



**Universitat de les  
Illes Balears**

Facultad de Educación

**Memoria del Trabajo de Fin de Grado**

# Estrategias del cálculo mental

Antonia Rivera Robles

**Grado de Educación Primaria**

Año académico 2019-2020

DNI del alumno: 43481278 P

Trabajo tutelado por Miguel Romero Gutiérrez  
Departamento de Matemáticas

Se autoriza la Universidad a incluir este trabajo en el Repertorio Institucional para su consulta en acceso abierto y difusión en línea, con finalidades exclusivamente académicas y de investigación.	Autor		Tutor	
	Sí	No	Sí	No
	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Palabras claves del trabajo:

Cálculo mental, Estrategias del cálculo mental, Estrategias en las escuelas, Revisión Bibliográfica



## **Resumen**

Las matemáticas juegan un papel primordial en nuestro día a día, sobre todo el cálculo mental. El cual se observa desde hace años como se ha ido incrementado su importancia en el contexto educativo. Debido a este hecho, en este Trabajo de Final de Grado se realiza una revisión bibliográfica centrada en el estudio del cálculo mental y sus estrategias en los centros educativos. Focalizándose en la distinción de los diferentes tipos de cálculo mental, así como una recopilación de las estrategias más actuales y una siguiente categorización de las experiencias de diversos autores que han abarcado la temática durante años. Mediante la realización del presente trabajo, ha sido posible la consecución de los objetivos definidos, poner de manifiesto la situación docente actual y definir nuevas líneas de investigación para trabajos posteriores.

## **Palabras claves del trabajo:**

Cálculo mental, Estrategias del cálculo mental, Estrategias en las escuelas, Revisión Bibliográfica

## **Abstract**

Mathematics play a key role in our present days, especially mental calculation, which has been observed for years as its importance in the educational context has increased. Due to this fact, this PhD research deals with a bibliographic review focused on the study of mental calculation and its strategies in schools. Focusing on the distinction of the different types of mental calculation, as well as a compilation of the most current strategies and a following categorization of experiences of various authors who have covered the subject for years. By carrying out this work, it has been possible to achieve the defined objectives, to highlight the current teaching situation and define new lines of research for later work.

## **Keywords:**

Mental calculation, Mental calculation strategies, Strategies in schools, Bibliographic Review

## ÍNDICE

<b>1. Justificación .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Objetivos .....</b>	<b>4</b>
2.1. Objetivo general .....	4
2.2. Objetivos específicos.....	4
<b>3. Cálculo mental .....</b>	<b>5</b>
3.1. ¿Qué entendemos por cálculo mental?.....	5
3.2. Definiciones actuales.....	5
3.3. Cálculo mental en el ámbito educativo .....	7
<b>4. Metodología.....</b>	<b>8</b>
4.1. Marco metodológico .....	8
4.2. Metodología de la investigación .....	8
4.3. Identificación de variables .....	11
<b>5. Análisis de la investigación .....</b>	<b>16</b>
<b>6. Conclusiones .....</b>	<b>21</b>
<b>7. Nuevas líneas de investigación .....</b>	<b>22</b>
<b>8. Bibliografía .....</b>	<b>23</b>

## 1. Justificación

Actualmente las matemáticas pertenecen al lenguaje universal que permite establecer las bases de la ciencia y la tecnología. Por esta razón, es muy difícil intentar entender el mundo, tal y como lo conocemos, sin la ayuda de ellas (Mulero González et al., 2014).

Uno de los aspectos de las matemáticas, que podemos trabajar en el día a día, es el cálculo mental. Según Zumbado Castro (2012) se trata de un pensamiento rápido y ágil que es necesario desarrollar debido a que son muchas las situaciones cotidianas en las que lo precisamos, como puedan ser, hacer la suma del coste de todos los productos de la compra o aplicar el descuento sobre el precio de un artículo.

Tras apreciar la cotidianeidad del cálculo mental, la utilidad de este se ve reflejada en documentos internacionales, como por ejemplo en el *Informe PISA* (2017). Al igual que en la legislación actual tanto a nivel estatal, en la *LOMCE* (2013), como autonómica, en el *Decreto 32/2014 de 18 de julio, por el cual se establece el currículo de la educación primaria en las Illes Balears* (2014).

Esta legislación una vez implementada en las escuelas, se concreta en el desarrollo de diferentes estrategias personales. Las cuales pueden ir desde la utilización de elementos manipulativos hasta el uso de hechos conocidos para la deducción y resolución del problema (Barba Uriach & Calvo Pesce, 2015). Además, es importante que se continúe trabajando el cálculo mental en las aulas, debido a permite aportar nuevas formas de pensar y agilidad mental, favoreciendo que el alumno halle soluciones de manera más competitiva (Gómez-Rosales & Mireles-Medina, 2019).

A pesar de ser conocedores de la importancia y los beneficios de potenciar el desarrollo de las estrategias en los centros escolares, los docentes carecen de formación y conocimiento dentro del ámbito del cálculo mental. Causando así, una gran problemática actual en el profesorado al desconocer las múltiples tipologías de cálculo mental y no saber gestionar y/o fomentar las estrategias entre el alumnado (D. Godino et al., 2006).

Considerando todo lo anteriormente dicho, veo necesario profundizar en el concepto actual, identificar las tipologías y realizar una recopilación de las distintas estrategias con las que se trabaja el cálculo mental en las aulas, para así visualizar todas las posibles vías que tiene el alumno para resolver un problema de cálculo.

## **2. Objetivos**

### 2.1. Objetivo general

El objetivo de la investigación será identificar las estrategias con las que se trabaja el cálculo mental en los centros escolares hoy en día.

### 2.2. Objetivos específicos

- Realizar una revisión bibliográfica de las estrategias para trabajar el cálculo mental de los últimos 15 años.
- Identificar las diferentes tipologías del cálculo mental.

### **3. Cálculo mental**

En este punto nos centraremos en definir qué entendemos por “Cálculo mental”, las diferentes tipologías existentes y la contextualización de este en el ámbito educativo.

#### 3.1.¿Qué entendemos por cálculo mental?

Para abordar la cuestión y contextualizar el cálculo mental, es necesario empezar mencionando que este surge de las matemáticas prácticas que permiten resolver cuestiones cotidianas usadas tanto en la zona de Egipto y Babilonia, como en la antigua Grecia y en la Edad Media (Galán Atienza, 2012; Jiménez García, 2017).

Cabe remarcar que, en el medievo, en referencia al cálculo mental y en los libros de texto del siglo XIX, resurge con fuerza la teoría del filósofo y matemático Christian Wolf. El cual sostiene la división mental por facultades, como la memoria, la imaginación y el razonamiento; facultades que se constituyen y fortalecen mediante la práctica. Este hecho provocó que en el área de las matemáticas se impulsara la enseñanza del cálculo mental, aplicando los adjetivos oral y mental a numerosas cuestiones relacionadas con las operaciones (Gómez, 2011).

Siguiendo el impulso de la Edad Media, durante el siglo XX y el XXI se ha podido constatar que el cálculo mental favorece el sentido numérico, la atención, la concentración y la memoria; estableciéndose como un área de interés en los programas educativos actuales (Gálvez et al., 2011).

#### 3.2.Definiciones actuales

A nivel conceptual, en particular en los últimos años, son numerosos los autores que han realizado diferentes aportaciones a la definición de cálculo mental. A pesar de las discrepancias, es posible definir el cálculo mental como “la resolución de operaciones y problemas matemáticos sin la necesidad de utilizar algún instrumento o medio externo como lápiz, papel, calculadora o algún objeto que ayude a representar dicho enunciado” (Lemonidis, 2015 en Morales Cano, 2019, p. 11).

Además, diversos autores han profundizado en la temática, realizando una distinción a la hora de referirnos a la técnica empleada en el uso de las actividades. Diferenciando entre el cálculo mecánico y el cálculo reflexivo (Gómez, 2005; Jiménez Ibáñez, 2010; Ortega del Rincón et al., 2005) o entre el cálculo estimado y el cálculo aproximado (Gómez, 2005), de las cuales hablaremos posteriormente.

Las diferentes distinciones que se han realizado dentro del cálculo mental han propiciado la identificación de todo un conjunto de estrategias. A las cuales se definen como, la vía de cálculo que permite estudiar las transformaciones más apropiadas, valorar el resultado, determinar el orden de actuación e inspeccionar las posibilidades con el objetivo de obtener el resultado de una operación (Jiménez Ibáñez, 2009).

Una de las estrategias actuales de cálculo mental que se ha ido definiendo y promoviendo, ha sido la del ABN. Un método de cálculo Abierto Basado en Números, susceptible de utilizar plantillas en las cuales el alumnado coloca los números para la resolución de los problemas (Benito Alonso, 2015; Martínez Montero, 2011).

### *3.2.1. Tipologías de Cálculo mental*

Dentro del concepto de cálculo mental, es posible realizar la distinción de cuatro tipologías de cálculo, que se enmarcan en las definiciones aportadas por Gómez (2005), Ortega & Ortiz (2005) e Ibáñez (2009). Las cuales, se pueden definir de la siguiente manera:

#### ***Cálculo reflexivo***

Mecanismo en el que se utilizan diferentes procesos relacionados con los cálculos, los números y las operaciones para obtener la solución más adecuada. (Ortega & Ortiz, 2005; Pardo Abondano, 2016).

#### ***Cálculo mecánico***

Cálculo de manera automática que tiende a ser olvidado (Ortega & Ortiz, 2005; Pardo Abondano, 2016)

#### ***Cálculo estimado***

Tipo de cálculo mental que no trabaja con datos exactos, ya que estos son los resultados de un juicio o una valoración; se trata de números estimados (Gómez, 2005).



### ***Cálculo aproximado***

Tipo de cálculo mental que no trabaja con datos exactos ya que estos proceden de un instrumento de medida el cual siempre contiene un margen de error. Por tanto, este margen de error nos permite trabajar con datos y resultados aproximados (Gómez, 2005).

#### **3.3.Cálculo mental en el ámbito educativo**

La trascendencia y la importancia de trabajar el cálculo mental dentro del ámbito educativo se ha visto reflejada en las posteriores normativas, informes y decretos que han regido la enseñanza de las matemáticas y del cálculo mental tanto a nivel internacional, estatal como autonómico.

Por lo que se refiere a la documentación de carácter supranacional, cabe destacar, que el *Informe Cockcroft* (Cockcroft, 1985) afirmaba en la década de los 80 que, la falta de reconocimiento del cálculo mental en la asignatura de Matemáticas provocaba la decadencia del trabajo oral y mental en las clases. Evidenciando, que la promoción del cálculo mental debía ser una prioridad. Posteriormente, en la obra *Principios y Estándares para la Educación Matemática* se recalca el hecho de trabajar las estrategias de cálculo, debido a que los alumnos con edades comprendidas entre 5 y 8 años, van comprendiendo el significado de los números naturales y de las operaciones de suma y resta (Crespo Piqueres, 2014; NCTM, 2000).

Asimismo, a nivel internacional, es importante puntualizar que el *Informe PISA* sostiene que el cálculo mental se incluye dentro del razonamiento cuantitativo, siendo este el aspecto más importante (OCDE Publishing, 2017).

A nivel estatal, desde 2013 con la entrada en vigor de la *Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE)*, la asignatura de Matemáticas presenta un carácter troncal y define la importancia del cálculo mental en la Educación Primaria, al fomentar la capacidad de resolver con éxito las situaciones en las que intervengan números (Gobierno de España, 2013).

Finalmente, a nivel autonómico y por lo que se refiere al cálculo mental, centraremos este apartado en el Bloque 2 del *Anexo del Decreto 32/2014 de 18 de julio, por el cual se establece el currículo de la educación primaria en las Illes Balears*. En él se concretan de manera general, las operaciones entre números, la adquisición de algoritmos básicos, el conocimiento de la formación de diferentes tipos de número, las relaciones entre estos y sus aplicaciones. Cabe destacar que como contenido se matiza la elaboración y el uso de estrategias de cálculo mental (Govern de les Illes Balears, 2014).

#### **4. Metodología**

##### **4.1. Marco metodológico**

Durante el presente Trabajo de Fin de Grado se realizará una revisión bibliográfica sobre las diferentes estrategias que se utilizan en el cálculo mental, basándonos en el concepto de Luis Bernardo Peña (2010) que define la revisión bibliográfica como un documento escrito con la intención de realizar una síntesis de las lecturas hechas durante una investigación documental y que vendrá precedida de una investigación que permita valorar y realizar una categorización deductiva.

La investigación que se propone realizar viene detallada en la guía *La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes* bajo el concepto de *investigación básica*. Esta se define como aquella que permite profundizar en la elaboración de documentos, informes y artículos, que permitan incrementar el conocimiento sobre una realidad o un tema, sin pretender utilizar el conocimiento en la práctica de manera inmediata (Ministerio de Educación y Ciencia, 2007).

Siguiendo las recomendaciones del documento *Una propuesta metodológica para la realización de búsquedas sistemáticas de bibliografía* (Medina-Lopez et al., 2010) y la clasificación realizada por Villalonga (2015), es posible definir la Metodología de la Investigación del modo que se detallará a continuación.

##### **4.2. Metodología de la investigación**

###### **4.2.1. *Planteamiento del tema y definición de objetivos***

En un primer momento se planteó el tema a tratar en el presente Trabajo de Fin de Grado basándose en las diferentes estrategias que se utilizan en el cálculo mental, que se enmarca en la asignatura de las matemáticas.

Se definió el objetivo principal, siendo este identificar las estrategias actuales que permiten trabajar el cálculo mental en los centros escolares. Siendo complementado, al introducir dos objetivos específicos en referencia a la revisión bibliográfica de los últimos años y a las diferentes tipologías del cálculo mental.

#### 4.2.2. *Búsqueda y selección bibliográfica*

Se realizó una revisión bibliográfica, durante los meses comprendidos entre febrero de 2020 y junio de 2020, mediante la utilización de los principales buscadores en línea en materia de educación, *Google Academics*, Repositori Institucional de la UIB, *ResearchGate*, *SciELO*, *Mendeley Literature Search*, *Scribd*, *Google Books*, Buscador de la *Revista Suma* y Buscador de la *Revista Unión*.

Se aceptaron los artículos, libros y documentos de interés que presentaban cierta relevancia, publicados, principalmente, en los últimos años (desde el 2005 hasta la actualidad) e incluyendo informes, autores y publicaciones anteriores que permitan ofrecer indicios sobre la evolución del tema a desarrollar.

La investigación se hizo principalmente en el idioma español, debido a la trascendencia del cálculo mental en países de habla hispana, como Argentina, Chile, España, utilizando la lengua inglesa a la hora de aportar una visión global. Los términos utilizados para la realización de la búsqueda fueron: cálculo mental, estrategias, aritmética, algoritmos, beneficios, papel actual del cálculo mental, docencia, educación primaria, formación y relevancia.

##### 4.2.2.1. Muestra

Se han aceptado publicaciones que cumplieran los siguientes requisitos:

- Publicaciones posteriores al 2005, que fueran gratuitas o, que, debido a la situación provocada por la pandemia global, se encontrarán disponibles en el repositorio de la Universitat de les Illes Balears en idioma castellano, catalán o en inglés.
- Artículos que trataban el cálculo mental y las estrategias utilizadas en la actualidad.
- Legislación e informes que aporten al trabajo una visión global e histórica.
- Conferencias, festivales, blocs y trabajos académicos en los que se haga referencia a diferentes autores posteriores al 2005 y de gran relevancia en el ámbito.

Han sido excluidas publicaciones:

- Editadas con anterioridad al 2005 y que aporten información incluida en artículos posteriores.
- Datadas con anterioridad al 2005 y que no hayan sido citadas en documentos posteriores, al entender que no presentan la trascendencia suficiente en el ámbito de estudio.
- Que fundamentan el cálculo mental en el método ABN. A pesar de que el ABN se valora como un buen método para desarrollar una mayor competencia matemática, y por ello un mejor cálculo mental (Martínez Montero, 2011 en Torre Arce, 2019). Basándonos en la definición mencionada anteriormente, el cálculo mental no precisa del uso de materiales externos como lápiz, papel u otros recursos, por ende, durante el desarrollo de este trabajo el método ABN no será incluido como estrategia de cálculo mental.
- Que mencionan el cálculo mental y se prioriza el uso de la calculadora, ya que se considera la calculadora un instrumento que va en detrimento del cálculo mental.

Finalmente, se ha obtenido una muestra de 6 experiencias de diferentes autores que se detallan a continuación:

1. *Los métodos de cálculo mental vertidos por la tradición reflejada en los libros de aritmética* (Gómez Alfonso, 1995)
2. *Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza* (Mochón & Vázquez Román, 1995)
3. *Cálculo mental* (Ortega del Rincón et al., 2005)
4. *Estrategias de cálculo mental* (Jiménez Ibáñez, 2009)
5. *Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo* (Valencia Cifuentes, 2013)
6. *Calcular con números y no con dígitos* (Barba Uriach & Calvo Pesce, 2015)

#### 4.2.3. Redacción y desarrollo de la investigación

Fundamentándose en la búsqueda bibliográfica y los objetivos propuestos, se llevó a cabo la estructura y desarrollo de los contenidos, que consistió en la realización de diversas tablas que permitieron identificar las estrategias del cálculo mental que se trabajan en los centros escolares y que se presentarán en el punto 4.3. Identificación de variables.

#### 4.2.4. *Análisis y composición de la investigación*

Tras la identificación de las variables, se realizaron diferentes tablas que permitieron relacionar las estrategias de cálculo mental identificadas con las experiencias que las incluían, que vendrán expuesta en el punto 5. Análisis de la investigación.

Finalmente, tras las tablas que permitieron establecer la relación entre estrategia-experiencia, se llevó a cabo el análisis de la categorización propuesta, de la consecución de los objetivos y la utilidad que puede presentar este trabajo de cara a la formación del docente. A partir del análisis, se extrajeron las conclusiones más relevantes y se expusieron las nuevas líneas de investigación que se consideraron oportunas.

#### 4.3. Identificación de variables

En esta fase se expondrán las variables que consideramos para el trabajo, siendo estas, las diferentes estrategias identificadas en los diversos artículos revisados. Dichas estrategias serán, posteriormente, sujeto de estudio en el análisis de la categorización estrategia-experiencia propuesto en el punto 5. Análisis de la investigación.

Estas estrategias han sido incluidas en las siguientes cuatro tablas, una para cada operación (suma, resta, multiplicación y división), donde se identifica cada una de ellas con una definición y un ejemplo. Cada tabla está compuesta por 4 columnas, la primera en la cual se especifica la operación a la que va destinada, la segunda en la que se expone el nombre de la estrategia, la tercera en la que se define cada una de ellas y la cuarta en la que se precisa un ejemplo, con el objetivo de permitir visualizar el mecanismo utilizado para resolver la operación.

Cabe destacar que a cada tabla se le ha adjudicado un color con la finalidad de establecer una diferencia de manera visual entre ellas y, a la vez, permitiéndonos relacionarlas con las tablas estrategia-experiencia expuestas en el análisis. La suma presenta el color rojo ■, la resta el color verde ■, la multiplicación el color amarillo ■ y la división el color azul ■.

Estrategias de cálculo mental				
SUMA	Estrategia		Definición	Ejemplo
	Propiedad conmutativa		Alteración del orden de los factores, promoviendo sumar el menor al mayor (Jiménez Ibáñez, 2009).	$6+15 = 15+6 = 21$
	Conteo	Contar todo	Transformación de la suma en elementos contables que se irán contabilizando de uno en uno (Valencia Cifuentes, 2013).	$3+5 =$ $1+1+1+1+1+1+1 = 8$
		Contar desde el primero	Transformación del segundo factor de la suma en elementos contables que se irá “añadiendo” de uno en uno al primer sumando (Valencia Cifuentes, 2013).	$5+3 = 5+1+1+1 = 8$
		Series ascendentes	El segundo elemento de la suma se descompondrá en series de 2, 3, 5 o 10 (dependiendo de la operación) y se adicionarán hasta el resultado final (Jiménez Ibáñez, 2009).	$5+6 = 5+2+2+2 = 11$
	Doblar	Números consecutivos	Se calculará el doble del menor y al resultado sumaremos 1 (Jiménez Ibáñez, 2009).	$4+5 = 4+4+1 = 9$
		El número misterioso	Al calcular la suma de dos números “casi vecinos”, es posible calcular el resultado al realizar el doble del número que hay entre los sumandos (Jiménez Ibáñez, 2009).	$4+6 = 5+5 = 10$
	Descomposición	Suma de decenas y unidades	Suma progresiva de las unidades, decenas y centenas (Jiménez Ibáñez, 2009).	$38+125 =$ $38+100+20+5 =$ $163$
		Completo decenas	Si uno de los miembros es próximo a una decena, es posible descomponer un sumando de modo que se pueda completar el otro a la decena (Jiménez Ibáñez, 2009).	$38+125 =$ $38+2+123 =$ $40+123 = 163$
		Redondeo y compenso	Si el número termina en 8 o 9, resulta útil descomponer un factor como sustracción (Jiménez Ibáñez, 2009).	$38+125 =$ $40+125-2 = 165-2 = 163$
	Suma por columnas		Representación mental del algoritmo de lápiz y papel, sumando por columnas sin tener en cuenta el orden de las centenas, decenas y unidades (Jiménez Ibáñez, 2009).	$435+261 =$ $4+2, 3+6, 5+1 =$ $696$

**Tabla 1. Estrategias de cálculo mental de la suma.**

Estrategias de cálculo mental				
RESTAR	Estrategia		Definición	Ejemplo
	Recuento o conteo	Prueba de la resta	A partir del sustraendo, se debe realizar una cuenta hasta obtener el minuendo (Jiménez Ibáñez, 2009).	$16-12 = ?$ $12+? = 16$ $12+4 = 16$
		Contar hacía atrás	Partiendo del sustraendo, se realiza la cuenta hacía atrás hasta llegar al minuendo (Valencia Cifuentes, 2013).	$16-12 = ?$ $16-? = 12$ $16-4 = 12$
	Descomposición	Descompongo el sustraendo	Se debe restar del minuendo, ordenadamente las centenas, decenas, unidades del sustraendo o a la inversa (Jiménez Ibáñez, 2009).	$58-35 = 58-5-30$ $= 53-30 = 23$
		Redondeo y compenso	Si uno de los miembros es próximo a una decena, es posible redondear y sumar o restar tantas unidades del resultado como se necesite para compensar el redondeo anterior (Jiménez Ibáñez, 2009).	$58-35 = 60-35-2$ $= 23$
	Restar por columnas		Representación mental del algoritmo de lápiz y papel, restando por columnas sin tener en cuenta el orden de las centenas, decenas y unidades (Jiménez Ibáñez, 2009).	$463-251 =$ $4-2, 6-5, 3-1 =$ $212$

**Tabla 2. Estrategias de cálculo mental de la resta.**

Estrategias de cálculo mental				
MULTIPLICACIÓN	Estrategia		Definición	Ejemplo
	Propiedad conmutativa		Alteración del orden de los factores, promoviendo multiplicar el menor al mayor (Jiménez Ibáñez, 2009).	$25 \cdot 14 \cdot 2 =$ $25 \cdot 2 \cdot 14 =$ $= 28$
	Descomposición aditiva	A la suma	Descomposición de la multiplicación, como suma de tanto términos como indique uno de los factores (Valencia Cifuentes, 2013).	$122 \cdot 3 =$ $122+122+122 =$ $366$
		Descomposición y propiedad distributiva	Descomposición de un factor en sumas y restas a la que posteriormente se le aplica la propiedad distributiva (Jiménez Ibáñez, 2009).	$71 \cdot 4 = (70+1) \cdot 4$ $= 280+4 = 284$
	Compensación de factores		En el caso de que los dos factores sean pares, se divide el primero entre 2 y se multiplica el otro por 2, con el fin de obtener una operación más sencilla (Jiménez Ibáñez, 2009).	$12 \cdot 4 = 6 \cdot 8 = 48$
	Redondeo		Mediante la estimación, se redondea los términos con el fin de obtener un resultado orientativo (Jiménez Ibáñez, 2009).	$18 \cdot 32 \approx 20 \cdot 30$ $\approx 600$
	Multiplicaciones básicas	Potencias y múltiplos de 10	Al multiplicar por 10 o potencia de 10, se añadirán tantos ceros como tenga el factor por el que se multiplica (Jiménez Ibáñez, 2009).	$23 \cdot 1000$ $= 23000$
		Multiplicar por 5	Se calculará la mitad y se multiplicará por 10 (añadir un 0) (Jiménez Ibáñez, 2009).	$14 \cdot 5 = 7 \cdot 10$ $= 70$
		Multiplicar por 9	Al multiplicar por 9, es posible multiplicar por 10 y restar el número (Jiménez Ibáñez, 2009).	$20 \cdot 9 = 200-20$ $= 180$
		Multiplicar por 11	Al multiplicar por 11, es posible multiplicar por 10 y sumar el número (Jiménez Ibáñez, 2009).	$25 \cdot 11 = 250+25$ $= 275$

**Tabla 3. Estrategias de cálculo mental de la multiplicación.**



Estrategias de cálculo mental			
	Estrategia	Definición	Ejemplo
<b>DIVISIÓN</b>	Transformación de la división en multiplicación	Se transforma la división en una multiplicación de un número desconocido y se haya el resultado (Jiménez Ibáñez, 2009).	$16:4 = ?$ $4 \cdot ? = 16$ $? = 4$
	Simplificar a la mitad	El dividendo y el divisor se reducen a la mitad al dividir entre 2, haciendo más sencilla la operación (Valencia Cifuentes, 2013).	$12:4 = 6:2 = 3$
	Simplificar a la tercera parte	El dividendo y el divisor se reducen a la tercera parte al dividir entre 3, haciendo más sencilla la operación (Valencia Cifuentes, 2013).	$36:9 = 12:3 = 4$
	Dividir entre 10	Al dividir entre 10 o potencia de 10, se eliminarán tantos ceros o se moverá la coma hacía la izquierda si no hay 0, como ceros tenga el divisor (Jiménez Ibáñez, 2009).	$15600:100 = 156$ $178:100 = 1,78$
	Dividir entre 5 o 25	Equivaldrá a multiplicar por 2 y dividir entre 10 (Jiménez Ibáñez, 2009).	$140:5 = 280:10$ $= 28$
	Dividir por descomposición de factores	Se transformará la división en una sucesión de divisiones más sencillas (Jiménez Ibáñez, 2009).	$240:8 =$ $((240:2):2):2 = 30$

**Tabla 4. Estrategias de cálculo mental de la división.**

## 5. Análisis de la investigación y resultados

Siguiendo el orden descrito comenzaremos este punto presentando la relación entre autores y estrategias que trabajan en sus experiencias.

Se indicará en el eje vertical de las siguientes tablas las estrategias identificadas en el punto anterior, mientras que en el eje horizontal aparecerá el nombre del autor, así como la referencia bibliográfica de su artículo/experiencia.

A pesar de que en este Trabajo de Fin de Grado se ha realizado una revisión bibliográfica de los últimos 15 años (2005 - actualidad), se ha considerado incluir en el eje horizontal a Gómez (1995), Mochón y Vázquez Román (1995) con el objetivo de aportar una visión histórica de las estrategias de cálculo mental, pudiendo así realizar una comparación más amplia y con una mayor perspectiva.

Se marcará en la tabla con una “X” aquellas estrategias que trabaje tal autor; con un “?” marcaremos aquellas propuestas que no tenemos una seguridad completa de que se hayan trabajado, a pesar de que el autor lo dejar entrever.

De igual forma que en el punto 4.3. Identificación de variables, las estrategias de la suma presentarán el color rojo ■, las de la resta el color verde ■, las de la multiplicación el color amarillo ■ y las de la división el color azul ■.

Estrategias de cálculo mental								
SUMA	Estrategia	Gómez Alfonso, 1995	Mochón & Vázquez Román, 1995	Ortega del Rincón et al., 2005	Jiménez Ibáñez, 2009	Valencia Cifuentes, 2013	Barba Uriach & Calvo Pesce, 2015	
	Propiedad conmutativa	X		X	X		X	
	Conteo	Contar todo	X			X	X	
		Contar desde el primero	X			X	X	
		Series ascendentes	X		X	X	X	
	Doblar	Números consecutivos	?			X		X
		El número misterioso			X	X		?
	Descomposición	Suma de decenas y unidades	X	?	X	X	?	X
		Completo decenas	X	?	X	X		X
		Redondeo y compenso	X	X	X	X	?	X
Suma por columnas	X		X	X		X		

**Tabla 5. Relación entre autores y estrategias de cálculo mental de la suma.**

Estrategias de cálculo mental								
<b>RESTAR</b>	Estrategia		Gómez Alfonso, 1995	Mochón & Vázquez Román, 1995	Ortega del Rincón et al., 2005	Jiménez Ibáñez, 2009	Valencia Cifuentes, 2013	Barba Uriach & Calvo Pesce, 2015
	Recuento o conteo	Prueba de la resta	<b>X</b>		<b>X</b>	<b>X</b>		<b>X</b>
		Contar hacía atrás			<b>X</b>	?	<b>X</b>	
	Descomposición	Descompongo el sustraendo	<b>X</b>		<b>X</b>	<b>X</b>		
		Redondeo y compenso	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>		
	Restar por columnas		<b>X</b>		<b>X</b>	<b>X</b>		<b>X</b>

**Tabla 6. Relación entre autores y estrategias de cálculo mental de la resta.**

Estrategias de cálculo mental								
<b>MULTIPLICACIÓN</b>	Estrategia		Gómez Alfonso, 1995	Mochón & Vázquez Román, 1995	Ortega del Rincón et al., 2005	Jiménez Ibáñez, 2009	Valencia Cifuentes, 2013	Barba Uriach & Calvo Pesce, 2015
	Propiedad conmutativa		X		X	X		X
	Descomposición aditiva	A la suma	?	X	X	X	X	X
		Descomposición y propiedad distributiva	?	X	X		X	X
	Compensación de factores		X		X	X	X	
	Redondeo		X	X		X		X
	Multiplicaciones básicas	Potencias y múltiplos de 10	X	X	X	X		X
		Multiplicar por 5	X	X		X		
		Multiplicar por 9	X	X	X	X		
		Multiplicar por 11	X	X	X	X		

**Tabla 7. Relación entre autores y estrategias de cálculo mental de la multiplicación.**

Estrategias de cálculo mental							
DIVISIÓN	Estrategia	Gómez Alfonso, 1995	Mochón & Vázquez Román, 1995	Ortega del Rincón et al., 2005	Jiménez Ibáñez, 2009	Valencia Cifuentes, 2013	Barba Uriach & Calvo Pesce, 2015
	Transformación de la división en multiplicación		?	?	X		
	Simplificar a la mitad	X	X	X	X	X	X
	Simplificar a la tercera parte	?		?	X	?	
	Dividir entre 10	X	X		X		X
	Dividir entre 5 o 25	X	X		X		
	Dividir por descomposición de factores	X	X	X	X		

**Tabla 8. Relación entre autores y estrategias de cálculo mental de la división.**

## 6. Conclusiones

Durante el desarrollo del Trabajo de Fin de Grado, se ha podido constatar la importancia que presenta el cálculo mental, ahondar en el concepto e identificar las estrategias de cálculo mental utilizadas en ámbito educativo.

De acuerdo con el objetivo general **“Identificar las estrategias con las que se trabaja el cálculo mental en los centros escolares hoy en día”**, ha sido posible identificar un total de 30 estrategias enfocadas únicamente al cálculo mental, 10 en referencia a la suma, 5 a la resta, 9 a la multiplicación y 6 a la división, extraídas de un total de 2 autores, Jiménez Ibáñez y Valencia Cifuentes. Además, mediante la investigación y la categorización estrategia-experiencia, es posible asegurar que las estrategias de cálculo mental identificadas han sido utilizadas por autores desde el siglo XX hasta la actualidad, a pesar de haber seguido sistemas de clasificación diferentes.

En referencia al objetivo específico **“Realizar una revisión bibliográfica de las estrategias para trabajar el cálculo mental de los últimos 15 años”**, se ha podido alcanzar debido a que la revisión bibliográfica que se ha realizado ha sido fundamentada en documentos datados entre los años 2005 y 2020. Lo que nos permite afirmar que se trata de una revisión actual enmarcada dentro de los últimos 15 años, a pesar de que se hayan incluido documentos anteriores al 2005, con el objetivo de aportar una perspectiva histórica al contenido y permitiéndonos profundizar en el ámbito del cálculo mental.

En cuanto al objetivo específico **“Identificar las diferentes tipologías del cálculo mental”**, tras haber profundizado en el ámbito, se ha conseguido acotar el concepto y distinguir cuatro tipos de cálculo mental: el *cálculo reflexivo*, *cálculo mecánico*, *cálculo estimado* y *cálculo aproximado*.

Posteriormente, se considera que el cálculo mental, los cuatro tipos definidos y, en particular, sus estrategias; presentan un carácter personal, debido a que cada alumno utilizada una estrategia u otra bajo su criterio y sus habilidades. Por lo que es trabajo del personal docente, adquirir la formación para así fomentar el cálculo mental en las aulas.

Finalmente, con este Trabajo de Fin de Grado se pretende solventar la problemática expuesta en la justificación **“desconocer las múltiples tipologías de cálculo mental y no saber gestionar y/o fomentar las estrategias entre el alumnado”**, de modo que el profesorado disponga de 20 estrategias que puedan utilizar para incentivar el cálculo mental, de manera que el alumnado conozca y aplique la estrategia que más se adecúe a él.

### **7. Nuevas líneas de investigación**

Tras la redacción del Trabajo de Fin de Grado se ha apreciado como el cálculo mental ofrece un amplio abanico de posibilidades, permitiendo ser motivo de estudio para trabajos posteriores, tal y como se proponen a continuación:

1. Establecer la relación entre tipología de cálculo mental y sus correspondientes estrategias.
2. Hacer una recopilación más amplia de autores y experiencias, pudiendo así, comparar de manera gráfica y analítica, qué estrategia se trabaja con mayor frecuencia en el conjunto de las experiencias.
3. Realizar un proyecto didáctico, en el cual se planteen diferentes actividades que permitan trabajar el cálculo mental en base a las estrategias identificadas en este documento.
4. Llevar a cabo un estudio en diferentes contextos educativos, que permita establecer que estrategia de cálculo mental es la más utilizada por el alumnado, con el objetivo de adaptar el trabajo del docente a la realidad del aula.



## 8. Bibliografía

- Barba Uriach, D., & Calvo Pesce, C. (2015). Calcular con números y no con dígitos. *Revista Suma*, 73-81.
- Benito Alonso, M. B. (2015). *El método ABN: Algoritmos Abiertos Basado en Números* [Trabajo de Fin de Grado]. Universidad de Valladolid, Facultad de Educación.
- Bernardo Peña, L. (2010). *Proyecto de indagación - La revisión bibliográfica*. Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Psicología.
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las matemáticas sí cuentan: informe Cockcroft* (Centro de Publicaciones. Ministerio de Educación y Ciencia (ed.)).
- Crespo Piqueres, I. (2014). *El cálculo mental en Educación Primaria* [Trabajo de Fin de Grado]. Universidad de Almería, Facultad de Ciencias de la Educación.
- D. Godino, J., Font, V., & R. Wilhelmi, M. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Relime Número, Especial*, 131-155.
- Galán Atienza, B. (2012). *La historia de las matemáticas: de dónde vienen y hacia dónde se dirigen* [Trabajo de Fin de Máster]. Universidad de Cantabria.
- Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, É., Flores, X., Luci, G., Montoya, S., & Soto-Andrade, J. (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(1), 9-40.
- Gobierno de España. (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 295, 10 de diciembre, 97858-97921.
- Gómez-Rosales, M., & Mireles-Medina, A. (2019). Cálculo mental como estrategia para el aprendizaje de los contenidos matemáticos en la educación primaria. *Revista de Ciencias de la Educación*, 3(10), 8-19. <https://doi.org/10.35429/JESC.2019.10.3.8.19>
- Gómez Alfonso, B. (1995). Los métodos de cálculo mental vertidos por la tradición reflejada en los libros de aritmética. *Revista Uno - Revista de Didáctica de las Matemáticas: Probabilidad y estadística*.
- Gómez, B. (2005). La enseñanza del cálculo mental. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 4, 17-29.
- Gómez, B. (2011). L'evolució històrica del càlcul aritmètic i del seu ensenyament. *Perspectiva Escolar*, 355, 13-23.
- Govern de les Illes Balears. (2014). Decret 32/2014, de 18 de juliol, pel qual s'estableix el currículum de l'educació primària a les Illes Balears. *BOIB núm. 97, 165, 32921-33062*.
- Jiménez García, E. (2017). *Cálculo mental en Educación Primaria* [Trabajo de Fin de Grado]. Universidad de Jaén, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación.
- Jiménez Ibáñez, J. J. (2009). *Estrategias de cálculo mental*. <http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/downloads/estrategiasmental.pdf>
- Jiménez Ibáñez, J. J. (2010). Las tablas de cálculo: un método para trabajar el cálculo mental. *Sigma: Revista de Matemáticas*, 11-21.
- Lemonidis, C. (2015). Mental Computation and Estimation. En *Mental Computation and Estimation* (1st Edition). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315675664>
- Martínez Montero, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordon*, 63(4), 95-110.

- Medina-Lopez, C., Marin-Garcia, J. A., & Alfalla-Luque, R. (2010). Una propuesta metodológica para la realización de búsquedas sistemáticas de bibliografía (A methodological proposal for the systematic literature review) . *WPOM-Working Papers on Operations Management* , Vol 1, No. <https://doi.org/10.4995/wpom.v1i2.786>
- Ministerio de Educación y Ciencia. (2007). *La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes.*
- Mochón, S., & Vázquez Román, J. (1995). Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza. *Educación Matemática.*
- Morales Cano, L. N. (2019). *Efectos de estrategias metodológicas basadas en el juego de azar para el desarrollo del cálculo mental de operaciones básicas en niños de cuarto grado* [Tesis]. Universidad César Vallejo, Facultad de Educación e Idiomas.
- Mulero González, J., Segura Abad, L., & Sepulcre Martínez, J. M. (2014). *Las matemáticas de nuestra vida* (1ª Edición). Publicacions de la Universitat d'Alacant.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: An Overview.* National Council of Teachers of Mathematics.
- OCDE Publishing. (2017). Marco de Evaluación y de Análisis de Pisa para el Desarrollo - Lectura, matemáticas y ciencias. *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, Versión preliminar.*
- Ortega del Rincón, T., Ortiz Vallejo, M., & Gómez Monge, D. (2005). *Cálculo mental* [Material Didáctico]. Universidad de Valladolid, Departamento de Análisis Matemático y Didáctica de la Matemática.
- Ortega, T., & Ortiz, M. (2005). Un recurso para la enseñanza-aprendizaje del cálculo mental. *IX SIMPOSIO SEIEM, Córdoba 2005.*
- Pardo Abondano, A. (2016). *¿Y qué del Cálculo mental?* [Trabajo de Fin de Grado]. Universidad Pedagógica Nacional.
- Torre Arce, F. (2019). *El método abierto basado en números (ABN) como potenciador del cálculo mental.* [Trabajo de Fin de Grado]. Universidad de Cantabria, Facultad de Educación.
- Valencia Cifuentes, E. (2013). Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo. *Números - Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 5-23.
- Villalonga Navarro, C. (2015). *Revisión bibliográfica sobre la eficacia de los métodos de enseñanza de la lectoescritura* [Trabajo de Fin de Grado]. Universitat de les Illes Balears, Facultad de Educación.
- Zumbado Castro, M. (2012). Ejercicios y juegos para desarrollar el cálculo mental. *VIII Festival Internacional de Matemática.*