ESTADÍSTICA ESPAÑOLA
Vol. 39, Núm. 142, 1997, págs. 141 a 184

Comportamiento en muestra finita de los contrastes de integración estacional para datos mensuales

por
ANDREU SANSÓ ROSSELLÓ(1)
MANUEL ARTÍS ORTUÑO
JORDI SURIÑACH CARALT
Grupo de Investigación en Anàlisi Quantitativa Regional
Universitat de Barcelona

RESUMEN

En este trabajo se realiza un amplio experimento de simulación en el que se estudia el comportamiento en muestra finita de diversos contrastes paramétricos de integración estacional para datos mensuales. En el mismo se ponen de manifiesto las importantes distorsiones de los contrastes cuando aparecen esquemas MA_s en las perturbaciones o cuando no se considera adecuadamente la presencia de estacionalidad determinista. Además, se muestra que los contrastes analizados parecen ser robustos frente a estacionalidad de tipo periódico. En este caso, las distorsiones de los contrastes se concentran en la frecuencia cero aunque también se detectan pérdidas de potencia en las frecuencias estacionales relacionadas con la variación de los coeficientes autorregresivos periódicos. Finalmente, se señalan di-

(1) Los autores desean agradecer los comentarios de dos evaluadores anónimos que han ayudado a mejorar considerablemente el trabajo. Cualquier error que pudiera permanecer es entera responsabilidad nuestro.

versos aspectos en principio no esperados al diseñar el experimento que requieren mayor investigación.

Palabras clave: Estacionalidad, Contrastes de Raíces Unitarias, Contrastes de Estacionariedad, Monte Carlo.

Clasificación AMS: 60G10, 62E25, 62F03, 62F04

1. INTRODUCCIÓN

El estudio de la estacionariedad de las series temporales económicas, y en particular de si presentan raíces unitarias o no, se ha convertido en una etapa esencial en cualquier tipo de modelización en las que esten implicadas estas series. Además de las implicaciones para la realización de predicciones o para estudiar la persistencia de los *shocks* aleatorios, por poner unos ejemplos, la presencia de raíces unitarias condiciona el tipo de inferencias que puedan hacerse, en el sentido de que tanto las distribuciones de los estimadores y contrastes como el factor de normalización que debe aplicarse a los diferentes estadísticos, dependen de si dichas raíces están presentes o no. En este sentido, un mismo estadístico puede tener una distribución asintótica degenerada en ausencia de no estacionariedades, mientras diverge cuando hay una raíz unitaria.

En la última década se ha extendido el instrumental para analizar la presencia de raíces unitarias estacionales, esto es, aquellas diferentes de la raíz 1 (correspondiente a la frecuencia no estacional cero) asociadas al operador diferencia estacional ($1-L^s$), donde *s* es el número de observaciones por año (véase, por ejemplo, Franses (1991), Hylleberg *et al.* (1990) -HEGY-, Canova y Hansen (1995) o Joyeux (1992), por citar algunos). Además de las implicaciones anteriormente mencionadas referentes a la presencia de raíces unitarias, las de carácter estacional tienen una especial relevancia a la hora de desestacionalizar series económicas. En este sentido, la aplicación del filtro ($1-L^s$) -u otras variantes del mismo-, a series que no presentan todas las raíces unitarias estacionales da lugar a una sobrediferenciación en una(s) frecuencia(s) estacional(es). Ello implica la no invertibilidad de la serie transformada e introduce una gran complicación en cualquier intento de modelización (véase a este respecto, Maravall, 1996).

A pesar de la proliferación de instrumentos de análisis y a la cada vez mayor utilización de los contrastes de integración estacional, el comportamiento en muestra finita de dichos procedimientos para datos mensuales, hasta la fecha, ha sido muy poco estudiado.(2) Por el conocimiento que tenemos, únicamente Franses (1991), Martín (1993) y Martín y Cano (1995) realizan experimentos de simulación de contrastes de integración mensuales. Franses (1991) lleva a cabo un experimento de simulación para la extensión del contraste de HEGY que él propone, y que se esboza más adelante. Este experimento de simulación es muy limitado tanto por lo referente a los estadísticos que analiza como por los Procesos Generadores de Datos -PGD- considerados(3). Por su lado, los trabajos de Martín (1993) y Martín y Cano (1995) comparan el efecto de la implementación directa versus la de Ilmakunnas (1990) sobre los contrastes de Franses (1991) y Beaulieu y Miron (1993)(4).

Por tanto, la laguna existente en este campo nos ha llevado ha realizar un amplio experimento de simulación, tanto por el número de PGD considerados como de contrastes y variantes de los mismos analizados, donde se compruebe el comportamiento en muestra finita de los diferentes contrastes de integración estacional. El artículo se estructura de la siguiente forma: en la sección 2 se presentan someramente los estadísticos y procedimientos de contraste analizados; en la sección 3 se muestra el diseño del experimento de simulación y en la cuarta se discuten los principales resultados. Dada la amplitud del estudio que se ha llevado a cabo y por razones de espacio y concisión, sólo se van a presentar una parte de los resultados. Todos los demás resultados que no se presentan pueden ser solicitados a los autores. Finalmente, se cierra el trabajo con una serie de conclusiones.

2. CONTRASTES DE INTEGRACIÓN ESTACIONALES

En esta sección se muestran, esquemáticamente, los diferentes contrastes de integración estacional para datos mensuales analizados en el presente trabajo. Se han considerado tanto contrastes que imponen la hipótesis nula de raíz unitaria, como aquéllos que establecen la de estacionariedad. En concreto, respecto al primer tipo de contrastes, que se presentan en el apartado 2.1, hemos considerado los propuestos por Franses (1991), mientras que entre los segundos, considerados

---

(2) Para datos trimestrales se pueden consultar los trabajos de Canova y Hansen (1995), Ghysels *et al.* (1994), Hylleberg (1995) y Franses (1994).

(3) Considera los estadísticos $t_{\pi 1}$, $t_{\pi 2}$ y $F_{\pi 3, \ldots, \pi 12}$ (véase sección 2.1 para una definición de los mismos) y los PGD: $x_t = 0.9 x_{t-12} + \varepsilon_t$; $x_t = 0.5 x_{t-12} + \varepsilon_t$ y otro con estacionalidad determinista, donde $\varepsilon_t \sim iid N(0,1)$. El número de réplicas es de 1000 y los tamaños muestrales considerados son $T = \{120, 240\}$.

(4) Para más detalles véase el final de la sección 2.1.

en el apartado 2.2, nos hemos centrado en los diseñados por Canova y Hansen (1995). Ambos tipos de procedimientos ofrecen tanto estadísticos de prueba para contrastar la integración en frecuencias individuales, como de forma conjunta analizando diversas frecuencias a la vez. Por este motivo, se han dejado de lado contrastes que únicamente consideran globalmente todas las frecuencias (i.e. el contraste de sobrediferenciación de Franses, 1991, y el contraste de Dickey, Hasza y Fuller, 1984)(5). Por otro lado, en Sansó *et al.* (1997) se muestra el pobre comportamiento de los contrastes no paramétricos de integración de Phillips y Ouliaris (1988) y Joyeux (1992), por lo que no se han considerado aquí. Por tanto, los resultados que se mostrarán sólo hacen referencia a contrastes paramétricos.

2.1. Contraste de Franses de integración en datos mensuales

Franses (1991) generaliza al caso mensual el procedimiento de HEGY para contrastar raíces unitarias estacionales en series temporales trimestrales. Asimismo, Beaulieu y Miron (1993) diseñan un contraste similar, que sólo difiere del de Franses en la definición de las variables auxiliares utilizadas(6). Estos procedimientos pueden considerarse una extensión del contraste de Dickey-Fuller -DF de ahora en adelante- a frecuencias diferentes de la cero. El contraste de la hipótesis nula de integración en cada frecuencia estacional y en la cero se realiza a partir de comprobar la significación de los parámetros π_j (j=1,...,12) en:

$$\begin{gathered}\Delta_{12}x_t = \mu_t + \pi_1 x_{1,t-1} + \pi_2 x_{2,t-1} + \\ \sum_{k=3}^{7} \pi_{2k-3} x_{k,t-1} + \sum_{k=3}^{7} \pi_{2k-2} x_{k,t-2} + \\ \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \Delta_{12} x_{t-j} + \varepsilon_t\end{gathered} \qquad [1]$$

donde x_t es la variable que se analiza, $\Delta_{12}=(1-L^{12})$ es el operador diferencia estacional (mensual), L el operador retardo, μ_t recoge los regresores deterministas, tales como una constante, una tendencia y/o variables ficticias estacionales, y los retardos de la variable dependiente incluidos a la izquierda de la expresión tienen como función

(5) No obstante, aunque no se presenten aquí por motivos de espacio, los autores también han calculado el contraste de sobrediferenciación de Franses (1991) en los diferentes experimentos de simulación.

(6) Parte de los experimentos de simulación también se han realizado para este último procedimiento, no encontrándose nunca grandes diferencias con respecto al de Franses. También se ha aplicado una modificación del procedimiento de Ahtola y Tiao (1987) en la línea de Chan y Wei (1988), obteniendo resultados similares, en los casos en que se pueden comparar los diversos contrastes, a los del contraste de Franses.

evitar que ε_t esté autocorrelacionado. El conjunto de variables auxiliares del contraste $x_{k,t}$ no son más que transformaciones de x_t mediante filtros lineales adecuados que eliminan todas las frecuencias de interés excepto una en cada caso. Los filtros utilizados en este contraste se pueden consultar, por ejemplo, en Franses (1991) o en Suriñach *et al.* (1995). El cuadro 1 sintetiza las frecuencias y los tipos de contraste de significación individual de cada coeficiente π_j (j=1,2,...,12) de la expresión [1]. De dicho cuadro cabe destacar dos hechos. En primer lugar, los contrastes en las frecuencias 0 y π, al estar asociados tan sólo a una variable auxiliar, se pueden llevar a cabo a partir del t-ratio asociado a dicha variable. En segundo lugar, el resto de frecuencias, que puede demostrarse que estan asociadas a raíces complejas conjugadas, tienen asociadas dos variables auxliares de contraste. De estas variables, la asociada al retardo 1 está relacionada con la localización de la raíz, mientras que la asociada al retardo 2 determina el módulo de la misma (i.e. si es unitaria o no). Este es el motivo del tipo de contraste que se muestra en la tercera columna del cuadro. La forma habitual de contraste en estas frecuencias, en lugar de ser un procedimiento condicionado como el que se muestra en el cuadro, se suele realizar a partir de un contraste tipo F de significación de cada par de variables auxiliares. En este trabajo se ha optado por esta última opción. Asimismo, pueden llevarse a cabo contrastes conjuntos tipo F de presencia de todas las raíces unitarias asociadas a frecuencias estacionales, que denominaremos $F_{2...12}$, y que consiste en contrastar la significación de los parámetros π_2 a π_{12}, y contrastes de la integración en todas las frecuencias, $F_{1...12}$, a partir de la significación conjunta de π_1 a π_{12}.

Cuadro 1

CONTRASTES UNIVARIANTES DE FRANSES (1991)

Frec.	*Variable*	*Tipo de contraste*
0	$x_{1,t-1}$	$H_o:\pi_1=0$; $H_a:\pi_1<0$
π	$x_{2,t-1}$	$H_o:\pi_2=0$; $H_a:\pi_2<0$
$\pi/2$	$x_{3,t-1}$	$H_o:\pi_3=0$; $H_a:\pi_3\neq0$
	$x_{3,t-2}$	$H_o:\pi_4=0$; $H_a:\pi_4<0$*
$5\pi/6$	$x_{4,t-1}$	$H_o:\pi_5=0$; $H_a:\pi_5\neq0$
	$x_{4,t-2}$	$H_o:\pi_6=0$; $H_a:\pi_8<0$*
$\pi/6$	$x_{5,t-1}$	$H_o:\pi_7=0$; $H_a:\pi_7\neq0$
	$x_{5,t-2}$	$H_o:\pi_8=0$; $H_a:\pi_8<0$*
$2\pi/3$	$x_{6,t-1}$	$H_o:\pi_9=0$; $H_a:\pi_9\neq0$
	$x_{6,t-2}$	$H_o:\pi_{10}=0$; $H_a:\pi_{10}<0$*
$\pi/3$	$x_{7,t-1}$	$H_o:\pi_{11}=0$; $H_a:\pi_{11}\neq0$
	$x_{7,t-2}$	$H_o:\pi_{12}=0$; $H_a:\pi_{12}<0$*

* Contraste de integración condicionado a que el parámetro asociado a la otra variable auxiliar correspondiente a la misma frecuencia estacional es nulo.

Respecto a las distribuciones asintóticas de los contrastes, al imponerse la hipótesis nula de no estacionariedad, éstas son diferentes a las usadas en los procedimientos inferenciales habituales, siendo en general función de procesos de Wiener. Además, la inclusión de elementos deterministas modifica dichas distribuciones asintóticas. En este sentido, la inclusión de una constante o una tendencia determinista afecta a la distribución del contraste en la frecuencia cero, mientras que la presencia de variables ficticias estacionales repercute en la distribución de los estadísticos de prueba asociados a frecuencias estacionales. Por tanto, deben de usarse valores críticos apropiados para cada tipo de contraste dependiendo de los términos deterministas incluidos en la regresión auxiliar. Los valores críticos para cada caso pueden consultarse en Franses (1991) y Franses y Hobijn (1997). En los experimentos de simulación llevados a cabo se ha contrastado la presencia de raíces unitarias bajo tres especificaciones de [1]: 1) sin términos deterministas; 2) con una constante y 3) incluyendo variables ficticias estacionales.

Por otro lado, la distribución asintótica también se ve afectada cuando ε_t está autocorrelacionado, introduciéndose una importante distorsión en el tamaño del contraste. Por este motivo, el orden p en la expresión [1] debe elegirse adecuadamente a fin de evitar dicha autocorrelación. La distribución asintótica del t-ratio de los parámetros γ_j es N(0,1) tanto bajo la hipótesis nula como la alternativa. Se han propuesto diversos métodos para determinar los retardos de $\Delta_{12}x_t$ que se han de incluir en la regresión para evitar la autocorrelación de ε_t, pudiéndose clasificar éstos en dos tipos: la implementación conocida como de Ilmakunnas y la directa. A grandes rasgos, la primera consiste en filtrar la variable que se analiza por su componente autorregresiva estimada bajo la hipótesis nula (i.e. imponiendo $\pi_i=0$ para todo i en [1] y considerando adecuadamente los términos deterministas), como paso previo a la construcción de las variables auxiliares para efectuar los contrastes de integración en las diferentes frecuencias. La implementación directa no considera este prefiltrado por la componente autorregresiva y se basa en escoger adecuadamente los retardos incluidos en [1]. Los resultados de Martín (1993) y Martín y Cano (1995) son favorables a la implementación directa, por lo que aquí se ha seguido este procedimiento. No obstante, a su vez, a la hora de llevar a cabo el contraste con la implementación directa existen diversas posibilidades. Entre éstas pueden citarse, una vez escogido un orden máximo, p= p_{max}, de partida: 1) contrastar la significación de $\gamma_{p\text{-}max}$ y, en caso de no serlo, reestimar la ecuación imponiendo $p=p_{max}-1$; repetir el proceso hasta conseguir el primer rechazo de la no significación del último retardo. 2) estimar [1] y eliminar los retardos no significativos; y 3) estimar [1] bajo la hipótesis nula y contrastar qué retardos de $\Delta_{12}x_t$ son significativos; éstos serán los incluidos finalmente en la regresión de contraste utilizada. De las tres posibilidades la primera se enfrenta al problema de que, para datos estacionales, el número de retardos incluidos puede ser muy elevado, incumpliéndose el principio de parsimonia, dando lugar a una pérdida de muchos grados de libertad y disminuyendo la potencia del contraste (véase Ghysels *et al.*, 1993). Respecto a una elección entre las otras dos opciones, Taylor (1997) recomienda seguir la tercera propuesta dado su mejor comportamiento, sugerencia que hemos seguido en este trabajo.

Por otro lado, el nivel de significación elegido a la hora de incluir dichos retardos suele variar respecto al utilizado en el contraste propiamente dicho. En este sentido, por ejemplo, Beaulieu y Miron (1993) usan un nivel de significación del 15%, mientras que Taylor (1997) se basa en el 10% en su aplicación práctica. Ello suele argumentarse como un compromiso entre parsimonia y una corrección excesiva de la autocorrelación que afectaría a la potencia del contraste. En este trabajo se ha optado por fijar un valor p_{max}=24 y los niveles de significación del 10% y del 20% para elegir los retardos (seleccionados bajo la H_0) que se incluirán en [1]. El valor p_{max} elegido es habitual en las aplicaciones empíricas (véase, por ejemplo, Taylor 1997). Asimismo, los autores también han realizado los experimentos imponiendo p=0, es decir, sin ningún tipo de corrección.

2.2. Procedimiento de Canova y Hansen (1995)

Estos contrastes, a diferencia de los anteriores, imponen la hipótesis nula de estacionariedad (estabilidad del patrón estacional) y la alternativa de integración (inestabilidad del patrón estacional). El procedimiento puede considerarse una extensión a las frecuencias estacionales del propuesto por Kwiatkowsky *et al.* (1992) para la frecuencia 0 y conocido habitualmente como KPSS. La regresión auxiliar para realizar el contraste viene dada por:

$$x_t = \mu + Z_t'\beta + f_t'\gamma + u_t \qquad [2]$$

donde Z_t es un vector (kx1) de variables explicativas (normalmente un retardo de la variable x_t), u_t es estacionario,y $\theta_j=j2\pi/s$ (j=1,2,...,s/2) son las frecuencias estacionales. De este modo, f_t equivale a un conjunto de variables ficticias estacionales, siendo su representación en el dominio frecuencial. Tanto Canova y Hansen como Hylleberg (1995) recomiendan la inclusión de un retardo de la variable dependiente en la regresión ($Z_t=x_{t-1}$) dado que si x_t presentase una raíz unitaria en la frecuencia 0 se violarían las condiciones de regularidad impuestas en el diseño del contraste y se distorsionaría el comportamiento de éste. En los experimentos hemos seguido este consejo, puesto que creemos que es el que seguirá un investigador a la hora de aplicar del contraste.

El contraste de integración en todas las frecuencias estacionales se calcula a partir del estadístico:

$$L_f = \frac{1}{T^2}\sum_{t=1}^{T}\hat{F}_t'\left(\hat{\Omega}^f\right)^{-1}\hat{F}_t = \frac{1}{T^2}\operatorname{tra}\left(\left(\hat{\Omega}^f\right)^{-1}\sum_{t=1}^{T}\hat{F}_t\hat{F}_t'\right)$$

donde $\hat{F}_t = \sum_{i=1}^{T} f_i\hat{u}_i$, $\hat{u}_i$ son los residuos MCO de la estimación de [2] y

$$\hat{\Omega}^f = \sum_{k=-m}^{m} W(k,m)\frac{1}{T}\sum_{t}^{T-k} f_{t+k}f_t'\hat{u}_{t+k}\hat{u}_t$$

es una estimación consistente de la matriz de varianzas y covarianzas de las perturbaciones, W(·,·) es una ventana de alisado, tal como por ejemplo la de Barlett o la de Parzen. En los experimentos de simulación, y como es habitual en las aplicaciones empíricas, hemos elegido la primera de las ventanas, la cual siempre proporciona una estimación de la matriz de varianzas y covarianzas que es semi-definida positiva (véase Newey y West, 1987). Tanto Canova y Hansen (1995) como Hylleberg (1995) muestran la poca influencia del tamaño de la ventana, m, en el comportamiento del contraste. En las simulaciones se ha considerando dos valores m={5, 13}, dando lugar a resultados similares.

El estadístico de prueba para el contraste de integración en una frecuencia estacional concreta viene dado por la forma cuadrática:

$$L_{\theta j} = \frac{1}{T^2}\sum_{t=1}^{T}\hat{F}_{jt}'\left(\hat{\Omega}_{jj}^f\right)^{-1}\hat{F}_{jt}$$

donde $\hat{F}_{jt} = \sum_{i=1}^{t} f_{ji}\hat{u}_i$, $f_{jt}' = \left(\cos(\theta_j t), \sin(\theta_j t)\right)$, $f_{s/2,t} = \cos(\pi t) = (-1)^t$, y

$$\hat{\Omega}_{jj}^f = \begin{pmatrix} \omega_{2j-1,2j-1}^f & \omega_{2j-1,2j}^f \\ \omega_{2j,2j-1}^f & \omega_{2j,2j}^f \end{pmatrix}$$

j<s/2, donde ω_{hl}^f es el elemento característico de $\hat{\Omega}_t$.

Adicionalmente a los anteriores contrastes, Canova y Hansen también proponen contrastes de intestabilidad del patrón estacional o del de alguna estación. El primero viene dado por

$$L_j = \frac{1}{T^2}\sum_{t=1}^{T}\hat{D}_t'\hat{\Omega}^{-1}\hat{D}_t = \frac{1}{T^2}\operatorname{tra}\left(\hat{\Omega}^{-1}\sum_{t=1}^{T}\hat{D}_t\hat{D}_t'\right)$$

donde $D_t = \sum_{i=1}^{t} d_i\hat{u}_i$, d_i es un vector de variables ficticias estacionales y

$$\hat{\Omega} = \sum_{k=-m}^{m} W(k,m)\frac{1}{T}\sum_{t}^{T-k} d_{t+k}d_t'\hat{u}_{t+k}\hat{u}_t$$

Finalmente, el contraste de inestabilidad en una estación se realiza a partir del estadístico

$$L_q = \frac{1}{T^2\hat{\omega}_{qq}}\sum_{t=1}^{T}\hat{D}_{qt}^2 \qquad q = 1,\ldots,s$$

Todos los estadísticos de prueba tienen como distribución asintótica la Von Misses generalizada, con diferentes grados de libertad según el tipo de contraste. Los valores críticos (asintóticos) de todos los contrastes se encuentran en Canova y Hansen (1995). Los contrastes se realizan en la cola superior de la distribución.

3. DISEÑO DEL EXPERIMENTO DE SIMULACIÓN

Hemos propuesto cuatro especificaciones del PGD. Además, para cada PGD se han considerado diferentes valores de los parámetros y dos tamaños muestrales: T={120, 240}. Dado un tamaño muestral, para cada especificación paramétrica del PGD, se han generado 1000 réplicas; se han calculado los diferentes estadísticos de prueba anteriomente señalados, y se ha calculado el porcentaje de rechazos de la hipótesis nula del contraste, utilizando un nivel de significación del 5%.

Dado el diseño del experimento, la precisión de las estimaciones de la potencia o tamaño de los contrates puede calcularse, aplicando el Teorema del Limite Central, a partir del intérvalo de confianza dado por:

$$P\left(\left|p - \hat{p}\right| > z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)n^{-1}}\right) = \alpha$$

donde n es el número de réplicas, en este caso 1000, α es el nivel de significación, $z_{\alpha/2}$ es el valor de la distribución normal estándar que acumula una probabilidad $\alpha/2$, p es el porcentaje teórico de rechazos de la hipótesis nula mientras que $\hat{p}$ es dicha proporción estimada en el experimento. Así, por ejemplo, si $\hat{p}$=0.5, el error (absoluto) máximo a un nivel de confianza del 95% es 0.03, cuando $\hat{p}$=0.05 es de 0.014, mientras que para $\hat{p}$=0.01 es de 0.006.

Los PGD considerados son los siguientes:

1) Un proceso ARMA$(1,1)_{12}$ posiblemente integrado:

$$(1 - \Phi_{12} L^{12})\, x_t = (1 - \Theta_{12} L^{12})\, \varepsilon_t \qquad [3]$$

con Φ_{12}={0,0.5,0.9,1}; Θ_{12}={0,0.5,0.75,0.9} y ε_t~iidN(0,1). Este modelo tiene anidado el proceso de ruido blanco ($\Phi_{12}=\Theta_{12}=0$), un caso particular del modelo de líneas aéreas (cuando $\phi_1=\theta_1=0$) y el paseo aleatorio estacional ($\Phi_{12}=1$ y $\Theta_{12}=0$);

2) Un proceso con estacionalidad determinista además de posible estacionalidad estocástica estacionaria (EEE):

$$(1 - \phi_1 L)(1 - \Phi_{12} L^{12})\, x_t = \sum_{q=1}^{12} \delta_q D_{qt} + \varepsilon_t \qquad [4]$$

con ϕ_1={0,0.5,1}; Φ_{12}={0,0.5} y ε_t~iidN(0,1). De esta forma, contiene como casos particulares diversos procesos estacionarios con estacionalidad determinista y el paseo aleatorio (regular) con estacionalidad determinista. En lo referente al valor de los coeficientes de la estacionalidad determinista, se han considerado dos vectores de coeficientes:(7)

$$\delta_A=(1, -1, 2, 3, -1, 2, 0, -2, -3, 2, -1, -2)'$$

$$\delta_B=(-0.05, -0.1, 0.5, -0.4, 0.35, -0.25, -0.3, -3.9, 4, 0.5, 0, -0.3)'$$

3) Un proceso integrado únicamente en alguna frecuencia estacional (asociada a raíces complejas conjugadas):

$$\left(1 - 2\cos\theta_j L + L^2\right)x_t = \left(1 - \Theta_{12} L^{12}\right)\varepsilon_t \qquad [5]$$

donde $\theta_j=\pi j/6$ (j=1,...5) es una frecuencia estacional asociada a raíces complejas, Θ_{12}={0,0.5,0.75,0.9} y ε_t~iidN(0,1);

(7) El vector δ_B es el que resulta de ajustar el modelo con estacionalidad determinista a la tasa de crecimiento mensual del Índice de Producción Industrial de España y normalizar para que la varianza residual sea unitaria (ver tabla 6.3 de Miron (1994) o tabla 3 de Beaulieu y Miron (1992)).

4) Un proceso autorregresivo periódico -PAR- (véase Franses, 1996):

$$x_t = \delta_q + \phi_q x_{t-1} + \varepsilon_t \quad [6]$$

con ε_t~iidN(0,1). En cuanto a la componente determinista se han considerado tres casos: δ_q=0, para todo q, y los mismos vectores δ_A y δ_B del segundo PGD. Por lo que se refiere a los parámetros autorregresivos se han propuesto las siguientes especificaciones (en forma vectorial):(8)

$$\phi_A=(1.04, 1.03, 0.96, 0.85, 1.11, 1.05, 1.18, 0.73, 0.91, 0.94, 1.05, 0.65)'$$

$$\phi_B=(1.05, 1.1, 0.9, 1, 0.85, 1.1, 0.95, 1.2, 1.05, 0.97, 1.1, 0.8)'$$

El producto de los coeficientes autorregresivos del PGD bajo ϕ_A es 0.51, mientras que bajo ϕ_B es 1. Por tanto, el PGD bajo ϕ_A no está periódicamente integrado, mientras que sí lo está bajo ϕ_B (véase Franses, 1996 para más detalles al respecto). De esta forma, se consideran diferentes tipos de estacionalidad periódica (ver también cuadro 2).

Las razones que nos han llevado a elegir los anteriormente mencionados PGD se deben fundamentalmente a su relevancia a la hora de modelizar de forma univariante series temporales económicas con estacionalidad. En este sentido, el primer PGD considera especificaciones habituales, aunque sencillas, en el contexto de la metodología Box-Jenkins, todavía ampliamente utilizada entre analistas de series temporales. Además, puede considerarse una generalización al caso estacional de los experimentos de simulación para estudiar el comportamiento de los contrastes de integración en la frecuenica cero llevados a cabo por, entre otros, Schwert (1987 y 1989). Asimismo, parametrizaciones de este mismo PGD han sido consideradas por Franses (1991) y Martín y Cano (1995) en experimentos de simulación donde se analiza el comportamiento de contrastes de integración estacional.

Por lo que se refiere al segundo PGD, según Miron (1994) y Beaulieu y Miron (1992) un modelo de este tipo, es decir, con una raíz unitaria en la frecuencia cero y estacionalidad determinista, es una buena aproximación al comportamiento de muchas macrovariables de bastantes países. Además, la EEE, también considerada en dicho PGD, es vista como parte de la componente estocástica, considerándose sin relativa importancia dada la volatilidad del patrón estacional que induce.

---

(8) El primer conjunto de valores es el resultado de ajustar la especificación (6) -con retardos de $(1-L^{12})x_t$ a fin de corregir la autocorrelación residual- al logaritmo del Índice de Producción Industrial de España.

Una crítica a esta visión se puede encontrar en Hylleberg *et al.* (1993) y Canova y Hansen (1995).

En cuanto al tercer PGD, éste tiene como objetivo estudiar el comportamiento de los contrastes cuando, a diferencia del primero con la parametrización $\Phi_{12}=1$, sólo hay un par de raíces (complejas) estacionales. Este caso puede ser relevante en las aplicaciones empíricas dado que los contrastes de raíces unitarias estacionales con datos mensuales suelen mostrar evidencia de presencia de solamente algunas de dichas raíces y, por tanto, en muchas series económicas la aplicación del filtro $(1\text{-}L^{12})$ implica una sobrediferenciación en algunas frecuencias (véase a modo de ilustración, Beaulieu y Miron (1993) y Hylleberg *et al.* (1993)).

Finalmente, con el cuarto PGD se pretende estudiar los efectos que la estacionalidad periódica tiene sobre los contrates de integración estacional, los cuales suponen constancia estructural. Los modelos periódicos se han popularizado recientemente como forma alternativa de modelizar la estacionalidad de las series temporales macroeconómicas, si bien, según nuestro conocimiento, todavía no se han aplicado a datos mensuales(9). En todo caso, dado que hay cierta evidencia de periodicidad en series temporales trimestrales (véase por ejemplo, Franses, 1996), nos ha parecido oportuno evaluar los efectos de dicho tipo de estacionalidad en los contrastes de integración estacional.

Por lo que se refiere a los dos tipos de estacionalidad determinista considerados en los PGD [4] y [6], en el cuadro 2 se muestra el periodograma de la secuencia de coeficientes, es decir, las frecuencias donde se concentra la variabilidad de los coeficientes de la estacionalidad determinista. En el cuadro se observa que δ_A concentra mayoritariamente su varianza en las frecuencias $\pi/6$ y $2\pi/3$, mientras que δ_B lo hace sobre todo en las frecuencias altas. Puede observarse que los dos casos de estacionalidad determinista son diferentes en cuanto al tipo de fluctuación estacional. Asimismo, en el cuadro también se muestra donde se concentra la variabilidad de los coeficientes de la estacionalidad periódica, comprobándose en los dos casos la mayor importancia de la frecuencia 0.

(9) En los modelos periódicos se suele considerar cada estación como una serie temporal diferente mientras que la variable objeto de análisis se contempla como un proceso vectorial de dimensión *s*, el orden de estacionalidad, formado por las series de cada estación. Para datos mensuales ello implica analizar un vector, normalmente un VAR, de 12 componentes. Esta alta dimensionalidad del problema tal vez sea el motivo de la nula aplicación de esta metodología a datos mensuales.

Cuadro 2

PERIODOGRAMA DE LOS COEFICIENTES DE LA ESTACIONALIDAD DETERMINISTA Y PERIÓDICA

Frec.	δ_A	δ_B	ϕ_A	ϕ_B
0	0.0000	0.0001	0.9180	1.0117
$\pi/6$	0.8628	0.0760	0.0025	0.0012
$\pi/3$	0.2639	0.3685	0.0008	0.0021
$\pi/2$	0.4444	0.5588	0.0089	0.0004
$2\pi/3$	1.2917	0.5903	0.0026	0.0018
$5\pi/6$	0.5261	0.5476	0.0004	0.0066
π	0.1111	0.5451	0.0070	0.0005

El número total de PGDs considerados, es decir, de especificaciones paramétricas, es de 52(10). Para cada experimento se ha calculado el tanto por uno de rechazos de la hipótesis nula de cada contraste. Dado el elevado número de experimentos de simulación y de estadísticos de contraste sólo se presentan los resultados más relevantes, que se comentan en la siguiente sección. La colección completa de resultados puede ser solicitada a los autores.

4. ANÁLISIS DE LOS PRINCIPALES RESULTADOS

En esta sección se señalan los rasgos más destacados del comportamiento de los contrastes de integración estacional anteriomente presentados cuando el PGD viene dado por alguno de los definidos en la sección anterior. Los cuadros que se van a comentar, y que recogen los rechazos de las respectivas hipótesis nulas al 5% de significación, se han agrupado en el apéndice. A fin de realizar una exposición más clara de los resultados, se va a comentar el comportamiento de cada procedimiento de contraste por separado. El apartado 4.1 se centra en el procedimiento de Franses, mientras que el 4.2 lo hace en el de Canova y Hansen.

4.1. Contraste de Franses

Los cuadros 3 a 12 recogen las frecuencias relativas de rechazo de la hipótesis nula de integración de los estadísticos de contraste propuestos por Franses. En la primera fila de cada casilla se muestra el porcentaje de rechazo para la regresión

(10) 14 para el primer PGD, 12 para el segundo, 20 para el tercero y 6 para el cuarto.

sin términos deterministas, en la segunda fila los correspondientes a la regresión con constante, y en la tercera, la que resulta de incluir variables estacionales. La primera columna muestra el estadístico de prueba y la primera fila el valor de los parámetros que definen cada PGD. Los resultados que se presentan son aquéllos obtenidos a partir de estimar en una primera etapa la ecuación [1] bajo la hipótesis nula y con p=24, contrastando que retardos son significativos e incluyendo éstos, en una segunda etapa, en la ecuación de contraste [1]. El nivel de significación a la hora de decidir que retardos se incluyen ha sido del 10%, aunque similares resultados se han obtenido con el 20%. Cabe decir que estos últimos resultados no son cualitativamente muy diferentes a los del 10% (para frecuencias de rechazo de la hipótesis nula muy bajas o muy altas suelen diferir en ±0.01, mientras que para frecuencias en torno a 0.5 la diferencia normalmente es inferior a ±0.1). Asimismo, también se han realizado los experimentos imponiendo p=0, que se mostrarán en los casos en que se ha creído oportuno.

Por lo que se refiere al primer PGD, dado por la ecuación [3], los resultados se recogen en los cuadros 3 (para T=120), y 4 (T=240). Las columnas 2 a 4 de las tablas muestran la potencia de los contrastes, mientras que la última (con $\Phi_{12}=1$) recoge el tamaño de los mismos. Todos los contrastes relacionados con frecuencias asociadas a raíces complejas (i.e. $\pi/6$, $\pi/3$, $\pi/2$, $2\pi/3$ y $5\pi/6$) muestran tantos por uno de rechazo muy similares, por lo que sólo se presentan los referentes a la frecuencia $\pi/3$.

Un primer resultado a destacar es que para muestras pequeñas la potencia del procedimiento es baja para el caso AR_{12} puro, aunque ésta aumenta con el tamaño muestral, pudiéndose considerar aceptable para T=240, excepto cuando $\Phi_{12}=0.9$, en que parece que los contrastes no son capaces de discrimimar entre un proceso integrado y uno estacionario. No obstante, este resultado suele ser habitual en los contrastes basados en el DF. Otro resultado destacable es que los contrastes conjuntos de integración ($F_{2...12}$ y $F_{1...12}$) muestran una mayor potencia que los centrados en frecuencias individuales cuando no se incluyen términos deterministas en los contrastes, mientras que se da la situación contraria si se incorporan éstos. La inclusión de términos deterministas produce un resultado ambiguo sobre el comportamiento de los contrastes. Por un lado reduce la potencia en el caso de un AR_{12} puro, pero por otro tiende a favorecerla en presencia de esquemas MA_{12}.

En cuanto al tamaño de los contrastes, éste se puede considerar como correcto excepto cuando el parámetro media movil estacional toma un valor muy elevado (i.e. 0.9). La explicación de este hecho se debe a la casi-cancelación de los factores a ambos lados de [3], resultando un proceso con un comportamiento parecido al del ruido blanco. De nuevo, este tipo de resultados es común en la familia de contrastes basados en el DF. Cabe destacar que la distorsión empeora con el tamaño muestral. Una posible explicación de este hecho es que se ha mantenido fijo p_{max} en los experimentos, no permitiéndole adaptarse al tamaño muestral, e introduciéndose un sesgo en el contraste, ya que la representación autorregresiva de [3] -i.e. invertir la media móvil- ha sido cortada demasiado pronto(11).

Los resultados, no mostrados aquí, de la especificación con p=0 muestran en general una mejor potencia, pero las distorsiones de los contrastes son elevadísimas (no rechaza prácticamente nunca cuando el parámetro media móvil es 0.9 e incluso para un valor de 0.5 el tamaño empírico se mueve entre el 0.2 y el 0.5 para los contrastes individuales, mientras que con la corrección paramétrica es más o menos adecuado). En síntesis, y para este PGD, el *trade-off* existente en los contrastes en la línea del DF entre una corrección paramétrica que amortigua las distorsiones que introducen las estructuras media móvil, y la mayor potencia que se obtiene sin dichas correcciones, sigue presente.

En cuanto al segundo PGD, el que muestra estacionalidad determinista -expresión [4]- y que cae bajo la hipótesis alternativa (excepto para la frecuencia 0 cuando $\phi_1=1$), los resultados de la potencia empírica se muestran en los cuadros 5 (para T=120), y 6 (T=240), para el caso en que el conjunto de parámetros de la estacionalidad determinista viene dado por δ_A. Un primer resultado destacable es el muy pobre comportamiento de los contrastes cuando no se incluyen variables ficticias estacionales en la regresión, no rechazando casi nunca la hipótesis nula (excepto en el caso que p=0 y haya una raíz unitaria en la frecuencia cero, que muestra una potencia cercana a 1 en todos los casos) y llegándose, por tanto, a resultados incorrectos. Por este mismo motivo no se muestran estos resultados aquí y sólo se presentan aquéllos referentes a la regresión con variables ficticias. No obstante, sí que se da una cierta discrepancia entre los resultados de la regresión con corrección paramétrica y aquélla que impone p=0. Ello se comprueba al comparar los valores de cada casilla de los cuadros 5 y 6, donde el primer valor hace referencia a p=0 y el segundo a p=24 eliminado los no significativos al 10% bajo la hipótesis nula.

Resultados casi idénticos se han obtenido para δ_B con corrección paramétrica del contraste, por lo que no se muestran aquí. No obstante, este tipo de efecto está presente cuando no se lleva a cabo dicha corrección (p=0). Así, por ejemplo, las filas del cuadro 5 correspondientes a los estadísticos $F_{\pi7\pi8}$ y $F_{\pi9\pi10}$, asociados respectivamente con las frecuencias $\pi/6$ y $2\pi/3$, precisamente aquéllas donde se

(11) Véase Said y Dickey (1984) donde se establece la velocidad a la que debe crecer *p* en el contraste DF.

concentra la mayor variabilidad del patrón estacional (cuadro 2), muestran una mayor potencia en relación a los otros casos. Por tanto, se puede concluir que la forma del patrón estacional fijo influye en estos contrastes cuando no se realiza ninguna corrección de la posible autocorrelación residual, influencia que se desvanece con dicha corrección.

De los resultados de las tablas nos gustaría destacar otros tres hechos. En primer lugar, los contrastes de hipótesis conjuntas muestran una potencia altísima cuando p=0, pero ésta decae de forma muy importante cuando se realiza la corrección paremétrica, estando incluso por debajo de la de los contrastes individuales en determinados casos, aunque en otros su comportamiento supera el de aquéllos. El aumento del tamaño muestral incrementa espectacularmente la potencia de los contrastes conjuntos.

En segundo lugar, la potencia del contraste bajo p=0 es más elevada que con la corrección y, para ambos casos, ésta aumenta considerablemente con el tamaño muestral. Finalmente, la presencia de EEE reduce de forma importante la potencia. En este sentido, los contrastes tienen serios problemas para discriminar entre un proceso integrado de otro con estacionalidad determinista acompañada de EEE para muestras de T=120. Nótese, además, que la EEE no afecta seriamente al contraste con p=0 cuando hay una raíz unitaria en la frecuencia cero, sino que incluso aumenta su potencia en relación a los otros casos, hecho que no ocurre cuando la corrección se utiliza.

En referencia al tercer PGD, es decir, aquél que presenta tan solo un par de raíces complejas conjugadas y que viene dado por la expresión [5], los cuadros 7 y 8 muestran los porcentajes de rechazo para T=120 y T=240 respectivamente. En ambos cuadros se presentan los resultados cuando las raíces unitarias se corresponden con la primera frecuencia estacional, esto es, $\pi/6$, que genera un ciclo por año. Resultados similares se obtienen para el resto de frecuencias, por lo que de nuevo no se muestran aquí para ahorrar espacio. Como en los cuadros 3 y 4, el primer valor de cada celda corresponde a la regresión sin términos deterministas, el segundo con la que incluye una constante y el tercero con variables ficiticias. Asimismo, sólo se muestra el tamaño de los contrastes correspondientes a la frecuencia de interés ($F_{\pi 7 \pi 8}$), y la potencia de los contrastes en otra frecuencia asociada a raíces complejas -como referencia del comportamiento en dichas frecuencias-, y los asociados a las frecuencias 0 y π y los de hipótesis conjuntas. De nuevo, los resultados corresponden a la ecuación que incluye como regresores los retardos de la variable que han resultado significativos al 10% bajo la hipótesis nula.

En este caso cabe destacar dos hechos. En primer lugar, el comportamiento de los contrates en frecuencias diferentes de $\pi/6$ es correcto, aunque se da una pérdida de potencia para tamaños muestrales pequeños si se incluyen variables ficticias estacionales, situación que tiende a corregirse tanto al aumentar ésta como por la presencia de un término media móvil. Y, en segundo lugar, que, de nuevo, la presencia de dicha estructura MA_{12} distorsiona ligeramente el tamaño del contraste en la frecuencia $\pi/6$. Sin embargo, esta distorsión es muy inferior a la observada para el PGD defindo por [3]. Como allí, de nuevo parece que esta situación empeora al aumentar el tamaño muestral. Los resultados no presentados aquí para el caso en que p=0 tienden a mostrar una mayor potencia, a la vez que una distorsión del tamaño considerablemente superior, en la línea de lo apuntado para el PGD [3].

Finalmente, por lo que respecta al cuarto PGD, definido por [6], los resultados para el mismo se encuentran en los cuadros 9 (p_{max}=24) y 10 (p=0) para T=120, y 11 (p_{max}=24) y 12 (p=0) cuando T=240. El motivo para que mostremos los dos tipos de especificación en cuanto a corrección de la autocorrelación de la ecuación [1] se debe a su muy diferente comportamiento. Cabe decir que en este caso, el PGD cae siempre bajo la hipótesis alternativa, por lo que ambos cuadros muestran la potencia empírica. Recordemos que la parametrización ϕ_A se corresponde con un proceso AR periódico estacionario, mientras que bajo ϕ_B está integrado.

De los resultados para este PGD conviene destacar los siguientes hechos. En primer lugar, de nuevo, la omisión de las variables ficticias cuando hay términos deterministas en el PGD se traduce en una caída considerable de la potencia. En cambio, su inclusión cuando no son necesarias sólo repercute ligeramente en la potencia de los contrastes. En segundo lugar, aunque la potencia es baja para T=120 y aumenta de forma muy importante con el tamaño muestral, los principales problemas parecen estar en la frecuencia 0, que prácticamente en todos los casos está alrededor del tamaño nominal del contraste. La excepción se da en el caso de un PAR estacionario, aunque la potencia no es nunca elevada. Por tanto, la conclusión es que la estacionalidad periódica se manifiesta principalmente en la frecuencia 0. En tercer lugar, se da un comportamiento muy diferente de los contrastes en función de si se utiliza corrección de autocorrelación residual o no. Así, en general, la potencia para p=0 es bastante superior a la del otro caso comentado.

Finalmente, parece existir una relación entre las frecuencias donde se concentra la variabilidad de los coeficientes PAR y el comportamiento del contraste en dichas frecuencias. En el cuadro 2 se comprueba que para ambos conjuntos de parámetros, la variabilidad se concentra en la frecuencia 0 y en menor medida en la frecuencia $\pi/2$ para ϕ_A y $5\pi/6$ para ϕ_B. Pues bien, a los ya mencionados problemas en la frecuencia 0, se comprueba en los cuadros 9 y 10 que para la especificación ϕ_A se da una menor potencia en la frecuencia $\pi/2$ ($F_{\pi 3 \pi 4}$) en relación a las restantes frecuencias estacionales, mientras que para ϕ_B la menor potencia se da en la frecuencia $5\pi/6$ ($F_{\pi 5 \pi 6}$). Por tanto, se puede concluir que la forma de la estacionalidad periódica tiene importantes influencias en los comportamientos de los contrastes, afectando a la potencia de éstos principalmente en las frecuencias donde se concentra la variabilidad de los coeficientes.

4.2. Contrastes de Canova y Hansen

Los contrastes derivados por Canova y Hansen plantean la hipótesis nula de estacionariedad. Los rechazos de dicha hipótesis indican, por tanto, evidencia de integración estacional (y/o inestabilidad del patrón estacional determinista). Los resultados se muestran en los cuadros 13 a 20. Los contrastes se han calculado usando tanto una amplitud de ventana m=5 como m=13. Los resultados son muy similares casi siempre, excepto para los contrastes de hipótesis conjuntas, como se comprueba en el cuadro 13, donde el segundo valor de cada casilla corresponde a m=13. Por tanto, y a fin de ahorrar espacio, en el resto de cuadros se presentan los resultados para m=5, excepto para los casos en que los contrastes difieran de forma importante, en que se mostrarán para las dos amplitudes de ventana elegidas.

Los cuadros 13 (T=120) y 14 (T=240) muestran los resultados cuando el PGD de referencia viene dado por [3]. Solamente se presentan los porcentajes de rechazo para uno de los contrastes de estabilidad de las estaciones, puesto que para las demás los resultados son muy similares. Excepto para el caso $\Phi_{12}=1$, en que el modelo cae bajo la hipótesis alternativa, los resultados se refieren al tamaño empírico del contraste. Un primer resultado a destacar es que la presencia de esquemas AR_{12} estacionales introducen una seria distorsión en el contraste, que se ve compensada sólo en parte por la presencia de términos MA_{12}. Este comportamiento se ve agravado con el aumento del tamaño de la muestra. Resultados similares para el contraste KPSS en la frecuencia cero han sido obtenidos recientemente por Hobijn *et al.* (1998), en experimentos donde se compara el comportamiento de éste (y otros) contraste(s) ante el tipo de selección de la ventana espectral y de la amplitud de la misma. Los autores concluyen proponiendo procedimientos de selección automática de las mismas. En todo caso, es una vía de investigación que no se ha abordado aquí y que se deja abierta para el futuro.

En cuanto a la potencia del contraste ($\Phi_{12}=1$), ésta es elevada para el paseo aleatorio estacional, pero la presencia de un término MA_{12} tiende a reducirla. Cuando el parámetro media móvil toma el valor 0.9, los diferentes contrastes tienen serios problemas para detectar la no estacionariedad. En este último caso, el aumento de la muestra incrementa la potencia tan solo ligeramente para la ventana m=5, mientras que para m=13 la potencia apenas se ve modificada e incluso disminuye para los contrastes conjuntos. De nuevo, apuntamos este hecho como objetivo de futuras investigaciones.

Finalmente, respecto a este PGD, señalar que el efecto del tamaño de la ventana es ambiguo para muestras reducidas (ya que para T=240 los resultados son similares para las dos amplitudes de ventana utilizadas). Por un lado, distorsiona ligeramente al alza el tamaño de los contrastes individuales en el caso del ruido blanco o de un proceso $ARMA_{12}$, pero aumenta la potencia en el caso de paseo aleatorio estacional con esquemas MA_{12}.

Por lo que se refiere al PGD con estacionalidad determinista, dado por la expresión [4], los cuadros 15 y 16 muestran los resultados para los dos tamaños muestrales considerados. En este caso, el PGD cae plenamente en la hipótesis nula, por lo que los resultados se refieren al tamaño empírico del contraste. De dichas tablas nos gustaría destacar diversos hechos. En primer lugar, cuando no hay EEE, los diferentes contrastes tienen un tamaño empírico muy similar al nominal (excepto para los contraste conjuntos, en que el uso de la amplitud de ventana m=13 distorsiona ligeremente al alza). No obstante, la presencia de aquélla introduce un efecto distorsionador y los contrastes tienden a rechazar en exceso (de nuevo, com m=13 la distorsión no es tan grande). Este tipo de efectos debidos a la EEE aumentan con el tamaño muestral, como ya pasaba con el anterior PGD, por lo que los comentarios realizados allí también son aplicables. En segundo lugar, el patrón de estacionalidad influye en la importancia de dicha distorsión que introduce la EEE. En este sentido, recordemos que el patrón estacional definido por el conjunto de coeficientes δ_A concentran su variabilidad principalmente en las frecuencias $\pi/6$ y $2\pi/3$ (véase cuadro 2), frecuencias en las que la distorsión es mayor.

En cuanto al tercer PGD, aquél que presenta una raíz unitaria solamente en una frecuencia estacional, los resultados para este procedimiento se muestran en los cuadros 17 y 18 para la frecuencia $\pi/6$, aunque resultados cualitativamente similares se han obtenido para las otras frecuencias estacionales. De nuevo, sólo se presentan los resultados para dicha frecuencia (potencia) y para $\pi/3$ como referencia (tamaño), además de los asociados a una estación y los conjuntos. De estas tablas podemos destacar diversos aspectos. En primer lugar, y como sucedía con el primer PGD, se da una buena potencia del contraste que disminuye con la presencia de términos MA_{12}. No obstante, en aumento de la muestra tiende a amortiguar ligeramente esta disminución de potencia. En segundo lugar, los contrastes en otras frecuencias tienen una seria distorsión a la baja del tamaño, no rechazando prácticamente nunca la hipótesis nula. Y tercero, la potencia de los contrastes conjuntos y de los contrastes de estabilidad del patrón de cada estación es inferior a la del contraste de integración en la frecuencia donde hay la raíz unitaria. De nuevo, los esquemas MA_{12} reducen esta potencia y el tamaño muestral la incrementa. En general, puede decirse que los diferentes contrastes tienen, en este caso, un comportamiento razonablemente correcto.

Finalmente, en relación al último PGD considerado, el de la estacionalidad periódica, los resultados se muestran en los cuadros 19 (T=120) y 20 (T=240). Éstos indican que cuando no hay integración periódica (ϕ_A) los diferentes contrastes rechazan la hipótesis nula con porcentajes cercanos al nivel nominal, aunque hay algunas excepciones, como en el caso de los contrastes de hipótesis conjuntas usando una ventana amplia, o la frecuencia $\pi/2$ que es aquélla donde los coeficientes de ϕ_A concentran mayoritariamente su variación estacional (ver cuadro 2). La frecuencia π también muestra cierta distorsión en este caso, aunque esta frecuencia no concentra gran variación de los coeficientes. Creemos que ello se debe a la inclusión de la variable retardada como regresor en [2], que debe afectar en este caso a dicha frecuencia que está asociada con la raíz -1. Asimismo, señalar que ni el tamaño muestral ni el tipo de estacionalidad determinista tienen demasiada influencia en este comportamiento.

En cambio, cuando el proceso es periódicamente integrado (ϕ_B) el porcentaje de rechazos aumenta por encima del 5%, siendo los contrastes más afectados, los de hipótesis conjuntas y el de la frecuencia $5\pi/6$, que de nuevo es la frecuencia estacional donde se concentra la mayor variabilidad de los coeficientes periódicos. Igual que en el caso estacionario, la estacionalidad determinista no tiene prácticamente influencia, pero a diferencia de aquél, el tamaño muestral aumenta los porcentajes de rechazo.

Para terminar, nos gustaría destacar que de nuevo parece existir una relación entre las frecuencias en donde se concentra la variación de los coeficientes autorregresivos periódicos, y el comportamiento de los contrastes de integración estacional en el procedimiento de Canova y Hansen. Este hecho que también ha sido puesto de manifiesto empíricamente para el contraste de Franses, requiere buscar una explicación más rigurosa, vía que se deja abierta para futuras investigaciones. La siguiente sección sintetiza los principales resultados del estudio, establece una serie de orientaciones para aplicar los contrastes en la práctica y señala los puntos oscuros detectados que necesitan una mayor investigación.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha hecho un estudio amplio del comportamiento en muestra finita de diversos contrastes de integración estacional para series mensuales a partir de experimentos de simulación. Este análisis era necesario por cuanto todavía prácticamente no se había realizado ninguno para datos de dicha periodicidad. Finalizado este estudio, más que encontrar respuestas sobre como se comportan los contrastes, nos hemos encontrados con muchos interrogantes ante hechos y comportamientos muchas veces no esperados. En cierto sentido, el dicho de que la investigación plantea más interrogantes que respuestas es aplicable en este caso. En lo que sigue se dan una serie de orientaciones, deducidas del estudio realizado, sobre la aplicación de los contrastes y se apuntan aquellas parcelas que necesitan una mayor investigación.

En primer lugar, los contrastes de Franses, al igual que los de la familia del DF, sufren de una baja potencia ante procesos AR estacionales con parámetro cercano a la unidad. En este caso, el aumento del tamaño muestral aumenta ésta, pero no de forma muy destacada. En cambio, la presencia de estructuras MA_s tiende a compensar este efecto y a incrementar la potencia. Asimismo, dichos esquemas MA_s introducen una distorsión del tamaño del contraste, distorsión que se reduce considerablemente si se realiza una corrección de la autocorrelación residual introduciendo en el contraste retardos de la variable diferenciada. Por ello recomendamos realizar los contrastes con dicha corrección a fin de evitar las distorsiones. La pérdida de potencia debida este tipo de correcciones creemos que es un mal menor en relación a los problemas que pueden surgir si se concluye que no hay raíces unitarias cuando de hecho están presentes. En este sentido, además, la sobrediferenciación puede tener ventajas a la hora de predecir si el PGD se ve sujeto a cambios estructurales (véase, Clements y Hendry, 1997). Por otro lado, creemos que un estudio exploratorio de las funciones de autocorrelación simple y parcial que ayude a identificar la presencia de estructuras MA_s puede ser muy útil a la hora de determinar la fiabilidad de los contrastes. Finalmente, en lo que respecta al uso de la corrección paramétrica, no se dan grandes diferencias en cuanto al nivel de significación elegido para incluir retardos de la variable diferenciada. No obstante, el fijar el orden p_{max} de acuerdo con el tamaño muestral creemos que puede ser una práctica adecuada a fin de prevenir los efectos distorsionadores de las medias móviles estacionales. Por otro lado, así como los criterios a la hora fijar los retardos de la variable diferenciada que se incluyen en la regresión es un tema ampliamente estudiado en el caso del contraste DF (véase por ejemplo Ng y Perron 1995), creemos que este aspecto, sólo tocado en parte en esta investigación y en otras (véase por ejemplo Taylor 1997), debe ser profundamente analizado también para los contrastes de integración estacional. Dejamos pues abierta esta posibilidad como futura vía de avance.

En segundo lugar, la inclusión innecesaria de variables ficticias estacionales en los contrastes de Franses provoca, en general, una reducción de la potencia, aunque normalmente no muy seria excepto para los contrastes conjuntos. No obstante, su exclusión cuando son necesarias debido a haber estacionalidad determinista provoca pérdida de potencia muy seria. Por este motivo, nos sumamos a las propuestas de Beaulieu y Miron (1993) y Ghysels *et al.* (1994) de que parece aconsejable la inclusión de estas variables.

En tercer lugar, los contrastes del procedimiento de Canova y Hansen presentan problemas en las mismas situaciones, aunque de tipo distinto, a los de Franses. Así, tienen problemas de tamaño para procesos AR_s y problemas de potencia cuando hay esquemas MA_s. En este sentido, tanto Canova y Hansen (1995) como Hylleberg (1995) recomiendan el uso conjunto de ambos tipos de procedimientos. De esta forma, si los resultados de ambas clases de contrastes van en el mismo sentido, entonces se puede interpretar como una fuerte evidencia. En caso contrario, entonces la conclusión puede ser que los datos no contienen suficiente información para discriminar entre las hipótesis de estacionariedad con estacionalidad determinista o integración estacional, o bien que la variable está afectada por algún tipo de no linealidad que afecta de forma diferente a los contrastes. Aunque estamos de acuerdo con este enfoque, creemos que se puede avanzar a partir de estudiar el comportamiento simultáneo de los contrastes y formulando hipótesis conjuntas de confirmación, en la línea de Charemza y Syczewska (1998), los cuales estudian la distribución conjunta de los contrates DF y KPSS y tabulan valores críticos adecuados cuando ambos contrastes se aplican de forma simutánea a un conjunto de datos. En todo caso, de nuevo ello se deja abierto como futura línea de investigación este tipo de contrastes.

Asimismo, y como ya fué puesto de manifiesto por Canova y Hansen (1995) y Hylleberg (1995) para el caso trimestral, se ha detectado que la amplitud de la ventana sólo tiene influencia sobre el comportamiento de los contrastes conjuntos y que una ventana de amplitud 5 y, por tanto, menor que el orden de estacionalidad, da resultados similares a los conseguidos con m=13. No obstante, para este tipo de contrastes se han detectado que las distorsiones provocadas por la presencia de estructuras AR_s aumentan con el tamaño muestral. Creemos que este tipo de efectos necesita una mayor investigación y que deben estudiarse procedimientos de selección de ventanas y de sus amplitudes que eviten lo anteriormente señalado. Así pues, es otra una vía de investigación que apuntamos.

Finalmente, señalar que los contrastes analizados aparentan ser robustos frente a estacionalidad de tipo periódico de primer orden y que las distorsiones solamente se dan en los contrastes en la frecuencia cero. No obstante, también se ha puesto de manifiesto una relación (empírica) entre las frecuencias donde se concentra la variación de los coeficientes PAR y la potencia de los contrastes analizados. Este hecho requeriría asimismo una explicación más rigurosa. Por otro lado, dado que las regresiones auxiliares utilizadas para construir los contrastes no son adecuadas para capturar la periodicidad autorregresiva, ésta deberá de permanecer en los residuos de estas estimaciones. Por tanto, sería oportuno aplicar un contraste de periodicidad a los residuos de dichas regresiones (véase Franses (1996) para una discusión sobre los mismos).

APÉNDICE: CUADROS

Cuadro 3

CONTRASTE DE FRANSES (p=24, eliminando no significativos bajo H_0) PGD: [3]; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\Phi_{12}=0$ $\Theta_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$ $\Theta_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.9$ $\Theta_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.9$ $\Theta_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=1$ $\Theta_{12}=0$	$\Phi_{12}=1$ $\Theta_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=1$ $\Theta_{12}=0.9$
	0.763	0.273	0.061	0.133	0.039	0.052	0.411
$t_{\pi 1}$	0.372	0.076	0.027	0.043	0.036	0.024	0.157
	0.656	0.177	0.036	0.209	0.040	0.101	0.612
	0.778	0.288	0.050	0.120	0.039	0.063	0.457
$t_{\pi 2}$	0.785	0.305	0.053	0.129	0.038	0.062	0.481
	0.678	0.209	0.037	0.217	0.032	0.128	0.640
	0.846	0.324	0.045	0.109	0.037	0.032	0.468
$F_{\pi 11 \pi 12}$	0.861	0.333	0.046	0.121	0.039	0.034	0.495
	0.768	0.219	0.039	0.241	0.035	0.120	0.673
	0.965	0.725	0.063	0.186	0.027	0.030	0.656
$F_{2 \ldots 12}$	0.969	0.744	0.068	0.202	0.031	0.032	0.694
	0.430	0.167	0.023	0.091	0.023	0.039	0.339
	0.962	0.725	0.059	0.177	0.033	0.026	0.643
$F_{1 \ldots 12}$	0.931	0.654	0.050	0.151	0.025	0.024	0.558
	0.355	0.138	0.034	0.077	0.022	0.031	0.290

NOTA: ver cuadro 1 donde se establece la relación de cada estadístico con la frecuencia correspondiente. El primer valor de cada celda corresponde a la regresión sin términos deterministas, el segundo a la que incluye una constante y el tercero a la efectuada con variables ficticias estacionales.

Cuadro 4

CONTRASTE DE FRANSES (p=24, eliminando no significativos bajo H_0)
PGD: [3]; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0.9$		$\Phi_{12}=1$		
	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0.9$
	0.998	0.759	0.087	0.252	0.026	0.057	0.813
$t_{\pi 1}$	0.921	0.358	0.039	0.076	0.037	0.030	0.536
	0.972	0.506	0.046	0.255	0.033	0.093	0.928
	0.996	0.804	0.109	0.227	0.034	0.068	0.840
$t_{\pi 2}$	0.996	0.812	0.114	0.243	0.035	0.074	0.857
	0.974	0.529	0.046	0.285	0.041	0.118	0.935
	0.999	0.907	0.106	0.260	0.040	0.031	0.901
$F_{\pi 11 \pi 12}$	0.999	0.914	0.105	0.290	0.041	0.034	0.920
	0.994	0.679	0.046	0.384	0.033	0.098	0.978
	1.000	1.000	0.242	0.555	0.022	0.038	0.995
$F_{2 \ldots 12}$	1.000	1.000	0.250	0.587	0.022	0.042	0.997
	0.998	0.826	0.061	0.304	0.024	0.071	0.992
	1.000	1.000	0.259	0.546	0.020	0.032	0.994
$F_{1 \ldots 12}$	1.000	1.000	0.230	0.491	0.017	0.034	0.993
	0.999	0.810	0.061	0.282	0.023	0.068	0.983

Ver nota cuadro 3.

Cuadro 5

CONTRASTE DE FRANSES
PGD: [4] δ_A; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\phi_1=0$		$\phi_1=0.5$		$\phi_1=1$	
	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$
	0.739	0.178	0.696	0.072	0.064	0.042
$t_{\pi 1}$	0.684	0.136	0.358	0.124	0.071	0.085
	0.738	0.172	0.696	0.435	0.637	0.687
$t_{\pi 2}$	0.702	0.158	0.595	0.122	0.659	0.116
	0.899	0.360	0.890	0.604	0.935	0.946
$F_{\pi 3 \pi 4}$	0.766	0.184	0.734	0.194	0.791	0.212
	0.803	0.230	0.621	0.239	0.471	0.431
$F_{\pi 5 \pi 6}$	0.759	0.198	0.727	0.152	0.801	0.173
	0.916	0.337	0.903	0.405	0.989	0.976
$F_{\pi 7 \pi 8}$	0.776	0.197	0.605	0.208	0.733	0.222
	0.831	0.323	0.971	0.782	0.980	0.967
$F_{\pi 9 \pi 10}$	0.741	0.227	0.716	0.198	0.782	0.218
	0.905	0.254	0.908	0.472	0.739	0.712
$F_{\pi 11 \pi 12}$	0.749	0.160	0.699	0.158	0.771	0.159
	1.000	0.904	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{2 \ldots 12}$	0.426	0.300	0.605	0.383	0.769	0.505
	1.000	0.908	1.000	0.998	1.000	1.000
$F_{1 \ldots 12}$	0.372	0.286	0.550	0.393	0.785	0.552

NOTA: ver cuadro 1 en lo referente a las frecuencias asociadas a cada estadístico de contraste. El primer valor de cada celda se refiere a la ecuación (1) con p=0, mientras que en el segundo se presentan los resultados para p=24 eliminando los retardos no significativos al 10% bajo H_0. Todas las regresiones se han estimado con variables ficticias estacionales.

Cuadro 6.

CONTRASTES DE FRANSES

PGD: [4] δ_A; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\phi_1=0$		$\phi_1=0.5$		$\phi_1=1$	
	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$
	0.998	0.581	0.989	0.141	0.059	0.039
$t_{\pi 1}$	0.981	0.459	0.756	0.352	0.045	0.055
	0.997	0.620	0.998	0.819	0.997	0.990
$t_{\pi 2}$	0.977	0.462	0.997	0.420	0.971	0.410
	1.000	0.858	0.999	0.956	1.000	1.000
$F_{\pi 3 \pi 4}$	0.987	0.647	0.997	0.621	0.995	0.677
	1.000	0.722	0.999	0.753	0.994	0.929
$F_{\pi 5 \pi 6}$	0.994	0.642	0.992	0.580	0.999	0.652
	1.000	0.888	0.999	0.856	1.000	1.000
$F_{\pi 7 \pi 8}$	0.995	0.665	0.963	0.594	0.975	0.634
	1.000	0.822	1.000	0.998	1.000	1.000
$F_{\pi 9 \pi 10}$	0.996	0.668	0.994	0.638	0.999	0.697
	1.000	0.834	1.000	0.961	1.000	1.000
$F_{\pi 11 \pi 12}$	0.996	0.634	0.994	0.616	0.996	0.640
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{2 \ldots 12}$	0.999	0.890	1.000	0.948	1.000	0.989
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{1 \ldots 12}$	0.999	0.879	1.000	0.942	1.000	0.986

NOTA: ver cuadro 1 en lo referente a las frecuencias asociadas a cada estadístico de contraste. El primer valor de cada celda se refiere a la ecuación (1) con p=0, mientras que en el segundo se presentan los resultados para p=24 eliminando los retardos no significativos al 10% bajo H_o. Todas las regresiones se han estimado con variables ficticias estacionales.

Cuadro 7

CONTRASTE DE FRANSES
(p=24, eliminando no significativos bajo H_0)
PGD: [5]; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\theta_j=\pi/6$			
	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0.75$	$\Theta_{12}=0.9$
	0.649	0.858	0.906	0.904
$t_{\pi1}$	0.311	0.592	0.661	0.666
	0.290	0.537	0.579	0.613
	0.858	0.979	0.987	0.990
$t_{\pi2}$	0.852	0.981	0.985	0.990
	0.539	0.902	0.912	0.932
	0.916	0.987	0.998	0.997
$F_{\pi3\pi4}$	0.916	0.987	0.998	0.997
	0.646	0.925	0.935	0.961
	0.060	0.046	0.095	0.202
$F_{\pi7\pi8}$	0.061	0.047	0.095	0.203
	0.072	0.055	0.096	0.127
	0.994	1.000	1.000	1.000
$F_{2...12}$	0.994	1.000	1.000	1.000
	0.675	0.963	0.985	0.994
	0.997	1.000	1.000	1.000
$F_{1...12}$	0.994	1.000	1.000	1.000
	0.698	0.975	0.992	0.996

Ver nota cuadro 3.

Cuadro 8

CONTRASTE DE FRANSES
(p=24, eliminando no significativos bajo H_0)
PGD: [5]; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\theta_j=\pi/6$			
	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0.75$	$\Theta_{12}=0.9$
$t_{\pi 1}$	0.952	0.998	1.000	1.000
	0.738	0.946	0.971	0.985
	0.735	0.943	0.964	0.985
$t_{\pi 2}$	0.997	1.000	1.000	1.000
	0.997	1.000	1.000	1.000
	0.965	0.998	0.998	0.998
$F_{\pi 3 \pi 4}$	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000
	0.984	1.000	1.000	1.000
$F_{\pi 7 \pi 8}$	0.061	0.062	0.148	0.517
	0.061	0.064	0.147	0.520
	0.053	0.058	0.194	0.373
$F_{2...12}$	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{1...12}$	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000

Ver nota cuadro 3.

Cuadro 9

CONTRASTE DE FRANSES (p=24, eliminando no significativos bajo H_0)
PGD: [6]; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste		ϕ_A			ϕ_B	
	δ=0	δ_A	δ_B	δ=0	δ_A	δ_B
	0.225	0.215	0.223	0.055	0.058	0.068
$t_{\pi 1}$	0.093	0.100	0.120	0.070	0.075	0.088
	0.083	0.087	0.097	0.048	0.063	0.068
	0.590	0.080	0.005	0.532	0.033	0.004
$t_{\pi 2}$	0.578	0.074	0.004	0.523	0.035	0.003
	0.380	0.397	0.423	0.432	0.463	0.460
	0.739	0.025	0.002	0.590	0.003	0.015
$F_{\pi 3 \pi 4}$	0.738	0.025	0.003	0.597	0.004	0.015
	0.530	0.547	0.542	0.582	0.525	0.570
	0.898	0.048	0.008	0.250	0.012	0.007
$F_{\pi 5 \pi 6}$	0.895	0.050	0.008	0.252	0.012	0.010
	0.700	0.702	0.732	0.342	0.360	0.365
	0.793	0.001	0.228	0.517	0.012	0.015
$F_{\pi 7 \pi 8}$	0.795	0.001	0.235	0.522	0.018	0.014
	0.580	0.572	0.640	0.522	0.475	0.480
	0.883	0.000	0.005	0.440	0.003	0.037
$F_{\pi 9 \pi 10}$	0.878	0.000	0.005	0.441	0.003	0.035
	0.640	0.630	0.683	0.463	0.452	0.450
	0.898	0.008	0.010	0.420	0.052	0.017
$F_{\pi 11 \pi 12}$	0.903	0.007	0.010	0.415	0.050	0.017
	0.685	0.672	0.727	0.487	0.432	0.467
	0.983	0.015	0.050	0.648	0.002	0.033
$F_{2...12}$	0.980	0.015	0.048	0.650	0.005	0.035
	0.652	0.633	0.683	0.527	0.483	0.475
	0.982	0.050	0.077	0.645	0.015	0.048
$F_{3...12}$	0.973	0.043	0.087	0.628	0.018	0.053
	0.675	0.630	0.687	0.512	0.490	0.490

Ver nota cuadro 3.

Cuadro 10

CONTRASTES DE FRANSES (p=0)
PGD: [6]; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	ϕ_A			ϕ_B		
	$\delta=0$	δ_A	δ_B	$\delta=0$	δ_A	δ_B
	0.264	0.068	0.022	0.041	0.004	0.002
$t_{\pi 1}$	0.120	0.006	0.006	0.062	0.076	0.049
	0.149	0.135	0.153	0.055	0.057	0.062
	0.917	0.998	0.256	0.996	0.986	0.410
$t_{\pi 2}$	0.923	0.997	0.258	0.998	0.976	0.400
	0.470	0.478	0.472	0.728	0.733	0.733
	0.989	0.841	0.823	1.000	0.976	0.910
$F_{\pi 3 \pi 4}$	0.992	0.842	0.824	1.000	0.964	0.913
	0.820	0.817	0.816	0.947	0.949	0.951
	1.000	0.998	0.943	0.682	0.422	0.698
$F_{\pi 5 \pi 6}$	1.000	0.998	0.945	0.684	0.427	0.690
	0.940	0.940	0.941	0.594	0.576	0.598
	0.997	0.593	1.000	0.996	0.950	0.999
$F_{\pi 7 \pi 8}$	0.997	0.584	0.999	0.992	0.928	0.999
	0.904	0.896	0.906	0.915	0.913	0.915
	0.999	0.123	0.950	0.987	0.717	0.766
$F_{\pi 9 \pi 10}$	0.999	0.124	0.954	0.985	0.711	0.770
	0.919	0.992	0.918	0.869	0.863	0.872
	1.000	0.994	0.960	0.991	0.999	0.968
$F_{\pi 11 \pi 12}$	1.000	0.994	0.962	0.988	0.993	0.953
	0.948	0.948	0.947	0.859	0.850	0.862
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{2 \ldots 12}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{1 \ldots 12}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Ver nota cuadro 3.

Cuadro 11

CONTRASTE DE FRANSES
(p=24, eliminando no significativos bajo H_0)
PGD: [6]; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	ϕ_A			ϕ_B		
	$\delta=0$	δ_A	δ_B	$\delta=0$	δ_A	δ_B
	0.453	0.410	0.417	0.047	0.048	0.045
$t_{\pi 1}$	0.197	0.140	0.195	0.092	0.082	0.060
	0.173	0.137	0.173	0.080	0.055	0.043
	0.962	0.197	0.002	0.742	0.058	0.010
$t_{\pi 2}$	0.963	0.187	0.000	0.737	0.055	0.010
	0.825	0.802	0.803	0.734	0.747	0.780
	0.995	0.008	0.005	0.755	0.010	0.047
$F_{\pi 3 \pi 4}$	0.995	0.008	0.005	0.757	0.012	0.050
	0.923	0.937	0.942	0.830	0.803	0.843
	1.000	0.215	0.008	0.333	0.008	0.007
$F_{\pi 5 \pi 6}$	1.000	0.217	0.008	0.333	0.010	0.007
	0.998	0.992	0.998	0.478	0.450	0.482
	0.998	0.000	0.637	0.627	0.022	0.333
$F_{\pi 7 \pi 8}$	1.000	0.000	0.648	0.630	0.023	0.332
	0.952	0.970	0.953	0.732	0.707	0.753
	1.000	0.000	0.018	0.565	0.000	0.088
$F_{\pi 9 \pi 10}$	1.000	0.000	0.017	0.562	0.000	0.090
	0.993	0.987	0.980	0.712	0.703	0.728
	1.000	0.058	0.053	0.527	0.087	0.018
$F_{\pi 11 \pi 12}$	1.000	0.062	0.057	0.525	0.090	0.020
	0.985	0.993	0.997	0.687	0.662	0.702
	1.000	0.033	0.263	0.720	0.003	0.090
$F_{2 \ldots 12}$	1.000	0.033	0.273	0.720	0.007	0.092
	1.000	1.000	0.998	0.798	0.782	0.833
	1.000	0.192	0.463	0.707	0.020	0.137
$F_{3 \ldots 12}$	1.000	0.137	0.373	0.725	0.032	0.123
	0.998	0.998	0.998	0.772	0.777	0.807

Ver nota cuadro 3.

Cuadro 12

CONTRASTE DE FRANSES (p=0)
PGD: [6]; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste		ϕ_A			ϕ_B	
	$\delta=0$	δ_A	δ_B	$\delta=0$	δ_A	δ_B
	0.680	0.097	0.099	0.036	0.001	0.001
$t_{\pi1}$	0.300	0.006	0.003	0.073	0.091	0.054
	0.354	0.352	0.352	0.062	0.068	0.063
	0.999	1.000	0.936	1.000	1.000	0.999
$t_{\pi2}$	0.999	1.000	0.940	1.000	1.000	0.999
	0.977	0.977	0.977	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{\pi3\pi4}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	0.910	0.714	0.934
$F_{\pi5\pi6}$	1.000	1.000	1.000	0.907	0.719	0.930
	1.000	1.000	1.000	0.948	0.934	0.654
	1.000	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{\pi7\pi8}$	1.000	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	0.995	1.000	1.000	0.999	0.998
$F_{\pi9\pi10}$	1.000	0.995	1.000	1.000	0.999	0.994
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{\pi11\pi12}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{2...12}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$F_{3...12}$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

Ver nota cuadro 3.

Cuadro 13

CONTRASTE DE CANOVA-HANSEN
PGD: [3]; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\Phi_{12}=0,$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0.9$		$\Phi_{12}=1$		
	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$_{12}=0.9$
L_f	0.035	0.455	0.938	0.385	0.986	0.668	0.039
	0.189	0.459	0.856	0.478	0.917	0.630	0.200
L_J	0.036	0.435	0.929	0.333	0.977	0.624	0.038
	0.189	0.451	0.852	0.467	0.913	0.611	0.198
$L_{\pi/6}$	0.057	0.356	0.639	0.346	0.720	0.481	0.064
	0.095	0.377	0.657	0.378	0.787	0.519	0.104
$L_{\pi/3}$	0.063	0.332	0.605	0.318	0.694	0.434	0.080
	0.085	0.371	0.688	0.360	0.792	0.534	0.083
$L_{\pi/2}$	0.071	0.333	0.622	0.310	0.686	0.460	0.076
	0.074	0.382	0.666	0.356	0.778	0.538	0.094
$L_{2\pi/3}$	0.068	0.337	0.627	0.326	0.704	0.462	0.079
	0.078	0.364	0.663	0.391	0.791	0.525	0.090
$L_{5\pi/6}$	0.066	0.357	0.612	0.329	0.698	0.463	0.083
	0.089	0.378	0.683	0.386	0.785	0.527	0.099
L_π	0.054	0.226	0.396	0.211	0.476	0.302	0.076
	0.079	0.270	0.501	0.250	0.622	0.386	0.085
L_1	0.043	0.207	0.461	0.214	0.554	0.293	0.053
	0.083	0.245	0.512	0.303	0.646	0.355	0.100

NOTA: El primer resultado de cada casilla corresponde al contraste realizado con una amplitud de ventana m=5, mientras que el segundo es para m=13.

Cuadro 14

CONTRASTE DE CANOVA-HANSEN (m=5)
PGD: [3]; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\Phi_{12}=0$,	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0.9$		$\Phi_{12}=1$		
	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0.9$
L_f	0.037	0.880	1.000	0.972	1.000	1.000	0.139
L_J	0.029	0.890	1.000	0.974	1.000	1.000	0.115
$L_{\pi/6}$	0.057	0.418	0.795	0.571	0.884	0.768	0.134
$L_{\pi/3}$	0.042	0.408	0.795	0.557	0.860	0.743	0.109
$L_{\pi/2}$	0.053	0.441	0.806	0.577	0.876	0.755	0.127
$L_{2\pi/3}$	0.065	0.448	0.825	0.597	0.900	0.778	0.141
$L_{5\pi/6}$	0.054	0.429	0.812	0.582	0.893	0.770	0.128
L_π	0.041	0.292	0.593	0.387	0.661	0.545	0.092
L_1	0.042	0.260	0.613	0.376	0.759	0.572	0.090

Cuadro 15

CONTRASTES DE CANOVA-HANSEN
PGD: [4] δ_A; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\phi_1=0$		$\phi_1=0.5$		$\phi_1=1$	
	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$
L_f	0.035 0.175	0.655 0.497	0.035 0.164	0.655 0.477	0.032 0.175	0.658 0.461
L_J	0.036 0.179	0.597 0.501	0.035 0.163	0.597 0.452	0.033 0.177	0.591 0.432
$L_{\pi/6}$	0.057	0.600	0.064	0.608	0.044	0.583
$L_{\pi/3}$	0.063	0.423	0.062	0.428	0.055	0.417
$L_{\pi/2}$	0.071	0.442	0.067	0.432	0.065	0.434
$L_{2\pi/3}$	0.068	0.671	0.069	0.663	0.067	0.666
$L_{5\pi/6}$	0.066	0.455	0.068	0.460	0.068	0.463
L_π	0.054	0.257	0.050	0.257	0.052	0.260
L_1	0.043	0.251	0.040	0.265	0.045	0.256
L_2	0.052	0.333	0.055	0.332	0.052	0.349
L_3	0.046	0.456	0.049	0.462	0.058	0.465
L_4	0.045	0.245	0.048	0.236	0.046	0.249
L_5	0..045	0.309	0.045	0.316	0.046	0.339
L_6	0.049	0.200	0.049	0.200	0.051	0.199
L_7	0.075	0.383	0.078	0.378	0.080	0.366
L_8	0.086	0.502	0.083	0.504	0.093	0.487
L_9	0.074	0.394	0.075	0.382	0.078	0.396
L_{10}	0.071	0.277	0.069	0.287	0.080	0.272
L_{11}	0.080	0.400	0.083	0.401	0.073	0.391
L_{12}	0.026	0.172	0.027	0.173	0.026	0.167

NOTA: Para los estadísticos de contraste de hipótesis conjuntas el primer resultado de cada casilla corresponde al contraste realizado con una amplitud de ventana *m*=5, mientras que el segundo es para m=13. Para el resto de casos m=5.

Cuadro 16

CONTRASTES DE CANOVA-HANSEN (*m*=5)
PGD: [4] δ_A; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\phi_1=0$		$\phi_1=0.5$		$\phi_1=1$	
	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$	$\Phi_{12}=0$	$\Phi_{12}=0.5$
L_f	0.037	0.955	0.037	0.956	0.034	0.954
L_J	0.029	0.961	0.029	0.956	0.028	0.958
$L_{\pi/6}$	0.057	0.614	0.059	0.622	0.050	0.611
$L_{\pi/3}$	0.042	0.468	0.041	0.459	0.041	0.458
$L_{\pi/2}$	0.053	0.494	0.052	0.491	0.051	0.497
$L_{2\pi/3}$	0.065	0.660	0.063	0.658	0.064	0.660
$L_{5\pi/6}$	0.054	0.487	0.054	0.494	0.053	0.501
L_{π}	0.041	0.298	0.039	0.297	0.039	0.299
L_1	0.042	0.287	0.041	0.285	0.043	0.288
L_2	0.056	0.370	0.055	0.369	0.065	0.370
L_3	0.051	0.417	0.050	0.419	0.051	0.418
L_4	0.064	0.308	0.061	0.299	0.050	0.314
L_5	0.041	0.323	0.040	0.331	0.048	0.334
L_6	0.049	0.295	0.050	0.298	0.052	0.283
L_7	0.048	0.360	0.047	0.350	0.050	0.345
L_8	0.055	0.471	0.053	0.476	0.055	0.479
L_9	0.058	0.388	0.060	0.389	0.065	0.370
L_{10}	0.052	0.320	0.048	0.318	0.052	0.311
L_{11}	0.046	0.401	0.048	0.396	0.053	0.389
L_{12}	0.037	0.264	0.039	0.267	0.052	0.264

Cuadro 17

CONTRASTES DE CANOVA-HANSEN
PGD: [5]; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\theta_j=\pi/6$			
	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0.75$	$\Theta_{12}=0.9$
L_f	0.662	0.284	0.056	0.017
	0.336	0.152	0.093	0.053
L_J	0.558	0.216	0.049	0.024
	0.304	0.133	0.079	0.052
$L_{\pi/6}$	0.977	0.895	0.722	0.572
	0.951	0.808	0.530	0.378
$L_{\pi/3}$	0.000	0.000	0.000	0.000
L_1	0.594	0.323	0.127	0.045
	0.656	0.402	0.182	0.089

NOTA: El primer resultado de cada casilla corresponde al contraste realizado con una amplitud de ventana m=5, mientras que el segundo es para m=13. Para el resto de casos m=5.

Cuadro 18

CONTRASTES DE CANOVA-HANSEN
PGD: [5]; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste	$\theta_j=\pi/6$			
	$\Theta_{12}=0$	$\Theta_{12}=0.5$	$\Theta_{12}=0.75$	$\Theta_{12}=0.9$
L_f	0.906 0.778	0.748 0.518	0.351 0.135	0.048 0.007
L_J	0.894 0.770	0.713 0.501	0.310 0.115	0.034 0.006
$L_{\pi/6}$	0.999 0.991	0.979 0.955	0.882 0.751	0.645 0.442
$L_{\pi/3}$	0.000	0.000	0.000	0.000
L_1	0.807	0.610	0.339	0.108

NOTA: El primer resultado de cada casilla corresponde al contraste realizado con una amplitud de ventana m=5, mientras que el segundo es para m=13. Para el resto de casos m=5.

Cuadro 19

CONTRASTES DE CANOVA-HANSEN
PGD: [6]; T=120. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste		ϕ_A			ϕ_B	
	δ=0	δ_A	δ_B	δ=0	δ_A	δ_B
L_f	0.067 0.190	0.062 0.172	0.067 0.197	0.216 0.326	0.231 0.350	0.212 0.345
L_J	0.057 0.174	0.068 0.177	0.057 0.183	0.206 0.318	0.218 0.339	0.203 0.338
$L_{\pi/6}$	0.080	0.094	0.081	0.131	0.140	0.130
$L_{\pi/3}$	0.039	0.044	0.040	0.273	0.291	0.270
$L_{\pi/2}$	0.185	0.203	0.187	0.100	0.104	0.109
$L_{2\pi/3}$	0.071	0.066	0.069	0.219	0.222	0.217
$L_{5\pi/6}$	0.063	0.068	0.062	0.471	0.496	0.467
L_{π}	0.180	0.206	0.179	0.041	0.038	0.042
L_1	0.059	0.062	0.059	0.192	0.217	0.192
L_2	0.051	0.057	0.051	0.097	0.106	0.097
L_3	0.039	0.039	0.041	0.056	0.053	0.060
L_4	0.082	0.083	0.078	0.166	0.183	0.176
L_5	0.082	0.088	0.079	0.162	0.164	0.168
L_6	0.117	0.128	0.114	0.053	0.053	0.049
L_7	0.121	0.131	0.121	0.389	0.419	0.389
L_8	0.083	0.084	0.082	0.167	0.170	0.162
L_9	0.078	0.075	0.078	0.080	0.083	0.081
L_{10}	0.104	0.103	0.100	0.262	0.290	0.264
L_{11}	0.113	0.127	0.116	0.340	0.354	0.330
L_{12}	0.039	0.036	0.039	0.051	0.055	0.051

NOTA: Para los estadísticos de contraste de hipótesis conjuntas el primer resultado de cada casilla corresponde al contraste realizado con una amplitud de ventana m=5, mientras que el segundo es para m=13. Para el resto de casos m=5.

Cuadro 20

CONTRASTES DE CANOVA-HANSEN (*m*=5)
PGD: [6]; T=240. Porcentaje de rechazos H_0

Contraste		ϕ_A			ϕ_B	
	$\delta=0$	δ_A	δ_B	$\delta=0$	δ_A	δ_B
L_f	0.084	0.096	0.083	0.570	0.588	0.586
L_J	0.084	0.090	0.084	0.569	0.593	0.577
$L_{\pi/6}$	0.092	0.093	0.094	0.346	0.364	0.346
$L_{\pi/3}$	0.034	0.035	0.033	0.506	0.526	0.526
$L_{\pi/2}$	0.216	0.230	0.218	0.203	0.223	0.216
$L_{2\pi/3}$	0.080	0.073	0.079	0.461	0.490	0.460
$L_{5\pi/6}$	0.035	0.037	0.035	0.720	0.733	0.717
L_{π}	0.240	0.258	0.237	0.039	0.038	0.041
L_1	0.066	0.067	0.069	0.439	0.456	0.462
L_2	0.062	0.065	0.062	0.297	0.338	0.305
L_3	0.044	0.051	0.042	0.054	0.056	0.060
L_4	0.127	0.138	0.128	0.413	0.454	0.434
L_5	0.081	0.076	0.083	0.396	0.410	0.406
L_6	0.154	0.166	0.149	0.097	0.104	0.107
L_7	0.117	0.133	0.112	0.618	0.646	0.645
L_8	0.050	0.050	0.051	0.270	0.296	0.283
L_9	0.062	0.063	0.062	0.063	0.070	0.065
L_{10}	0.114	0.114	0.114	0.465	0.526	0.472
L_{11}	0.117	0.121	0.116	0.561	0.593	0.562
L_{12}	0.079	0.077	0.080	0.196	0.217	0.195

REFERENCIAS

AHTOLA, J.A. y TIAO, G.C. (1987): "Distributions of least squares estimators of autoregressive parameters for a process with complex roots on the unit cercle". Journal of Time Series Analysis, 8, pp. 1-14.

BEAULIEU, J.J. y MIRON, J.A (1992): "A Cross Country Comparison of Seasonal Cycles and Bussiness Cycles". The Economic Journal, 102, pp. 772-788.

BEAULIEU, J.J. y MIRON, J.A. (1993): "Seasonal Unit Roots in Aggregated U.S. Data". Journal of Econometrics, 55, pp. 305-328.

CANOVA, F. y HANSEN, B.E. (1995): "Are Seasonal Patterns Constant over Time? A test for Seasonal Stability". Journal of Business and Economic Statistics. 13, 3, pp. 237-252.

CHAN, N.H. y WEI, C.Z. (1988): "Limiting Distributions of Least Squares Estimates of Unstable Autoregressive Processes". Annals of Statistics, 16, 1, pp. 367-401.

CHAREMZA, W. W. and E. M. SYCZEWSKA (1998): "Joint Application of the Dickey-Fuller and KPSS Tests". Mimeo. University of Leicester, U.K.

CLEMENTS, M.P y HENDRY, D.F. (1997): "An Empirical Study of Seasonal Unit Roots in Forecasting". International Journal of Forecasting. 13, 3, pp. 341-356.

DICKEY, D., HASZA, D.F. y FULLER, W. (1984): "Testing for Unit Roots in Seasonal Time Series". Journal of American Statistical Association, 79, 386, pp. 355-367.

FRANSES, P.H. (1991): *Model Selection and Seasonality in Time Series.* Tinbergen Institute series, nº 18.

FRANSES, P.H. (1994): "A Multivariate Approach to Modeling Univariate Seasonal Time Series". Journal of Econometrics, 63, 1, pp. 133-151.

FRANSES, P.H. (1996): *Periodicity y Stochastic Trends in Economic Time Series.* Oxford University Press.

FRANSES, P.H. y HOBIJN, B. (1997): "Critical Values for Unit Roots Tests in Seasonal Time Series". Journal of Applied Statistics, 24, pp. 25-47.

GHYSELS, E., LEE, H.S. y NOH, J. (1994): "Testing for Unit Roots in Seasonal Time Series". Journal of Econometrics, 62, pp. 415-442.

GHYSELS, E., LEE, H.S. y SIKLOS, P.L. (1993): "On the (Mis)Specification of Seasonality and its Consequences: An Empirical Investigation with US Data". Empirical Economics, 18, pp. 747-760. También en Dufour, J.M. y Raj, B. (1993): *New developments in Time Series Econometrics.* Physica-Verlag.

HOBIJN, B., FRANSES, P.H. y OOMS, M. (1998): "Generalizations of the KPSS-test for Stationarity". Econometric Institute Report, no. 9802/A.

HYLLEBERG, S. (1995): "Tests for Seasonal Unit Roots. General to Specific or Specific to General?". Journal of Econometrics, 69, pp. 5-25.

HYLLEBERG, S., ENGLE, R.F., GRANGER, C.W.J., YOO, B.S. (1990): "Seasonal Integration and Cointegration". Journal of Econometrics, 44, pp. 215-238. También en Cuadernos económicos del ICE, 44.

HYLLEBERG, S., JORGENSEN, C. y SORENSEN, N.K. (1993): "Seasonality in Macroeconomic Time Series". Emprirical Economics, 18, 2, pp. 321-35.

ILMAKUNNAS, P. (1990): "Testing the Order of Differencing in Quarterly Data: An llustrations of the Testing Sequence". Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 52, pp. 79-88.

JOYEUX, R. (1992): "Tests for Seasonal Cointegration Using Principal Components". Journal of Time Series Analysis, 13.

KWIATKOWSKY, D., PHILLIPS, P.C.B., SCHMIDT, P. y SHIN, Y. (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root". Journal of Econometrics, 54, pp. 159-178.

MARAVALL, A. (1996): "Short-Term Analysis of Macroeconomic Time Series". Banco de España. Servicio de Estudios. Documento de Trabajo 9607.

MARTÍN, F.J. (1993): "Cointegración e Integración Espacial de Mercados Agrarios". Tesi doctoral. Universidad de La Laguna.

MARTÍN, F.J. y CANO, V.J. (1995): "Una Nota sobre los Contrastes de Raíces Unitarias Estacionales". Documento de Trabajo, nº 63, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad de la Laguna. También como comunicación presentada a la IX reunión ASEPELT España. Santiago de Compostela.

MIRON, J.A. (1994): "The Economics of Seasonal Cycles". En Sims, C. (editor): *Advances in Econometrics. Sixth World Congress.* Vol 1. Cap. 6.

NEWEY, W.K. y WEST, K.D. (1987): "A Simple Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix". *Econometrica*, 55, pp. 703-708.

NG, S. y PERRON, P. (1995): "Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag". Journal of the American Statistical Association, 90, 429, pp. 268-281.

PHILLIPS, P.C.B. y OULIARIS, S. (1988): "Testing for Cointegration Using Principal Components Methods". Journal of Economic Dynamics and Control, 12, pp. 205-230.

SAID, S. y DICKEY, D. (1984): "Testing for Unit Roots in Autoregressive-Moving Average Models of Unknown Order". Biometrica, 71, pp. 599-607.

SANSÓ, A., PONS, E., ARTÍS, M. y SURIÑACH, J. (1997): "Análisis del Sesgo Producido en los Contrastes Univariantes de Phillpis-Ouliaris-Joyeux por la Utilización de Ventanas Espectrales". Documento de Trabajo E97/16 de la División II de la Universitat de Barcelona.

SCHWERT, G.W. (1987): "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots in Macroeconomic Data". Journal of Monetary Economics, 20, pp. 73-103.

SCHWERT, G.W. (1989): "Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation". Journal of Business and Economic Statistics, 7, 2, pp. 147-159.

SURIÑACH, J., ARTÍS, M., LÓPEZ, E. y SANSÓ, A. (1995): *Análisis Económico Regional. Nociones Básicas de la Teoría de la Cointegración*. Antoni Bosch Editor.

TAYLOR, A.M.R. (1997): "On the Practical Problems of Computing Seasonal Unit Root-Tests". International Journal of Forecasting. 13, 3, pp. 307-318.

FINITE SAMPLE PERFORMANCE OF SEASONAL UNIT ROOT TESTS FOR MONTHLY DATA

SUMMARY

In this paper we carry out a broad simulation experiment where the finite sample behaviour of two parametric seasonal unit root tests for monthly data is studied. In concrete, we analyse the performance of both the Franses (1991) and Canova and Hansesn (1995) procedures. We point out, among other facts, the large distortions in size caused by MA_s structures or by misspecification of the seasonal terms. We also show that the tests we study seem to be robust in front periodic seasonality. In this case, the problems are focused on the zero frequency although a decrease in power is also observed in the seasonal frequencies related with the variation of the periodic coefficients. Finally, we point out several facts not expected when we designed the simulation experiments that need future research.

Keywords: Seasonality, Unit Root Tests, Stationarity Tests, Monte Carlo Experiments.

AMS clasification: 60G10, 62E25, 62F03, 62F04