'aigua fonda, però un canvi així sostingut en el temps sembla molt poc probable i per tant en principi seria possible que el sistema evolucionés cap a estats bastant

diferents. Però així i tot els valors obtinguts per a la salinitat estan fora del rang plausible.

Es podria plantejar canviar el valor de K^S (igualant-lo per exemple al de K^Q), la qual cosa faria el sistema molt menys sensible. De fet, per a les simulacions de canvi climàtic (propera secció) es farà així, per tal de reduir la sensibilitat de la configuració actual del model. Però el problema de fons no és aquest, sinó voler resumir tota la Mediterrània en una sola conca quan les dues conques es comporten prou diferent.

Si miram els valors dels fluxos que donen *Llasses et. al* (2015) [1]:

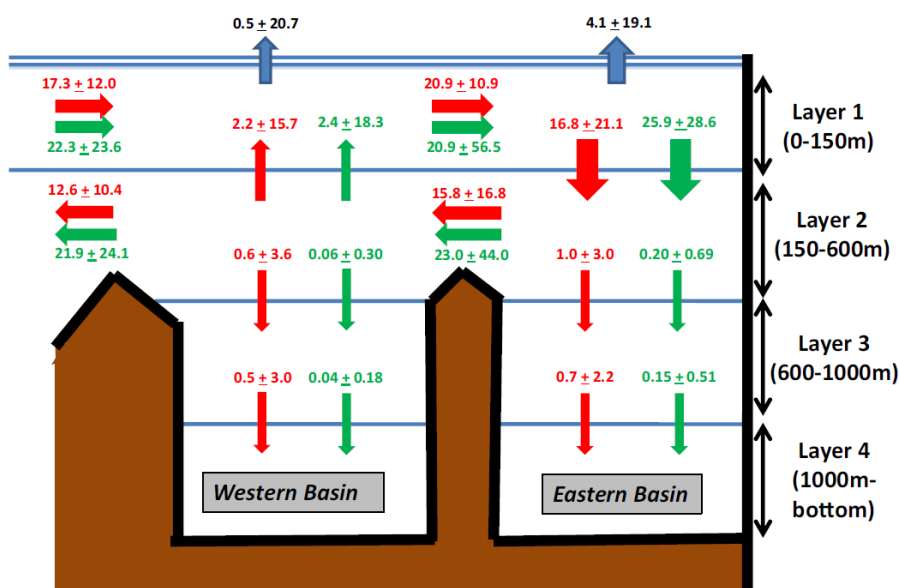


Figura 10: Fluxos *Llasses et. al* (2015) [1]

Veim que els fluxos entre la capa 1 i 2 són de signe contrari a cada conca. Nosaltres ho hem volgut resumir en una sola conca i això possiblement sigui la causa del problema. De fet, experiments recents mostren que si dividim el model de caixes en dues conques i empram valors de K^S i K^Q idèntics als que hem emprat aquí, el model es comporta bé.

A la secció 'Treball Futur', després de la secció 'Canvi Climàtic' comentarem un esquema que inclou les dues conques i podria solucionar aquest problema.

Canvi climàtic

L'escalfament global és, pot ser, la conseqüència més visible del canvi climàtic. L'augment de la concentració de gasos d'efecte hivernacle disminueix la quantitat de radiació infraroja que la Terra re-emet cap a l'espai, la qual cosa fa que la Terra s'escalfi progressivament. La Terra ja s'ha escalfat i refredat en altres ocasions de forma natural, però aquests cicles sempre havien estat molt lents, necessitant milers d'anys, mentre que ara i com a conseqüència de l'activitat humana, estam arribant a nivells preocupants en un termini just de 200 anys (el que va de la revolució industrial al segle XXI). En el pitjor dels escenaris es preveu un augment de temperatura de l'atmosfera de 4.8 °C per a finals de segle XXI.

Aquest augment de temperatura afectarà a l'intercanvi de calor entre la capa superficial de la mar Mediterrània i l'atmosfera. Actualment durant els mesos d'hivern (1-3) la mar perd una mitjana de 151 W/m^2 de calor degut a que durant aquests mesos l'atmosfera és més freda que la capa superficial de la mar. Durant els mesos d'estiu (4-12) l'atmosfera és més calenta que la mar, i l'intercanvi de calor és en direcció contrària, la mar guanya 43 W/m^2 de calor. Fent la mitjana anual, la mar perd uns 5,5 W/m^2 de calor a través de la superfície.

Els models climàtics mostren que a finals del segle XXI els 5.5 W/m^2 que perd actualment la mar de mitjana podrien passar a 0 W/m^2 (escenaris RCP8.5) degut a que l'atmosfera s'escalfarà més ràpidament que la mar. Durant els mesos d'hivern podem pensar que SHF disminuirà fins a 150 W/m^2 degut a que la diferència de temperatura entre la mar i l'atmosfera serà menor. Durant els mesos d'estiu SHF augmentarà degut a que la diferència de temperatura entre la mar i l'atmosfera serà major, podem pensar que la mar guanyaria 50 W/m^2 . Amb aquests dos nous valors obtenim un flux $SHF = 0 W/m^2$ de mitjana anual.

Així, a les equacions deixarem de considerar SHF com una constant i farem que passi linealment de 5.5 W/m^2 a 0 W/m^2 en 100 anys:

$$SHF(t) = SHF_0 - \frac{5,5}{100}any \quad (69)$$

Atesa la gran sensibilitat del model a S_{13} i S_{12} com hem vist a la secció de sensibilitat, en aquesta secció farem els experiments amb el valor de K^S un ordre de magnitud major (igual a K^Q). Això canvia els valors de les salinitats de la capa superficial i profunda, però els canvis no són grans i els valors que surten són raonables. Recordam les temperatures i salinitats a l'equilibri així com les noves S_1 i S_3 :

$$\begin{aligned} T_1 &= 16,76^\circ C & S_1 &= 38,77 KgS/m^3 \\ T_2 &= 14,37^\circ C & S_2 &= 38,79 KgS/m^3 \\ T_3 &= 13,49^\circ C & S_3 &= 38,69 KgS/m^3 \end{aligned}$$

La temperatura del flux superficial que entra a través de l'estret de Gibraltar era $T_0 = 17,14^\circ C$. Fent variar el flux de calor entre la capa superficial i l'atmosfera i mantenint la T_0 constant obtenim:

$$\begin{aligned}
T_1 &= 30,11^\circ C & S_1 &= 38,77 KgS/m^3 \\
T_2 &= 18,27^\circ C & S_2 &= 38,79 KgS/m^3 \\
T_3 &= 13,87^\circ C & S_3 &= 38,69 KgS/m^3
\end{aligned}$$

Veim que si la mar deixa de perdre calor (en termes de mitjana anual) cap a l'atmosfera, respon augmentant la temperatura de totes les capes.

També podem pensar que la temperatura de la capa superficial de l'Atlàntic augmentarà degut a l'escalfament de l'atmosfera. Si augmentam la T_0 $3^\circ C$ en 100 anys de forma lineal:

$$T_0(t) = 17,14 + \frac{3}{100}any \quad (70)$$

Mantenint constant el flux SHF , obtenim els següents resultats:

$$\begin{aligned}
T_1 &= 27,72^\circ C & S_1 &= 38,77 KgS/m^3 \\
T_2 &= 17,57^\circ C & S_2 &= 38,79 KgS/m^3 \\
T_3 &= 13,80^\circ C & S_3 &= 38,69 KgS/m^3
\end{aligned}$$

Si per Gibraltar entra aigua més calenta a la capa superficial, aquesta augmenta la seva temperatura i com a conseqüència les capes intermèdia i profunda també ho fan, fins a arribar a la nova situació d'equilibri.

Per acabar amb les variacions de temperatura, podem veure fins a on augmenten les temperatures de les tres capes si imposam tant la condició de que el flux SHF passi a $0W/m^2$ com que l'aigua que entra de l'Atlàntic augmenti $3^\circ C$:

$$\begin{aligned}
T_1 &= 41,07^\circ C & S_1 &= 38,77 KgS/m^3 \\
T_2 &= 21,46^\circ C & S_2 &= 38,79 KgS/m^3 \\
T_3 &= 14,18^\circ C & S_3 &= 38,69 KgS/m^3
\end{aligned}$$

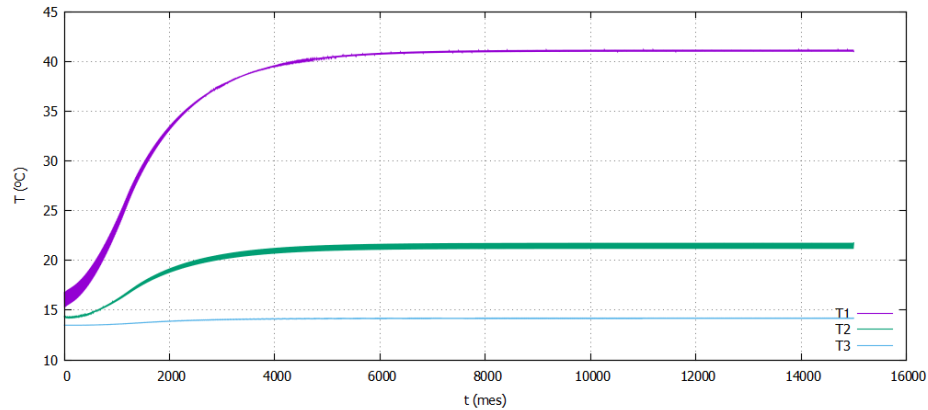


Figura 11: Evolució temporal de la temperatura. $SHF=0 W/m^2$ i $T_0=20,14^\circ C$ en 100 anys.

Els increments de temperatura obtinguts per a la capa superficial són poc realistes. Les projeccions climàtiques obtingudes a partir de models numèrics mostren

increments de temperatura de l'ordre de $3^{\circ}C$. Altra vegada, per tant, la simplicitat del model és massa gran. Algunes proves preliminars fetes amb un model de 6 caixes (dues conques) sí que mostren resultats realistes.

L'evaporació també és un factor que es veurà alterat. Els models climàtics mostren que amb una atmosfera més calenta i seca el flux EP que actualment té un valor de $0.053 Sv$ augmentaria de l'ordre d'un 30% (altra vegada segons l'escenari RCP8.5), passant a ser de $0.068 Sv$ en 100 anys:

$$EP(t) = EP_0 + \frac{0,016}{100}any \quad (71)$$

Per mantenir el volum de tota la mar constant recordem l'equació (1):

$$FG_1 - FG_2 - EP = 0 \quad (72)$$

A les equacions del nostre model, (32) fins a (57), no apareix el terme EP sinó els termes FG_1 i FG_2 . Podem suposar dues coses: si augmenta EP també augmenta FG_1 , però FG_2 és manté constant; o bé si augmenta EP disminueix FG_2 però FG_1 es manté constant.

$$FG_1(t) = FG_{1(0)} + \frac{0,016}{100}any \quad (73)$$

Començam amb el cas en que FG_2 es manté constant. El flux FG_1 entra a la conca amb una salinitat $S_0 = 36,38KgS/m^3$. Fent variar FG_1 i mantenint la salinitat S_0 constant, obtenim:

$$\begin{aligned} T_1 &= 17,88^{\circ}C & S_1 &= 42,85KgS/m^3 \\ T_2 &= 14,69^{\circ}C & S_2 &= 39,48KgS/m^3 \\ T_3 &= 13,53^{\circ}C & S_3 &= 38,76KgS/m^3 \end{aligned}$$

Els models també mostren com els pols es fondran degut a l'increment de temperatura de l'atmosfera. L'aigua dolça del gel passarà a l'oceà fent que la salinitat de l'aigua superficial disminueixi. Aquesta aigua abans de mesclar-se amb les capes més profundes pot ser transportada per corrents cap a la mar Mediterrània. Podem pensar doncs que la salinitat que entra a través del flux FG_1 per l'estret de Gibraltar des de l'oceà Atlàntic disminueixi $1KgS/m^3$ en 100 anys:

$$S_0(t) = 36,38 - \frac{1}{100}any \quad (74)$$

Mantenint FG_1 i FG_2 constants i disminuint la S_0 $1KgS/m^3$ obtenim:

$$\begin{aligned} T_1 &= 16,76^{\circ}C & S_1 &= 32,50KgS/m^3 \\ T_2 &= 14,37^{\circ}C & S_2 &= 37,72KgS/m^3 \\ T_3 &= 13,49^{\circ}C & S_3 &= 38,59KgS/m^3 \end{aligned}$$

Es veu així que una disminució de $1Kg/m^3$ en la salinitat té uns efectes majors que els d'augmentar el dèficit hídric. O, amb unes altres paraules, bastaria que la salinitat disminuís menys de $1Kg/m^3$ per compensar l'efecte de l'augment del dèficit hídric sobre la salinitat.

Fent variar FG_1 , mantenint FG_2 constant i disminuint la S_0 $1KgS/m^3$ obtenim:

$$\begin{aligned} T_1 &= 17,88^\circ C & S_1 &= 36,47KgS/m^3 \\ T_2 &= 14,69^\circ C & S_2 &= 38,40KgS/m^3 \\ T_3 &= 13,53^\circ C & S_3 &= 38,65KgS/m^3 \end{aligned}$$

En aquest cas per una part el dèficit hídric fa que la salinitat augmenti, i per altra l'entrada d'aigua més dolça fa que la salinitat disminueixi, arribant a una situació d'equilibri intermèdia.

Finalment variarem EP disminuint FG_2 enlloc de FG_1 , mantenint S_0 constant.

$$\begin{aligned} T_1 &= 17,74^\circ C & S_1 &= 43,20KgS/m^3 \\ T_2 &= 14,65^\circ C & S_2 &= 39,54KgS/m^3 \\ T_3 &= 13,52^\circ C & S_3 &= 38,76KgS/m^3 \end{aligned}$$

Si disminuïm FG_2 mantenint FG_1 constant per tal d'augmentar EP un 30% obtenim uns augments de salinitat molt paraescuts al cas en que augmentàvem FG_1 mantenint FG_2 constant.

Els resultats són coherents atès que si augmenta l'evaporació, l'aigua de la capa superficial respon amb un augment de salinitat, o bé si entra aigua més dolça per l'estret de Gibraltar a la capa superficial, aquesta disminueix la seva salinitat i el sistema arriba a un nou estat d'equilibri.

El problema el tenim en que un augment de l'evaporació del 30% o una disminució de la salinitat de l'Atlàntic de $2KgS/m^3$ fan que les variacions sobretot de S_0 no siguin realistes, arribant a l'equilibri amb valors com $43,2KgS/m^3$. El mateix passa per T_1 : quan SHF passa a $0W/m^2$ la T_1 arriba a l'estat d'equilibri amb un valor de $41,07^\circ C$. Tot això és degut al que ja s'ha comentat a l'apartat de sensitivitat: durant el transitori el sistema no funciona bé. Amb dues conques això no passaria.

Treball futur

Per tal de millorar l'evolució del sistema durant el transitori per les raons ja comentades a l'apartat de sensitivitat, seria convenient plantejar el model amb dues conques enlloc d'una, tal com es mostra a la Figura 13.

Un altre punt a millorar seria modelar millor els fluxos a través de Gibraltar. A la secció de Canvi Climàtic, una variació de EPR significava una variació de FG_1 o FG_2 degut a que $EPR = FG_1 - FG_2$. La qüestió és si varia només FG_1 , només FG_2 , o varien els dos. Una opció més acurada seria considerar que els dos fluxos tenen una part barotròpica (igual per als dos fluxos) i una part baroclina (igual però de signe contrari), *Soto-Navarro et al.* (2010) [3]:

$$FG_1 = FG_{1,barotròpic} + FG_{1,baroclínica} \quad (75)$$

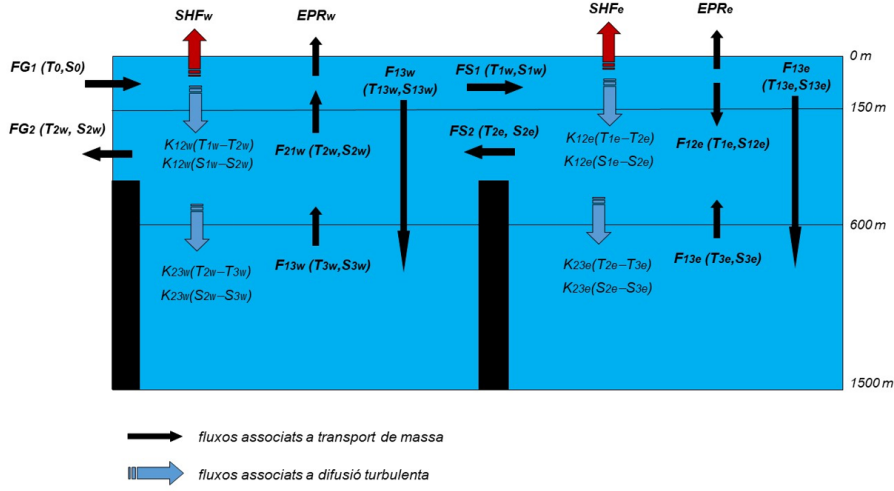


Figura 12: Model Millorat. En aquest model tenim dues conques enlloc de una, separades per l'estret de Sicília, amb una altura mitjana d'uns 400 m de profunditat. Apareixen dos nous fluxos en aquest estret: FS1 i FS2.

$$FG_2 = FG_{2,barotròpic} - FG_{2,baroclínic} \quad (76)$$

En aquest cas el conveni de signes és positiu si és d'entrada i negatiu si és de sortida, és a dir, FG_2 seria negatiu. Amb aquest conveni:

$$FG_{1,barotròpic} = FG_{2,barotròpic} = 0,5EPR \quad (77)$$

$$FG_{1,baroclínic} = +FG_{2,baroclínic} = C\sqrt{\rho_2 - \rho_1} \quad (78)$$

on ρ_1 i ρ_2 són les densitats de les capes 1 i 2 (que depenen de T_1 , S_1 i T_2 , S_2 respectivament). La constant C es pot deduir de les dades del model.

Seguint el conveni de signes emprat pel treball (fluxos sempre positius) quedaria:

$$FG_1 = 0,5EPR + C\sqrt{\rho_2 - \rho_1} \quad (79)$$

$$FG_2 = -0,5EPR + C\sqrt{\rho_2 - \rho_1} \quad (80)$$

de tal manera que $FG_1 - FG_2 = EPR$ sempre. Així si va variant EPR no s'ha d'anar pensant si varien els fluxos, queda tot perfectament establert.

Tot i que amb la configuració actual el model no ha acabat de donar resultats realistes, si ens ha permès aprendre com funciona la conca: els intercanvis de calor amb l'atmosfera, els intercanvis a través de Gibraltar i els intercanvis entre capes. Hem pogut tenir una idea també del temps de resposta de la conca a canvis externs. El que caldria ara és repetir el procediment amb la nova configuració.

Referències

- [1] Llasses, J., G. Jordà, D. Gomis, F. Adloff, D. Macías, A. Harzallah, T. Arsouze, N. Akthar, L. Li, A. Elizalde, G. Sannino, 2015. *Heat and salt redistribution within the Mediterranean Sea in the Med-CORDEX model ensemble*. Springer, DOI: 10.1007/s00382-016-3242-0.
- [2] Adloff, F., S. Somot, F. Sevault, G. Jordà, R. Aznar, M. Déqué, M. Herrmann, M. Marcos, C. Doubois, E. Padorno, E. Alvarez-Fanjul, D. Gomis, 2015. *Mediterranean Sea response to climate change in an ensemble of twenty first century scenarios*. Springer, DOI: 10.1007/s00382-015-2507-3.
- [3] Soto-Navarro, J., F. Criado-Aldeanueva, J. García-Lafuente, A. Sánchez-Román, 2010. *Estimation of the Atlantic inflow through the Strait of Gibraltar from climatological and in situ data*. Journal of Geophysical Research, Vol. 115, C10023, DOI: 10.1029/2010JC006302.