



**Universitat**  
de les Illes Balears

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

# **EFFECTOS DE DECOHERENCIA EN EL TRANSPORTE CUÁNTICO DE SISTEMAS TOPOLÓGICOS**

**Sergi Vidal Segura**

**Grado de Física**

**Facultad de Ciencias**

**Año Académico 2019-20**



# **EFFECTOS DE DECOHERENCIA EN EL TRANSPORTE CUÁNTICO DE SISTEMAS TOPOLÓGICOS**

**Sergi Vidal Segura**

**Trabajo de Fin de Grado**

**Facultad de Ciencias**

**Universidad de las Illes Balears**

**Año Académico 2019-20**

Palabras clave del trabajo:

Transporte, Cuántico, Topológico

*Nombre Tutor/Tutora del Trabajo: María Rosa López Gonzalo*

*Nombre Tutor/Tutora (si procede): María Rosa López Gonzalo*

Se autoriza la Universidad a incluir este trabajo en el Repositorio Institucional para su consulta en acceso abierto y difusión en línea, con fines exclusivamente académicos y de investigación

| Autor                               |                          | Tutor                               |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| Sí                                  | No                       | Sí                                  | No                       |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



## Resumen

Este trabajo se centra en el estudio de las propiedades de transporte de un sistema topológico bajo la acción de un demonio de Maxwell, compuesto por dos reservorios de electrones en los extremos y un punto cuántico en su interior. Se centra en la influencia que tiene el demonio sobre la corriente eléctrica, capaz de conducir carga en sentido contrario a la diferencia de potencial, sin violar la segunda ley de la termodinámica, gracias a la información que extrae de este. Finalmente, se estudia como la acción del demonio se ve afectada por fluctuaciones externas que interaccionan con el sistema.

# Índice

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Introducción</b>                                       | <b>7</b>  |
| 1.1. Sistemas confinados . . . . .                           | 7         |
| 1.1.1. Interacción de Coulomb . . . . .                      | 8         |
| 1.2. Sistemas Topológicos. Efecto Hall Cuántico . . . . .    | 11        |
| 1.3. Demonio de Maxwell . . . . .                            | 11        |
| 1.4. Teoría de la $P(E)$ . . . . .                           | 13        |
| <b>2. Sistema</b>  | <b>14</b> |
| 2.1. Implementación del demonio de Maxwell . . . . .         | 16        |
| <b>3. Sistema de Unidades Naturales</b>                      | <b>17</b> |
| <b>4. Modelo Teórico</b>                                     | <b>17</b> |
| 4.1. Tasas de transición . . . . .                           | 18        |
| 4.1.1. Tasas de transición en ausencia de entorno . . . . .  | 19        |
| 4.1.2. Tasas de transición en presencia de entorno . . . . . | 20        |
| 4.1.3. Tasas de transición con demonio de Maxwell . . . . .  | 20        |
| 4.2. Propiedades del transporte cuántico . . . . .           | 20        |
| 4.2.1. Corriente de Carga . . . . .                          | 21        |
| 4.2.2. Corrientes de energía y calor . . . . .               | 21        |
| 4.2.3. Flujos de entropía . . . . .                          | 22        |
| 4.3. Eficiencia . . . . .                                    | 23        |
| <b>5. Resultados</b>   | <b>23</b> |
| 5.1. Sin entorno . . . . .                                   | 23        |
| 5.2. Con entorno . . . . .                                   | 29        |
| <b>6. Conclusiones</b>                                       | <b>31</b> |

# 1. Introducción

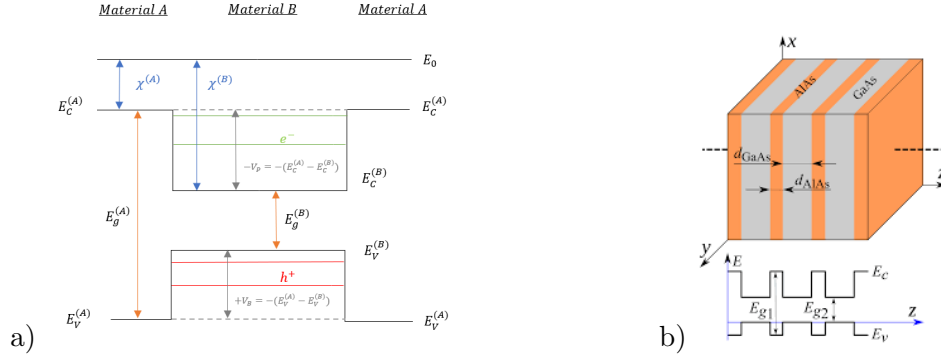
Actualmente, entendemos que lo que vemos en el día a día a gran escala está formado por partículas más pequeñas (átomos). De este modo, tener el control de cada una de estas partículas tendría muchas aplicaciones útiles. El estudio del átomo empezó hace 150 años. Fue Richard Feynman en “There’s Plenty of Room at the Bottom” [2] quien estableció las bases de la Nanociencia proponiendo crear dispositivos (nanoestructuras) capaces de controlar lo que ocurre a pequeña escala, desde unos pocos nanómetros hasta unos cientos o miles [6].

Siguiendo la ley de Moore [24], aproximadamente cada tres años se cuadruplica el número de transistores que pueden colocarse en un solo chip de circuito integrado. Esto ha llevado a la miniaturización de los componentes eléctricos principalmente usados en computación. De este modo, estudiar la manera de conseguir dispositivos más rápidos y potentes se traduce en estudiar dispositivos cada vez más pequeños, principalmente en la escala de nanómetros. Pero a una escala tan pequeña los efectos cuánticos tienen un efecto importante sobre el comportamiento del sistema, de manera que hay que incluirlos en su descripción [7], como el efecto Hall cuántico o el efecto túnel. De hecho, son estos efectos los que dan lugar a comportamientos novedosos que no se tienen a gran escala. Normalmente nos movemos a bajas temperaturas, de forma que estos efectos no queden enmascarados. Este trabajo se centra en el transporte cuántico, que trata de estudiar el comportamiento y las propiedades del flujo de carga o calor a través de un sistema cuántico [14]. Para ello, es necesario caracterizar la nanoestructura. En concreto, vamos a ver como se comportan dichos flujos en sistemas topológicos acoplados a dos reservorios y en los que hay un punto cuántico. Además, trataremos de implementar un demonio de Maxwell para el funcionamiento de estos sistemas. Empezaremos introduciendo los sistemas confinados en la sección 1.1, en especial el punto cuántico y los sistemas topológicos [sección 1.2]. Finalmente, introduciremos la interacción de Coulomb en el punto cuántico, el demonio de Maxwell [sección 1.3] y estudiaremos como afecta un entorno al sistema [Teoría de la P(E) en la sección 1.4]

## 1.1. Sistemas confinados

Los efectos cuánticos también pueden ser usados en la fabricación de ciertos nanosistemas llamados sistemas confinados, los cuales restringen el movimiento de las partículas en ciertas direcciones del espacio. Partiendo de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo,  $[\frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{r})]\psi = E\psi$ , obtenemos la solución de partícula libre para  $V(\mathbf{r}) = 0$ , mientras que para un electrón en un pozo de potencial obtenemos estados estacionarios vinculados a niveles discretos de energía. De esta manera, aplicando un potencial adecuado en una dirección dada, podemos confinar el movimiento de los electrones a dicha dirección. Una manera de hacerlo es poniendo en contacto distintos materiales semiconductores con distinto *band gap*. De esta manera, la diferencia entre las bandas de conducción y de valencia actuará de potencial confinante, como se muestra en la Fig. 1a. Un ejemplo sería la superposición de láminas de GaAs y AlAs, como se muestra en la Fig. 1b. En este caso resultaría un pozo cuántico donde los portadores podrían moverse libremente en un plano de dos dimensiones en las direcciones  $x, y$ , pero no en el eje  $z$ . Tendríamos una función de onda  $\psi(x, y, z) = \phi(x)\chi(y)\eta(z) = \phi_{k_x}(x)\chi_{k_y}(y)\eta_{n_z}(z) = \psi_{k_x, k_y, n_z}(x, y, z)$ , donde en el plano  $xy$  tendríamos ondas planas (partícula libre)  $e^{i(k_x, k_y)(x, y)}$  y en el eje  $z$  estados estacionarios cuantizados por  $n_z$ . Su energía sería  $E = E_{n_z}(k_x, k_y) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m^*} + E_{n_z}$ , donde  $E_{n_z}$  serían los niveles de energía que confinan el movimiento en el eje  $z$ , y  $\frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m^*}$  la energía de partícula libre con momento  $k_x$  y  $k_y$  en el plano  $xy$  [6].

Así, podemos ir reduciendo dimensiones al sistema. Según las dimensiones de nuestro sistema, obtenemos los distintos tipos de nanoestructuras: gases de electrones de dos dimensiones, donde los portadores se mueven en un plano, hilos cuánticos de una dimensión, y los puntos



**Figura 1:** a) Esquema de las bandas de conducción y de valencia de dos materiales A y B,  $E_C^{(A)}$ ,  $E_V^{(A)}$ ,  $E_C^{(B)}$ , y  $E_V^{(B)}$ , con afinidades electrónicas  $\chi^A < \chi^B$  y *band gap*  $E_g^{(A)} > E_g^{(B)}$  justo antes de la unión. El pozo de potencial confina a los electrones, mientras que las barreras confinan huecos, debido a que estos últimos tienen una masa efectiva negativa. b) Superposición de capas de GaAs y AlAs que dan lugar a un potencial que confina el movimiento de los portadores en el eje  $z$ .

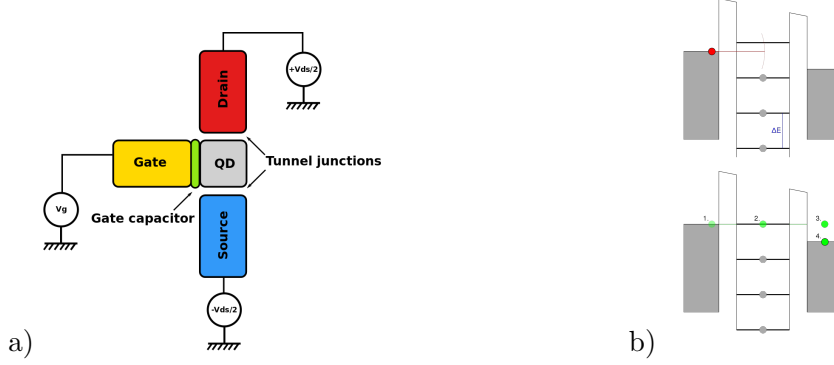
cuánticos de cero dimensiones. Estos últimos son de especial interés para nuestro trabajo. En estos sistemas, se confina el movimiento de los portadores en todas las dimensiones, de manera que quedan en estados totalmente cuantizados, con niveles de energía totalmente discretos,  $E = E_{n_x, n_y, n_z}$ , parecido a lo que tenemos en un átomo [7]. Notamos que las cero dimensiones del sistema son una idealización. Podríamos modelarlo como una esfera muy pequeña (quasi-0D), con un radio del orden de nanómetros, de manera que desde el punto de vista macroscópico se ve como un punto (0D). Puesto que está formado por niveles discretos de energía  $E_i$ , la densidad de estados del punto cuántico  $\rho_d$  viene dada por deltas de Dirac a las energías  $E_i$  correspondientes a los distintos niveles,  $\rho_d(E) = \sum_i \delta(E - E_i)$  [6]. En nuestro caso, consideraremos un solo nivel de energía disponible para el transporte, por lo que  $\rho(E) = \delta(E - E_d)$ .

Los puntos cuánticos pueden tener diversas aplicaciones. Al tener solo niveles totalmente discretos, pueden usarse como impurezas: las partículas pueden entrar en los distintos niveles vacíos (impureza aceptora) o salir de los niveles ocupados (impureza donadora). Otro ejemplo sería su utilidad en la computación cuántica, donde un electrón que pudiera estar en una superposición de estados correspondientes a dos niveles discretos del punto cuántico podría ser pensado como un *qubit* [14]. En otro lugar, pueden hacer el papel de una de las placas de un condensador de placas paralelas por su capacidad de acumular carga. Este puede acoplarse capacitivamente a un electrodo, llamado *gate*, con el que se puede controlar el potencial eléctrico del punto cuántico y, por lo tanto, sus niveles energéticos. Acoplando el punto cuántico a reservorios de electrones mediante barreras túnel (utilizando materiales aislantes) es posible hacer pasar a través de él electrones de uno en uno, como se ve en la Fig. 2b, en el que la repulsión electrostática da lugar al bloqueo de Coulomb.

### 1.1.1. Interacción de Coulomb

Los puntos cuánticos tienen dimensiones en la escala de los nanómetros. De esa manera, a tan pequeña distancia, si la temperatura es del orden de pocos kelvin o menos, la interacción de Coulomb entre las cargas puede tener importantes efectos en el transporte cuántico. Consideramos un caso sencillo en el que un punto cuántico como el de la Fig. 3 está conectado a dos reservorios de electrones y posee un nivel activo para el transporte a energía  $\epsilon_d$  (el resto de niveles están ocupados). La ocupación electrónica del punto cuántico es de 0 o 1 electrón

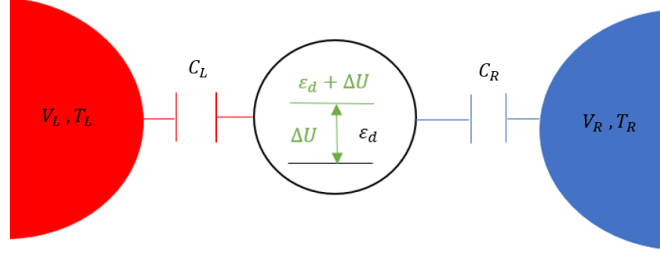




**Figura 2:** a) Esquema de un transistor de electrón único, con un punto cuántico como isla conductora. b) Esquema de la transmisión de un único electrón de izquierda a derecha a través del punto cuántico. El dibujo superior muestra el estado en el que el paso del electrón está bloqueado, mientras que el dibujo inferior muestra la situación en que se le aplica una tensión positiva al *gate*, de manera que los niveles de energía del punto cuántico bajan, y el electrón de la izquierda puede transmitirse.

(estados  $|0\rangle$  o  $|1\rangle$ ). Los potenciales químicos de los reservorios de la izquierda y de la derecha son  $\mu_L = E_F + eV_L$  y  $\mu_R = E_F + eV_R$ , con  $E_F$  la energía de Fermi en común. La energía necesaria para que un electrón de los reservorios tunele resonantemente al punto cuántico está dada por el potencial químico de dicho punto. Para calcularlo, procedemos de la siguiente manera. Si no existiera interacción con el resto de las cargas, el electrón se transmitiría al nivel con energía  $\epsilon_d$ . Si hay carga  $Q$  en el punto cuántico, esta interacciona con el electrón, de manera que su energía no es solo  $\epsilon_d$  sino que también la energía debida a la interacción,  $\Delta U$ . Si en ausencia del electrón la energía electrostática es  $U(Q)$  y en presencia de este es  $U(Q + e)$ , entonces la energía de interacción que le corresponde al electrón es  $\Delta U(Q) = U(Q + e) - U(Q)$ , por lo que el nivel vacío del punto cuántico se renormaliza de acuerdo a  $\epsilon(Q) = \epsilon_d + \Delta U(Q)$ . Más general, al transmitirse una carga  $dQ$  en presencia de una carga  $Q$  su energía en el punto cuántico será  $\epsilon(Q) = \epsilon_d + dU(Q)$ , donde  $dU(Q) = U(Q + dQ) - U(Q)$ . La carga es un número entero de la carga elemental del electrón,  $e$ , de manera que  $Q = Ne$   $dQ \rightarrow \Delta Q = N + 1 - N = 1$ , que equivale a decir que el mínimo cambio en la carga se da por la entrada o salida de un electrón. De este modo, el nivel del punto cuántico cambia una cantidad  $\Delta U = U((N + 1)e) - U(Ne)$  en presencia de un electrón extra causado por la interacción electrostática, por lo que el nivel será  $\epsilon((N + 1)e) = \epsilon_d + U((N + 1)e) - U(Ne)$ . Esta última cantidad es de especial interés, ya que nos dice como va variando el nivel de energía del punto cuántico a medida que vamos agregando un electrón debido a la interacción electrostática. El potencial químico es la energía mínima que cuesta meter o sacar una partícula en un sistema, que tiene que "adquirir" o "perder", es decir, la energía del último nivel ocupado a temperatura idealmente 0. En un sistema con un único nivel disponible, su energía coincide con el potencial químico del sistema, ya que solo influye esa energía si se quiere entrar/salir al/del nivel. Si queremos que la partícula tenga dicha energía (entrar al nivel), tiene que "adquirirla", y si la tiene y queremos que no la tenga (salir del nivel), tiene que "perderla". Cuanto mayor es el potencial químico (último nivel ocupado más elevado), más cuesta meter un electrón y más difícil se vuelve su transporte. Es este aumento de energía  $\Delta U$  a causa de la interacción que aumenta el potencial químico del punto cuántico y bloquea el transporte de los electrones en la Fig. 2b arriba (bloqueo de Coulomb), dado que la energía con la que salen los electrones de los reservorios  $L, R$  ( $\mu_{L,R}$ ) es inferior a la energía que se necesita para que estos entren al punto cuántico ( $\mu_d$ ). Este bloqueo permite controlar el paso de los electrones uno a uno.

La energía de carga tiene un valor que depende del valor discreto de cargas que se transfieren.



**Figura 3:** Esquema del efecto de la interacción coulombiana en el punto cuántico sobre sus niveles de energía en un sistema formado por un punto cuántico con un nivel de energía  $\epsilon_d$  acoplado capacitivamente a dos reservorios  $L$  y  $R$  con potenciales  $V_L$  y  $V_R$  y capacitancias  $C_L$  y  $C_R$ , respectivamente.

Sin embargo, el hecho de que el punto cuántico esté conectado a dos fuentes de carga como son los reservorios a potenciales  $V_L$  y  $V_R$  da lugar a lo que se llama carga de polarización. A continuación, detallamos esta contribución al potencial químico del punto cuántico. Para cada uno de los reservorios  $i = L, R$ , describimos la ecuación de Poisson discretizada mediante un modelo de capacitancias. Aquí  $\phi$  es el potencial interno del punto cuántico que verifica

$$Q_i = C_i(\phi - V_i) \quad (1)$$

La carga total será  $Q = \sum_i Q_i$ . De aquí obtenemos que:

$$\phi = \frac{Q}{C} + \frac{C_L V_L + C_R V_R}{C} \quad (2)$$

Donde  $C$  es la capacitancia total,  $C = C_L + C_R$ . La energía electrostática asociada al potencial interno del punto cuántico está dada por

$$U(Q) = \int_0^Q \phi(Q') dQ' = \frac{Q^2}{2C} + \frac{C_L V_L + C_R V_R}{C} Q = \frac{(Ne)^2}{2C} + \frac{C_L V_L + C_R V_R}{C} (Ne) \quad (3)$$

Al primer término se le conoce energía de carga  $E_c = \frac{(Ne)^2}{2C}$ . Para un sistema de  $N$  electrones con carga  $Q = Ne$ , el potencial químico  $\mu_d(Ne)$  se define como la energía necesaria para meter (sacar) un electrón al (del) siguiente nivel vacío (último nivel ocupado). Así, lo obtenemos como

$$\mu_d(N) \equiv \epsilon = \epsilon_d + U((N+1)e) - U(Ne) \quad (4)$$

Operando llegamos a que

$$\mu_d(N) = \epsilon_d + \frac{e^2}{2C} + \frac{Ne^2}{C} + \frac{C_L V_L + C_R V_R}{C} \quad (5)$$

Para un sistema que involucra el transporte de un electrón ( $N = 0$ ),  $\Delta U(N \rightarrow N+1) = \Delta U(0 \rightarrow 1)$ , obtenemos

$$\mu_d = \left(\epsilon_d + \frac{e^2}{2C}\right) + \frac{C_L e V_L + C_R e V_R}{C} \equiv \tilde{\epsilon}_d + \frac{C_L e V_L + C_R e V_R}{C} \quad (6)$$

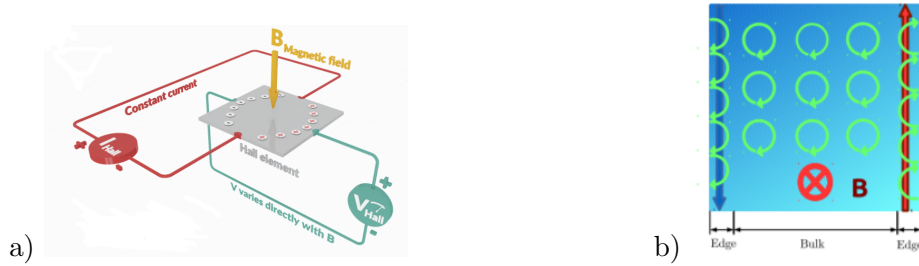
donde se renormaliza el nivel del punto cuántico  $(\epsilon_d + \frac{e^2}{2C}) \rightarrow \tilde{\epsilon}_d$ .

Para que pueda darse el transporte de manera secuencial, hay que tener en cuenta dos condiciones. La primera, que la temperatura tiene que ser lo suficientemente pequeña para que la energía de los electrones en los reservorios no pueda superar el nivel del punto cuántico  $\epsilon_d + \Delta U$  cuando está en bloqueo. En caso contrario, los electrones podrían superar la barrera y no se bloquearía su paso. Así, la energía de carga para un sistema con un electrón ( $N = 1$ ) tiene

que ser más grande a la energía térmica,  $E_c = \frac{e^2}{2C} \gg k_B T$ . Además, la probabilidad de túnel  $\Gamma$  no debe de ser muy alta. Es decir, a los electrones les tiene que costar lo suficiente tunear para pasar de uno en uno, por lo que la resistencia de túnel  $R_t$  (proporcional a  $\frac{1}{\Gamma}$ ) tiene que ser lo suficientemente alta. Si pensamos la unión como un circuito RC con capacitancia  $C$  y resistencia  $R_t$ , el tiempo medio de descarga es de  $\Delta t = CR_t$ . Siguiendo el principio de incertidumbre de Heisenberg,  $\Delta E \Delta t \equiv \frac{e^2}{2C} CR_t = \frac{R_t e^2}{2} \geq \frac{\hbar}{2} \rightarrow R_t \equiv \frac{\hbar}{e^2}$ . Es decir, la resistencia de túnel tiene que ser grande comparada con la resistencia universal,  $R_t \gg R_Q = \frac{\hbar}{e^2}$  [7].

## 1.2. Sistemas Topológicos. Efecto Hall Cuántico

Las cargas en movimiento en presencia de un campo magnético sufren una fuerza de Lorentz perpendicular a la velocidad y al campo magnético,  $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , de manera que la trayectoria de las cargas se desvía. Para una velocidad puramente perpendicular, la trayectoria es puramente circular (órbita ciclotrónica), con una frecuencia  $\omega = \frac{qB_{\perp}}{m}$  conocida como frecuencia de ciclotrón. Cuando se confina un gas de electrones en un sistema bidimensional en presencia de un campo magnético, se observa que aparece una diferencia de potencial de manera transversal. La explicación mecánico-clásica se basa en que las cargas se desvían hacia los bordes debido a la fuerza de Lorentz, como se muestra en la Fig. 4a. En sistemas cuánticos la fenomenología es diferente ya que aparecen estados discretos que se denominan niveles de Landau.



**Figura 4:** Esquemas del Efecto Hall Clásico (a) y Cuántico (b) que sufre un sistema bidimensional cuando las cargas se mueven a través de él en presencia de un campo magnético fuerte  $\mathbf{B}$ . En el primero, las cargas se desvían hacia los bordes; mientras que en el segundo las que se encuentran en el interior siguen órbitas cerradas, y en los bordes siguen semiórbitas que saltan formando canales de propagación unidimensional en direcciones opuestas. [Fuente: [7]]

El hamiltoniano de un electrón con carga  $q = -e$  en un campo magnético  $\mathbf{B} = B\mathbf{z}$  descrito por un potencial vector  $\mathbf{A} = -\frac{1}{2}\mathbf{r} \times \mathbf{B} = -\frac{B}{2}(y, x)$  y potencial escalar  $\Phi=0$  (siguiendo el Gauge de Landau) se escribe como  $H = \frac{1}{2m}(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 = -\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m}(\partial_x^2 + \partial_y^2) + \frac{e\hbar B}{4\pi m}L_z + \frac{e^2 B^2}{8mc^2}(x^2 + y^2)$ . El último término se asocia con las órbitas debido al factor  $x^2 + y^2$ . Las energías de los electrones en estas órbitas están cuantizadas en niveles discretos (niveles de Landau)  $\rightarrow \epsilon_j = \frac{e\hbar}{mc}B(j + \frac{1}{2})$ , donde  $j = 0, 1, 2, \dots$ , con una degeneración  $\frac{S}{2\pi} \frac{eB}{\hbar c}$ , siendo  $S$  el área del plano en el que se mueven. Así, para  $B$  muy grande, la degeneración de cada nivel de Landau es alta, por lo que todos los electrones del interior del plano se disponen en niveles de Landau. De este modo, en los bordes no pueden completarse las órbitas, y se generan estados de borde, donde los electrones se transportan en una sola dirección (estados quirales) dando “saltos” de una órbita a otra, como en la Fig. 4b. Con este proceso obtenemos sistemas que son aislantes en el centro y conducen carga por los bordes  $\rightarrow$  sistemas topológicos.

## 1.3. Demonio de Maxwell

La segunda ley de la termodinámica nos dice en que sentido ocurren las cosas: no puede transmitirse energía de un sistema a otro más caliente sin que no ocurra nada más. Es por eso que

una máquina no puede trabajar en ciclos transformando todo el calor en trabajo: para recuperar su estado inicial se necesita energía que no puede ser transferida al sistema caliente en forma de calor sin usar trabajo. De este modo, la eficiencia en una máquina tiene un límite superior, reescribiendo esta ley de la siguiente manera: una máquina térmica que trabaje en ciclos tiene una eficiencia igual o inferior a la eficiencia de una máquina de Carnot, donde el proceso se realiza sin pérdidas (de manera cuasiestática y reversible)  $\rightarrow \eta \leq \eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ , donde  $T_1$  es la temperatura del foco caliente y  $T_2$  la del foco frío. Cuando no es reversible, la eficiencia es menor porque una parte de la energía no puede usarse para hacer trabajo debido a la irreversibilidad. Al ser la eficiencia de una máquina  $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}$ , con  $Q_1$  y  $Q_2$  el calor transferido por los focos caliente y frío, respectivamente, llegamos a que  $\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \equiv \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$ , consiguiéndose la igualdad en el caso reversible, definiendo así una nueva función de estado llamada entropía  $\rightarrow dS = \frac{dQ_R}{T}$ . Escribimos la segunda ley en términos de entropía:  $\Delta S_{U_{universo}} \geq 0$ . En el caso irreversible, la igualdad no se cumple, disminuyendo la eficiencia de la máquina. De esta manera, el trabajo perdido está relacionado con la entropía como  $dW_{Perdido} = T dS_{U_{universo}}$ . Más adelante, la mecánica estadística definió la entropía como un contador de microestados,  $S = K_B \ln(\Omega)$  (entropía de Boltzmann), siendo  $\Omega$  el número de microestados en los que puede encontrarse el sistema. Puede interpretarse así como la aleatoriedad, desorden o “caos” (microscópico) de un sistema. Vemos ahora que, en un proceso irreversible, una parte de la energía se usa para “desordenar”, de manera que no puede usarse para hacer trabajo, disminuyendo la eficiencia. Podemos expresar la entropía del sistema como la entropía que ha recibido del entorno más la que se ha generado internamente debido a la irreversibilidad del proceso (relacionada con la pérdida de trabajo),  $S = S_i + S_e$ . Fuera del equilibrio, estas cantidades no están definidas (por ejemplo durante un proceso irreversible), pero es buena aproximación asumir un equilibrio local. La entropía que recibe el sistema a cada instante se descompone igual que antes en interna y entorno,  $dS = dS_i + dS_e$ . Definimos así el flujo de entropía  $\dot{S} = \dot{S}_i + \dot{S}_e$ , donde a  $\dot{S}_i$  se le llama *producción de entropía* y, a  $\dot{S}_e$ , *flujo de entropía*. Fuera del equilibrio, la segunda ley formulada como  $\Delta S_{U_{universo}} \geq 0$  no puede usarse, debido a que las variables termodinámicas no están definidas. Hemos visto que los procesos irreversibles aumentan la entropía aunque no haya un intercambio con el entorno ( $dS_e \equiv 0$ ) y, como mínimo, se mantiene igual cuando este es reversible:  $dS_i \geq 0$ . Por otro lado, el entorno puede hacer disminuir la entropía del sistema; por ejemplo, cuando este le cede calor, ya sea por fricción o por otro mecanismo, pudiendo así  $dS_e$  tomar valores negativos. Escribimos entonces la segunda ley como  $\dot{S}_i(t) \geq 0$ . Comparando con  $\Delta S_{U_{universo}} \geq 0$ , podemos interpretar la producción de entropía como el cambio en la entropía total del universo. No hay un entorno más allá del universo, de manera que considerando el universo como un sistema, este no intercambia nada con el exterior (porque no hay un “exterior” fuera del universo). Así,  $S_e^{U_{universo}} = 0$  ( $\Delta S_e^{U_{universo}} = 0$ ), de manera que la entropía del universo viene dada solo por la irreversibilidad de los procesos que se dan en este,  $S_i^{U_{universo}} \rightarrow S^{U_{universo}} \equiv S_i^{U_{universo}} \rightarrow \Delta S^{U_{universo}} \equiv \Delta S_i^{U_{universo}} \geq 0$ . Para procesos fuera del equilibrio, obtenemos el equivalente  $\dot{S}^{U_{universo}} \equiv \dot{S}_i^{U_{universo}} \geq 0$ . Dado un sistema en el universo, el universo es el total *sistema + no sistema*  $\equiv$  *sistema + entorno*. Los procesos se dan en los sistemas, de manera que la producción (o generación) interna de entropía (a causa de la irreversibilidad del proceso) en el universo se debe a la producción interna de entropía del sistema al darse el proceso. Así,  $S_i^{U_{universo}} \equiv S_i \rightarrow \dot{S}^{U_{universo}}(t) \equiv \dot{S}_i^{U_{universo}}(t) \equiv S_i(t) \geq 0$  ( $\dot{S}_e^{U_{universo}}(t) = 0$ ).

Es fácil ver que un sistema desordenado puede darse de muchas maneras distintas, por lo que es más probable, mientras que un sistema ordenado se da en configuraciones más específicas, siendo así un estado menos probable de conseguir. De este modo, esta ley no es una ley física, no hay nada que prohíba ir en una dirección (frío a caliente), sino que es una ley estadística  $\rightarrow$  Un sistema evoluciona de un estado menos probable a uno más probable. Así, dado que no hay nada que lo impida, si hubiera un ser ideal capaz de manipular las partículas a nivel microscópico, se podría violar esta ley?

James Clerk Maxwell propuso un experimento tratando esta cuestión [23, 12]. Suponemos un gas dentro de una caja, la cual se divide en dos a través de una compuerta inicialmente abierta. Imaginemos que una entidad ideal, llamada *Demonio de Maxwell*, sin intercambio de energía ni pérdidas por fricción, es capaz de identificar las partículas con menos energía del gas y, abriendo y cerrando la compuerta, separarlas de las partículas más energéticas. Esto hace que una de las cámaras se enfríe y la otra se caliente (además de ordenar el sistema) de manera que su entropía disminuye, violando aparentemente la segunda ley. Este problema se solucionó con la teoría de la información, donde se relaciona la entropía de un sistema con la cantidad de información que contiene. Cuanta más entropía tiene un sistema significa que puede encontrarse en más microestados, por lo que se necesita más información para caracterizarlo, de manera que un sistema con más entropía describe más información. Se entiende por entropía de un sistema la cantidad de información (*bits*) que este representa. Cuando el demonio identifica el estado de las partículas para actuar, está midiendo y adquiriendo información sobre este. Esta, tiene que ser almacenada. El demonio no puede almacenar información de manera indefinida, y tiene que borrar información. Medir el estado de las partículas puede hacerse de manera reversible, pero borrar la información no. Por el principio de Landauer [1, 8, 3, 15] borrar un bit de información (2 posibles microestados, 1 ó 0) disipa energía y aumenta la entropía del entorno un valor  $K_B \ln(2)$ , debido a que este es un proceso irreversible. Así es como, borrando la información, finalmente la entropía global del universo crece y la segunda ley no se viola. El demonio de Maxwell es capaz de extraer trabajo solamente a partir de la información que recibe del sistema [18]. Si es ideal, no involucra intercambio de energía con el sistema. Esto tiene numerosas aplicaciones. En nuestro caso, aplicaremos un protocolo que hará el papel de demonio de Maxwell con el fin de ver su capacidad para transportar la corriente en contra de una diferencia de potencial.

#### 1.4. Teoría de la P(E)

Las corrientes en las nanoestructuras son pequeñas, de manera que son sensibles a fluctuaciones externas. La creación y destrucción de pares del vacío da lugar a *quanta* de energía o fotones que pueden ser absorbidos o emitidos por los electrones, de manera que aparecen nuevos canales para el transporte a energías que corresponden a la del punto cuántico y procesos de absorción y emisión de fotones, como vemos en la Fig.5. La probabilidad disminuye a medida que la energía se aleja de  $\mu_d$ , debido a que esto implicaría la absorción o emisión de más fotones. Esta probabilidad viene dada por la  $P(E)$ , que describe la correlación entre el sistema y el entorno [17]. Las transiciones (regla de oro de Fermi) y, por lo tanto, el transporte de la carga se ve afectado cuando las partículas pasan a través del medio, de manera que vamos a tener una corriente  $I$  dado un voltaje  $V$  que va a depender del entorno. Así, podemos caracterizar el entorno a través de una impedancia  $Z_{env}$ , conectada a nuestro sistema por un circuito externo [9]. Para un punto cuántico aislado, la densidad de estados  $\rho(E)$  es una delta de Dirac centrada en el potencial químico  $\mu_d$ . En presencia de un entorno, aparecen más energías (discretas) para la transición, cada uno con una cierta probabilidad, de manera que la densidad de estados se hace más ancha y toma una distribución  $P(E)$ . En nuestro caso, estudiaremos un entorno óhmico,  $Z_{env} = R$ , donde las energía que aparecen están muy juntos, de manera que podemos aproximar la  $P(E)$  como una distribución continua. Vamos a seguir el desarrollo de [7], suponiendo un sistema como el de la Fig. 3. Como se muestra, la distribución viene dada por:

$$P_j(E) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int dt e^{\kappa_j^2 J(t) + \frac{i}{\hbar} Et} \quad (7)$$

con  $j = L, R$  y  $\kappa_j = 1 - \frac{C_j}{C}$ . La función  $J(t)$  contiene la información de las fluctuaciones del entorno:

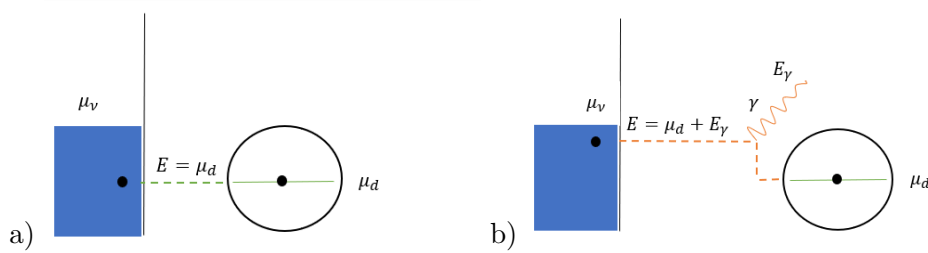
$$J(t) = \frac{2\hbar}{e^2} \int_0^\infty dw \text{Re}[\tilde{Z}(w)] c(w, T_0) \quad (8)$$

$$c(w, T_0) = \coth \left[ \frac{\hbar w}{2K_B T_0} \right] [\cos(wt - 1) - i \sin(wt)] \quad (9)$$

En nuestro caso, tenemos dos acoplamientos capacitivos en serie con  $j = L, R$ , por lo que tenemos una capacitancia efectiva de  $C_{ef}^{-1} = C_L^{-1} + C_R^{-1}$ , lo que nos da una impedancia de  $\tilde{Z}(w) = [iwC_{ef} + Z_{env}]^{-1}$ . Finalmente, obtenemos una distribución de probabilidad Gaussiana

$$P_j(E) = \frac{1}{(4\pi\kappa_j^2 E_c k_B T_0)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(E - \kappa_j^2 E_c)^2}{4\kappa_j^2 E_c k_B T_0}} \quad (10)$$

centrada en  $E_0 = \kappa_j^2 E_c$  y una varianza de  $\sigma_j^2 = 2\kappa_j^2 E_c k_B T_0$ . La energía de carga es  $E_c = \frac{e^2 \kappa_L \kappa_R}{2C}$  y  $T_0$  es la temperatura en común de los reservorios. Cuanto menor es la energía de carga, menor es la distancia entre niveles, por lo que la probabilidad de acceder al punto cuántico a una energía alejada del potencial químico  $\mu_d$  es menor, obteniendo una campana más estrecha. Es decir, el entorno interactúa poco con el sistema. En el límite en que la energía de carga tiende a 0, la desviación estándar tiende a 0, recuperando la delta de Dirac del caso en el que no tenemos entorno. El mismo efecto se consigue en el límite de temperatura común tendiendo a 0, o  $\kappa_j \rightarrow 0$ , es decir,  $C_j \rightarrow C$  o bien  $C_{j' \neq j} \rightarrow 0$ . En nuestro caso, veremos como afecta el entorno a las propiedades de transporte del sistema y, sobre todo, a la capacidad del demonio de Maxwell para actuar.

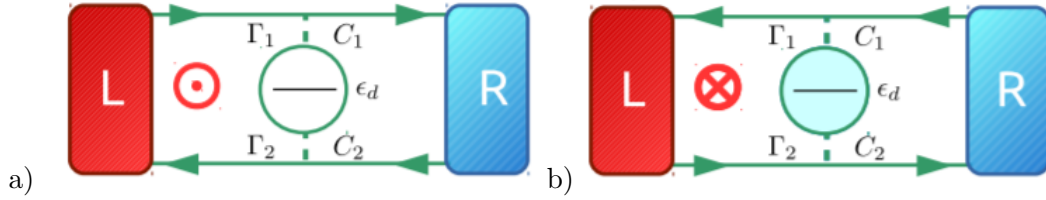


**Figura 5:** Esquema del efecto túnel elástico (a) e inelástico (b) de un electrón en el reservorio  $\nu$  con potencial químico  $\mu_\nu$  al nivel vacío del punto cuántico con potencial químico  $\mu_d$ . En el primer caso, no hay cambios de energía durante el proceso, por lo que el túnel se da a la energía del punto cuántico,  $E = \mu_d$ . En el segundo caso, al ser inelástico, se da una emisión de un fotón con energía  $E_\gamma = E - \mu_d$  [21], con una probabilidad  $P(E - \mu_d)$ . De esta manera, el electrón puede acceder al punto cuántico a más energías  $E$ .

## 2. Sistema

A continuación, vamos a describir el sistema que vamos a estudiar en la Fig. 6. Nuestro sistema consiste en un sistema topológico en presencia de un campo magnético en el que se coloca un punto cuántico en el interior a modo de impureza. Está conectado a dos reservorios  $L$  y  $R$ , cuyo potencial químico se describe en la sección 1.1.1, con una temperatura  $T_{L,R} = T_0 + \Delta T_{L,R}$ , siendo  $T_0$  la temperatura en común de los reservorios. Como hemos visto en la sección 1.2, estos son aislantes en el interior y conducen en los bordes (estados de borde o *edge states*) en sentidos opuestos. Los reservorios proporcionan los electrones que van a ser transportados en los bordes, de manera que cada *edge state* estará asociado al potencial químico de los reservorios. Es decir, a  $eV_L$  y  $eV_R$ , dado que la energía de Fermi  $E_F$  es común a ambos reservorios y consideramos que toma valor nulo. La quiralidad del sistema depende del signo del campo magnético. Según el signo del campo magnético, la fuerza de Lorentz va en un sentido o en el otro, de manera que los electrones giran en un sentido o en el otro en sus órbitas ciclotrónicas. De este modo,

las semiórbitas de salto en los bordes cambian de sentido y por lo tanto el sentido de los *edge states*. Así, el potencial asociado a cada uno de ellos también cambia con el signo del campo magnético. El punto cuántico actúa de impureza, de manera que los electrones en los *edge state* pueden saltar al nivel vacío de este, con una probabilidad de túnel de  $\Gamma_1$  y  $\Gamma_2$  siguiendo un modelo de capacitancias  $C_1$  y  $C_2$  para los *edge state* de arriba y abajo, respectivamente.



**Figura 6:** Esquema del dispositivo compuesto por dos estados de borde 1,2 (arriba,abajo) conectados a reservorios  $L, R$  (a) y  $R, L$  (b) que proporcionan electrones para el transporte en el sentido que indican las flechas,  $L, R \rightarrow R, L$  (a) y  $L, R \leftarrow R, L$  (b), el cual cambia según el signo del campo magnético, positivo  $\odot$  (a) o negativo  $\otimes$  (b). Los electrones de los bordes interactúan electrostáticamente con el punto cuántico a través de las capacitancias  $C_1$  y  $C_2$ , con probabilidades de túnel  $\Gamma_1$  y  $\Gamma_2$ , generando una *quantum Hall bar* representada por las líneas verticales discontinuas. [Fuente: [7]]

Siguiendo el modelo electrostático descrito en en la sección 1.1.1, la energía del nivel del punto cuántico será  $\mu_d$ , que viene dado por la expresión 6. En nuestro caso, el punto cuántico no está acoplado directamente a los reservorios sino que a los estados de borde, por lo que  $C_{L,R} \rightarrow C_{1,2}$ . Estos están a un potencial  $V_1$  y  $V_2$ , por lo que  $V_{L,R} \rightarrow V_{1,2}$ , donde  $V_1, V_2$  van a tomar el valor de  $V_L$  o  $V_R$  dependiendo del campo magnético. Como vemos en la Fig. 6, para un campo positivo, el estado de borde superior está impulsado por el reservorio  $L$  con potencial  $V_L$ , y el inferior por  $R$  con potencial  $V_R$ , de manera que  $V_{1,2}^+ = V_{L,R}$ , donde  $+$  indica un campo magnético  $B > 0$ . Siguiendo el mismo razonamiento, para  $B < 0$  los potenciales son  $V_{1,2}^+ = V_{R,L}$ . Vemos que este efecto va a dar un potencial químico  $\mu_d$  distinto para cada signo del campo magnético. Este vendrá dado por

$$\mu_d^+ = \tilde{\epsilon}_d + \frac{C_1 e V_L + C_2 e V_R}{C} = \epsilon_d + \frac{(\eta + 1)}{2} e V_L - \frac{(\eta - 1)}{2} e V_R \quad (11)$$

para  $B > 0$  y

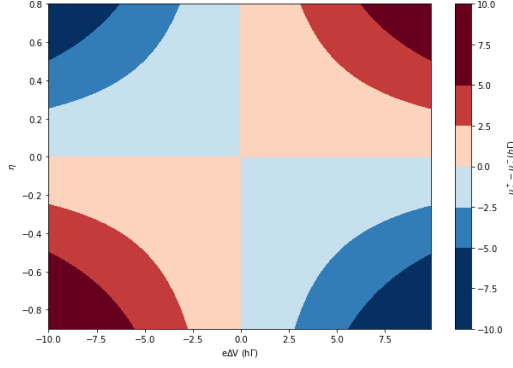
$$\mu_d^- = \tilde{\epsilon}_d + \frac{C_1 e V_R + C_2 e V_L}{C} = \epsilon_d + \frac{(\eta + 1)}{2} e V_R - \frac{(\eta - 1)}{2} e V_L \quad (12)$$

para  $B < 0$ . El parámetro  $\eta$  mide la asimetría entre las capacitancias y se define como  $\eta = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}$ . Para no confundirlo con la eficiencia, llamaremos  $\bar{\eta}$  a esta última. Notamos que, al estar las capacitancias definidas positivas,  $|C_1 - C_2| < |C_1 + C_2|$  por lo que  $|\eta| < 1 \rightarrow -1 \leq \eta \leq 1$ . Vemos que si las capacitancias no son iguales ( $\eta \neq 0$ ) y en condiciones de no-equilibrio ( $V_L \neq V_R$ ), los potenciales químicos  $\mu_d^+$  y  $\mu_d^-$  no son iguales

$$\mu_d^+ - \mu_d^- = \eta e (V_L - V_R) = \eta e \Delta V \quad (13)$$

con  $\Delta V = V_L - V_R$  (como vemos en la Fig. 7). La interacción coulombiana no es la misma si cambiamos el campo magnético, ya que los *edge states* 1 y 2 (acoplados al punto cuántico vía  $C_1$  y  $C_2$ ) se acoplan al reservorio opuesto, con distinto potencial. Visto de otra manera, al invertir el campo magnético los electrones de los reservorios se acoplan al punto cuántico a través de otra capacitancia (cuando  $\eta \Delta V \neq 0$ ).





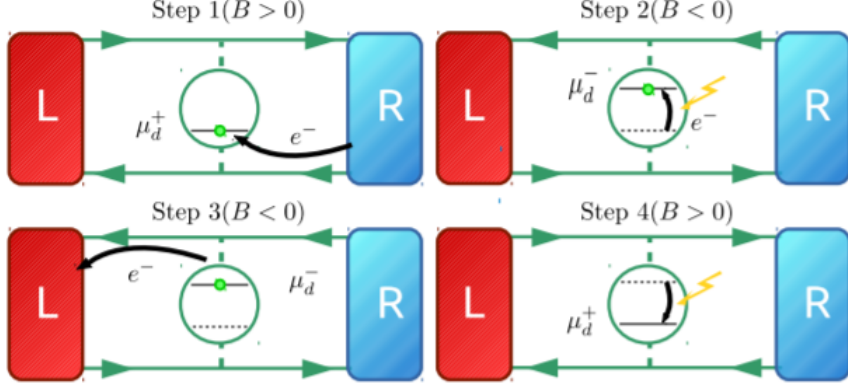
**Figura 7:** Asimetría entre los potenciales químicos para un campo magnético positivo,  $\mu_d^+$  y negativo,  $\mu_d^-$ . Este es nulo para  $\eta, e\Delta V = 0$ . Tanto los cuadrantes en azul y como los rojos son equivalentes entre sí. Una región azul es simétrica a una roja con el campo magnético invertido,  $B \rightarrow -B$ .

## 2.1. Implementación del demonio de Maxwell

Viendo la Fig.7, notamos que  $\mu_d^- > \mu_d^+$  para el segundo y cuarto cuadrante, y al revés para el primer y tercer cuadrante. Así, elegimos un cuadrante y empezamos con el campo magnético en el cual el potencial químico es más pequeño ( $\mu_d^+$  para un cuadrante de color azul y  $\mu_d^-$  para uno de color rojo), por lo que es más fácil que se de una transición al punto cuántico desde el reservorio con menor potencial químico. De esta manera, cambiando el campo elevaremos el potencial químico del punto cuántico, facilitando una transición al reservorio con mayor potencial químico. Si potenciales químicos del punto cuántico no son iguales, esta asimetría entre  $B$  y  $-B$  puede usarse con algún fin (en nuestro caso, mover la corriente en sentido opuesto). Si lo son, el sistema sería siempre igual, no cambiaría, de manera que no se podría hacer nada con él. Así, esta diferencia entre los potenciales químicos es lo único que puede usarse en este sistema para realizar una acción. Es la única "herramienta" que tiene el demonio para actuar. De este modo, el sistema se comportará de una forma u otra dependiendo la diferencia entre los potenciales químicos del punto cuántico. La temperatura del demonio viene dada por  $T_D = T_0 + \Delta T_D$ , y su potencial químico es  $\mu_D$ , el cual consideramos 0. Nosotros centraremos nuestro protocolo en el cuarto cuadrante [7].

- **Paso 1:** Empezamos con  $B > 0$  con el punto cuántico vacío. El potencial químico es  $\mu_d^+$ . Se da la transición desde el reservorio  $R$  al punto cuántico a través del estado de borde de abajo (2), con una probabilidad de túnel  $\Gamma_2^+$  (donde el signo + se refiere a que el proceso se da con un campo magnético positivo).
- **Paso 2:** El demonio de Maxwell detecta que el punto cuántico está ocupado por un electrón en el nivel  $\mu_d^+$ , por lo que cambia el campo magnético a  $B < 0$ . El potencial químico pasa a ser  $\mu_d^-$ , con  $\mu_d^- > \mu_d^+$ , por lo que es más fácil que se de una transición al reservorio  $L$ , cuyo potencial químico es más grande. Esta transición se va a dar por el estado de borde de arriba (1), con probabilidad de túnel  $\Gamma_1^-$ .
- **Paso 3:** Se da la transición del estado localizado del punto cuántico al reservorio  $L$ . De esta manera se consigue el transporte de la carga de  $R$  a  $L$ , en contra de la diferencia de potencial ( $V_L > V_R \rightarrow \Delta V > 0$ ).
- **Paso 4:** El demonio de Maxwell detecta que se ha realizado la transición y que el punto cuántico está vacío, por lo que cambia el campo magnético a  $B > 0$  y vuelve al paso 1. Es en este paso en el que el demonio borra la información para volver al estado inicial cuando disipa energía y la entropía crece.





**Figura 8:** Esquema del protocolo del demonio de Maxwell para transportar las partículas en contra de la diferencia de potencial [Fuente: [7]]

### 3. Sistema de Unidades Naturales

En primer lugar, imaginemos las probabilidades de túnel proporcionales a un valor de referencia  $\Gamma$ ,  $\Gamma_\alpha = \gamma_\alpha \Gamma$ . Tomaremos este valor  $\Gamma = 1$ . Este tiene unidades de  $t^{-1}$ , siendo  $t$  una unidad de tiempo. Tomamos además  $h = e = k_B = 1$ . De este modo, la corriente eléctrica se mide en unidades de  $e\Gamma$ , la de calor en unidades de  $h\Gamma^2$ , y la del flujo de entropía en  $K_B\Gamma$ . La energía se mide en  $h\Gamma$ , la temperatura en  $\frac{h\Gamma}{k_B}$ , la capacitancia en  $\frac{e^2}{h\Gamma}$ , y la variable  $k_\alpha$  que introduciremos más adelante en unidades de  $\frac{1}{h\Gamma}$ .

### 4. Modelo Teórico

Considerando que los reservorios contienen un número macroscópico de electrones, entonces el estado del sistema vendrá caracterizado por el estado del punto cuántico. Asumiendo transporte secuencial, entonces existen dos estados posibles para este, en el que el nivel (a energía  $\mu_d^{+,-}$ ) se encuentra vacío ( $|0\rangle$ ) o ocupado ( $|1\rangle$ ). La probabilidad de que el sistema esté en un estado  $m$  es la probabilidad de que haya una transición a este desde otro estado  $m'$  ( $m' \neq m$ ) menos la probabilidad de que desde el estado  $m$  el sistema vaya a otro estado  $m'$ . Estas probabilidades se obtienen como el producto de la probabilidad de transición desde un estado inicial  $|i\rangle$  a un estado final  $|f\rangle$  (tasas de transición),  $W_{fi}$ , por la probabilidad de estar en el estado inicial  $|i\rangle \rightarrow p_i W_{fi}$ . De este modo, escribimos las ecuaciones maestras

$$\dot{p}_m = \sum_{m' \neq m} W_{mm'} p_{m'} - W_{m'm} p_m \quad (14)$$

donde  $m, m' = \{0, 1\}$ . Esta ecuación refleja el cambio en la probabilidad de estar en el estado  $m$ , el cual es la probabilidad de “ir” a  $m$  menos la de “irse” de este. En nuestro caso, tenemos las contribuciones de ambos reservorios: el punto cuántico se llena con un electrón que proviene de  $L, R$  ( $W_{10}^{L,R}$ ), o se vacía des del punto cuántico al reservorio  $L, R$  ( $W_{01}^{L,R}$ ). Así, en nuestras tasas de transición de un estado  $|m'\rangle$  a uno  $|m\rangle$ , hay que tener en cuenta la contribución de cada reservorio  $\nu = L, R$ .

$$W_{mm'} = \sum_{\nu} W_{mm'}^{\nu} \quad (15)$$

Así, la ecuación 14 nos queda

$$\dot{p}_m = \sum_{m' \neq m, \nu} W_{mm'}^\nu p_{m'} - W_{m'm}^\nu p_m \quad (16)$$

Escribimos explícitamente las ecuaciones en nuestro caso

$$\dot{p}_0 = (W_{01}^L + W_{01}^R)p_1 - (W_{10}^L + W_{10}^R)p_0 \quad (17)$$

$$\dot{p}_1 = (W_{10}^L + W_{10}^R)p_0 - (W_{01}^L + W_{01}^R)p_1 \quad (18)$$

donde vemos que se satisface que  $\dot{p}_0 = -\dot{p}_1$  dado que, al ser probabilidades, se cumple que  $\sum_m p_m = 1$ . En nuestro caso

$$p_0 + p_1 = 1 \quad (19)$$

Nos centramos en el caso estacionario, donde  $\dot{p}_0 = \dot{p}_1 = 0$ . A partir de las ecuaciones 17, 18 y 19, obtenemos que

$$p_0 = \frac{W_{01}^L + W_{01}^R}{W_{01}^L + W_{01}^R + W_{10}^L + W_{10}^R} \quad (20)$$

$$p_1 = \frac{W_{10}^L + W_{10}^R}{W_{01}^L + W_{01}^R + W_{10}^L + W_{10}^R} \quad (21)$$

Notamos que, como es de esperar, la probabilidad en el estacionario es la probabilidad de entrar (10) o salir (01) del/al punto cuántico por cada uno de los reservorios normalizado a la suma de las probabilidades de transición.

#### 4.1. Tasas de transición

Para calcular las probabilidades de estar en los estados  $|0\rangle$  o  $|1\rangle$ , es necesario calcular las tasas de transición. Veremos que son importantes también para el cálculo de las variables termodinámicas fuera del equilibrio. Podemos escribir la tasa de transición a partir de la regla de oro de Fermi [22] como

$$W_{fi} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{fi}(E_i, E_f) \rho_i(E_i - \mu_i) \bar{\rho}_f(E_f - \mu_f) \delta(E_i - E_f) dE_i dE_f \quad (22)$$

donde la función  $\delta(E_i - E_f)$  controla las energías iniciales  $E_i$  y finales  $E_f$  a las que se da el proceso de la transición. En un túnel elástico, se conserva la energía (delta de Dirac) durante todo el proceso,  $E_i = E_f = E$ . Nos queda así

$$W_{fi} = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{fi}(E) \rho_i(E - \mu_i) \bar{\rho}_f(E - \mu_f) dE \quad (23)$$

La tasa de transición es el número medio de transiciones que se dan entre los estados  $|i\rangle$  y  $|f\rangle$ , es decir la probabilidad de que se de una transición (túnel,  $\Gamma_{fi}$ ) por el número medio (densidad) de estados  $|i\rangle$  (electrones) dispuestos a tunelear por el número medio de estados  $|f\rangle$  dispuestos a "ser tuneleados" (huecos dispuestos a aceptar el electrón que tunelea). Notamos que al ser los portadores fermiones (electrones), el número de ocupación es 0 ó 1. La densidad de estados es equivalente a la probabilidad de encontrar el fermión en un estado dado. Esta viene dada por la distribución de Fermi-Dirac  $f_{\mu,T}(E) = f(E - \mu, T) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - \mu}{k_B T}}}$ . Renombrando  $x = E - \mu$  y  $\beta = \frac{1}{k_B T}$ , escribimos la distribución como  $f(x, \beta) = \frac{1}{1 + e^{\beta x}}$ . Donde no hay un electrón hay un hueco, de manera que la distribución de huecos viene dada por  $\bar{f}(x, \beta) = 1 - f(x, \beta)$ . En nuestro sistema, vamos a despreciar efectos térmicos por lo que la temperatura será la misma en los

reservorios,  $T_0$ . Así, llamaremos  $f(x)$  a la distribución con temperatura  $T_0$ ,  $f(x, T_0)$ .

La densidad de estados a la que puede darse la transición al punto cuántico, en cambio, depende de si consideramos un entorno o no. Si no tenemos entorno, entonces la transición se da a la energía del nivel localizado, obteniendo así una delta de Dirac,  $\rho_d(E) = \bar{\rho}_d(E) = \delta(E)$ . El último nivel (activo para el transporte) se encuentra a energía  $\mu_d$ , por lo que nos queda  $\rho_d(E - \mu_d) = \bar{\rho}_d(E - \mu_d) = \delta(E - \mu_d)$ . Considerando un entorno, hay una probabilidad de absorber (emitir) fotones y subir (bajar) la energía del electrón, de manera que la transición puede darse a más energías. El nivel se ensancha de manera continua (entorno óhmico) respecto de  $\mu_d$ , con una probabilidad  $P_j(E - \mu_d)$  de que la transición se de a energía  $E$  por encima ( $E - \mu_d > 0$ ) o por debajo ( $E - \mu_d < 0$ ) del nivel al que se encuentra cuando no hay entorno. La delta de Dirac se ensancha y la densidad de estados toma la distribución  $P_j$ . Esta depende de la barrera a través de la cual el electrón tunelea al punto cuántico, donde interacciona con el entorno (por arriba;  $\Gamma_1, C_1 \rightarrow P_1$ ; o por abajo;  $\Gamma_2, C_2 \rightarrow P_2$ ).

Las transiciones no se dan entre punto cuántico y reservorio directamente, sino que se hacen a través de los *edge states*, cuyas probabilidades de túnel son  $\Gamma_{\alpha=1,2}$ . Dependiendo del reservorio ( $\nu$ ) al que van/del que vienen (estados finales e iniciales  $|f\rangle, |i\rangle$ ) y del signo del campo magnético ( $sign(B) = \frac{|B|}{B}$ ), el túnel se dará a través del estado de borde superior (1) o inferior (2). Para un campo magnético positivo, un electrón del reservorio  $L$  sale de este ( $W_{10}^L$ ) por arriba, acoplado al punto cuántico por  $\Gamma_1$ , y entra a este ( $W_{01}^L$ ) por el de abajo, acoplado con  $\Gamma_2$ . Para un campo negativo, se invierten los estados de borde, por que se invierten las  $\Gamma_\alpha$ . El reservorio  $R$  va al revés que el reservorio  $L$ . Vamos a usar distintos modelos para las probabilidades de túnel  $\Gamma_\alpha$ . Compararemos el transporte cuántico para sistemas con una probabilidad  $\Gamma_\alpha(E)$  constante,  $\Gamma_\alpha(E) = \Gamma_\alpha$ , y otros que dependan exponencialmente de la energía a la que se da la transición, como se ve experimentalmente [11, 7]

$$\Gamma_\alpha(E) = \Gamma_\alpha e^{k_\alpha(E - E_\alpha)} \quad (24)$$

donde  $\alpha = 1, 2$  es la barrera,  $k_\alpha$  es un parámetro que modela la dependencia con la energía, y  $E_\alpha$  es la energía es la energía más alta de la barrera. A continuación, escribiremos las tasas de transición para los campos magnéticos positivos y negativos en presencia y ausencia del entorno.

#### 4.1.1. Tasas de transición en ausencia de entorno

Seguimos la ecuación 23, ya que en ausencia de entorno se conserva la energía durante el proceso, dado que no hay nada que interfiera (túnel elástico). Tomando la densidad de estados de los reservorios como la distribución de Fermi-Dirac y la del punto cuántico como la Delta de Dirac, ambas centradas en sus respectivos potenciales químicos, llegamos a que las tasas de transición son:

- Para  $B > 0$ :

$$W_{10}^{L,R} = \Gamma_{1,2}(\mu_d^+) f(\mu_d^+ - \mu_{L,R}) \quad (25)$$

$$W_{01}^{L,R} = \Gamma_{2,1}(\mu_d^+) [1 - f(\mu_d^+ - \mu_{L,R})] \quad (26)$$

- Para  $B < 0$ :

$$W_{10}^{L,R} = \Gamma_{2,1}(\mu_d^-) f(\mu_d^- - \mu_{L,R}) \quad (27)$$

$$W_{01}^{L,R} = \Gamma_{1,2}(\mu_d^-) [1 - f(\mu_d^- - \mu_{L,R})] \quad (28)$$

### 4.1.2. Tasas de transición en presencia de entorno

Debido al entorno, el electrón puede acceder al punto cuántico a más energías, dado que durante el proceso sufrirá cambio de energía por la emisión y absorción de fotones que le acabarán llevando al nivel  $\mu_d$  del punto cuántico. De este modo, aparecen estados a energías por encima y por debajo de  $\mu_d$  a las que puede darse la transición. De esta manera, la ecuación 23 se modifica de acuerdo a la teoría de la  $P(E)$  [17]

$$W_{fi} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{fi}(E_i, E_f) \rho_i(E_i - \mu_i) \bar{\rho}_f(E_f - \mu_f) P(E_i - E_f) dE_i dE_f \quad (29)$$

La delta de Dirac en la regla de oro de Fermi debido a la conservación de la energía,  $\delta(E_i - E_f)$  se vuelve más ancha tomando la distribución  $P(E_i - E_f)$ . Ahora ya no se conserva la energía a la que se da la transición durante todo el proceso (túnel inelástico). La transición puede empezar a energía  $E_i$  y durante el proceso darse absorción y/o emisión de fotones, acabando el proceso a otra energía  $E_f$ . Dado que la densidad de estados del punto cuántico es otra delta de Dirac, obtenemos

$$W_{mm'}^\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_\alpha \rho_\nu^{+,-}(E - \mu_s) P_\alpha(\pm(E - \mu_d)) dE \quad (30)$$

donde  $\rho_\nu^{+,-}$  son las distribuciones de electrones (+)/huecos (-) en los reservorios ( $\nu = L, R$ ) y  $\mu_d$  es el potencial químico del punto cuántico, el cual puede tomar los valores  $\mu_d^+$  o  $\mu_d^-$  dependiendo de si el campo magnético es positivo o negativo, respectivamente. Estos dependen de la transición  $mm'$  que consideremos. El  $\pm$  se debe a que cuando la transición se da del punto cuántico al reservorio o al revés, los estados iniciales en un caso son los finales en el otro, por lo que  $E_i - E_f \rightarrow E_f - E_i = -(E_i - E_f)$ . Comparando con la ecuación 23, podemos interpretar el efecto del entorno como un ensanchamiento en la densidad de estados que aceptan una transición al/del punto cuántico  $\bar{\rho}_f, \rho_i = \delta(E - \mu_d) = \delta(\pm(E - \mu_d)) \rightarrow P(\pm(E - \mu_d))$ . Las tasas de transición vienen dadas por

- Para  $B > 0$ :

$$W_{10}^{L,R} = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{1,2}(E) f(E - \mu_{L,R}) P_{1,2}(E - \mu_d^+) dE \quad (31)$$

$$W_{01}^{L,R} = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{2,1}(E) [1 - f(E - \mu_{L,R})] P_{2,1}(-(E - \mu_d^+)) dE \quad (32)$$

- Para  $B < 0$ :

$$W_{10}^{L,R} = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{2,1}(E) f(E - \mu_{L,R}) P_{2,1}(E - \mu_d^-) dE \quad (33)$$

$$W_{01}^{L,R} = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{1,2}(E) [1 - f(E - \mu_{L,R})] P_{1,2}(-(E - \mu_d^-)) dE \quad (34)$$

### 4.1.3. Tasas de transición con demonio de Maxwell

Siguiendo el protocolo de la sección 2, vemos que las transiciones al punto cuántico se dan para un campo magnético positivo, por lo que  $W_{10}^{L,R}$  vienen dados por las ecuaciones 25 y 31 y  $W_{01}^{L,R}$  por las ecuaciones 28 y 34. Si escogiéramos otro cuadrante en la Fig:7 en el que  $\mu_d^+ > \mu_d^-$ , tendríamos que empezar con un campo magnético negativo, por lo que usaríamos las expresiones 27 y 33 para  $W_{10}^{L,R}$  y 26 y 32 para  $W_{01}^{L,R}$ .

## 4.2. Propiedades del transporte cuántico

Para empezar, hay que elegir un criterio de signos para las propiedades del transporte. En nuestro caso, el signo será positivo cuando entren a los reservorios (o al sistema que representa el demonio de Maxwell).

### 4.2.1. Corriente de Carga

Siguiendo el criterio de signos, definimos la corriente de carga  $I_\nu$  como la carga neta que entra en el reservorio  $\nu$ :

$$I_\nu = e(W_{01}^\nu p_1 - W_{10}^\nu p_0) \quad (35)$$

Si sustituimos las expresiones 20 y 21, obtenemos

$$I_L = e \frac{W_{01}^L W_{10}^R - W_{10}^L W_{01}^R}{W_{01}^L + W_{10}^R + W_{10}^L + W_{01}^R} \quad (36)$$

$$I_R = e \frac{W_{10}^L W_{01}^R - W_{01}^L W_{10}^R}{W_{01}^L + W_{10}^R + W_{10}^L + W_{01}^R} \quad (37)$$

Vemos que se cumple que  $I_L + I_R = 0$ , dado que no puede acumularse carga en el punto cuántico (transporte secuencial).

### 4.2.2. Corrientes de energía y calor

Definimos la corriente de energía como la energía que entra a los reservorios. Esta puede ser  $\mu_d^+$  o  $\mu_d^-$  dependiendo del campo magnético. El calor es energía transferida. La energía que se transfiere del sistema a un reservorio  $\nu$  es  $\mu_d - \mu_\nu$ . Las corrientes de calor y energía a los reservorios son

$$J_\nu = (\mu_d - \mu_\nu)W_{01}^\nu p_1 - (\mu_d - \mu_\nu)W_{10}^\nu p_0 \quad (38)$$

$$J_\nu^E = \mu_d W_{01}^\nu p_1 - \mu_d W_{10}^\nu p_0 \quad (39)$$

La suma de las corrientes de calor verifica el efecto Joule,  $\sum_\nu J_\nu = -I_L \Delta V$ . El signo negativo se debe a que todas las corrientes (de carga y de calor) se definen positivas cuando entran a los reservorios (desde el sistema hacia los reservorios). En el efecto Joule, la energía disipada (desde el sistema hacia el entorno) es igual a la potencia debido a la corriente de carga que va de mayor a menor potencial, es decir, la que entra al reservorio de menor potencial, en nuestro caso, el reservorio  $R$ , con corriente de carga  $I_R$  ( $I \equiv I_R = -I_L$ ). De este modo,  $J_\nu = J_\nu^E - \mu_\nu \frac{I_\nu}{e}$  [13]. Para el protocolo de demonio de Maxwell, las partículas entran al punto cuántico con el campo magnético positivo,  $\mu_d = \mu_d^+$  y salen con el campo magnético  $\mu_d = \mu_d^-$ . Así, las expresiones anteriores se modifican de acuerdo al campo magnético

$$J_\nu = (\mu_d^- - \mu_\nu)W_{01}^\nu p_1 - (\mu_d^+ - \mu_\nu)W_{10}^\nu p_0 \quad (40)$$

$$J_\nu^E = \mu_d^- W_{01}^\nu p_1 - \mu_d^+ W_{10}^\nu p_0 \quad (41)$$

Debido a la conservación de la energía, la suma de las corrientes de energía tiene que ser nula,  $\sum_\nu J_\nu^E + J_D^E = 0$ , donde  $J_D^E$  es la corriente de energía hacia el demonio de Maxwell. Operando, obtenemos

$$J_D^E = \mu_d^+ (W_{10}^L + W_{10}^R) p_0 - \mu_d^- (W_{01}^L + W_{01}^R) p_1 \quad (42)$$

Entra corriente de energía al punto cuántico  $\mu_d^+ (W_{10}^L + W_{10}^R)$ , una parte se va al demonio, y luego sale  $\mu_d^- (W_{01}^L + W_{01}^R) p_1$ . De este modo, la diferencia entre lo que entra y lo que sale es lo que se lleva el demonio. La corriente de carga al demonio es  $I_D = 0$ , dado que la carga solo fluye a través del sistema entre los reservorios  $L$  y  $R$ . Así, la corriente de energía hacia el demonio es puramente corriente de calor,  $J_D^E = J_D$ . Si el demonio fuera ideal,  $J_D = 0$ , dado que no intercambiaría energía con el sistema, actuando solo en base a la corriente de información.

En este caso, se cumple que  $\sum_{\nu} J_{\nu} + J_D = -I_L \Delta V$ . Nuestro sistema no es ideal, por lo que veremos que hay una corriente de calor hacia el demonio. Operando las expresiones para  $p_0$  y  $p_1$ , obtenemos

$$J_D^E = J_D = (\mu_d^+ - \mu_d^-) \frac{(W_{10}^L + W_{10}^R)(W_{01}^L + W_{01}^R)}{W_{10}^L + W_{10}^R + W_{01}^L + W_{01}^R} = \eta e \Delta V \frac{(W_{10}^L + W_{10}^R)(W_{01}^L + W_{01}^R)}{W_{10}^L + W_{10}^R + W_{01}^L + W_{01}^R} \quad (43)$$

Vemos que la corriente de calor va a tener siempre el mismo signo dependiendo el cuadrante de la Fig.7 en el que trabajemos. En nuestro caso, siempre será negativa: el demonio inyecta energía al sistema. Solo se consigue un demonio ideal, en el que el demonio interactúa solamente con la información ( $J_D = 0$ ) cuando las capacitancias son simétricas,  $\eta = 0$  o  $\Delta V = 0$ .

### 4.2.3. Flujos de entropía

A partir de la entropía de Boltzmann, llegamos a la expresión de la entropía de Shannon

$$S = -k_B \sum_m p_m \ln(p_m) = S_i + S_e \quad (44)$$

En el estacionario,  $\dot{S} = \dot{S}_i + \dot{S}_e = 0 \rightarrow \dot{S}_i = -\dot{S}_e$ , donde el flujo y producción de entropía pueden obtenerse a partir de la siguientes expresiones [5, 16].

$$\dot{S}_i = k_B \sum_{mm'\nu} W_{mm'\nu}^{\nu} p_{m'} \ln \left( \frac{W_{mm'\nu}^{\nu} p_{m'}}{W_{m'm}^{\nu} p_m} \right) \quad (45)$$

$$\dot{S}_e = -k_B \sum_{mm'\nu} W_{mm'\nu}^{\nu} p_{m'} \ln \left( \frac{W_{mm'\nu}^{\nu}}{W_{m'm}^{\nu}} \right) \quad (46)$$

El flujo de entropía del sistema es la entropía que va entrando al sistema desde el entorno.

$$\dot{S}_e = \sum_{\nu} \frac{\dot{Q}_{\nu}}{T_{\nu}} = \sum_{\nu} \frac{-J_{\nu}}{T_{\nu}} \quad (47)$$

Cuando hay un demonio de Maxwell, este también intercambia entropía

$$\dot{S}_e = \sum_{\nu} \frac{\dot{Q}_{\nu}}{T_{\nu}} - \dot{S}_D = \sum_{\nu} \frac{-J_{\nu}}{T_{\nu}} - \dot{S}_D \quad (48)$$

El signo negativo se debe a que  $\dot{Q}$  es el calor que va entrando al sistema, mientras que  $J_{\nu,D}$  por definición sale de este (hacia los reservorios o el demonio). Lo mismo ocurre para  $\dot{S}_D$ . La definimos como la entropía que “entra” al demonio. Esta se debe al calor que fluye hacia el demonio  $J_D$  y a la información que recibe del sistema.

$$\dot{S}_D = \frac{\dot{Q}_D}{T_D} + I_F = \frac{J_D}{T_D} + I_F \quad (49)$$

Sustituyendo en 48, obtenemos la siguiente expresión para la corriente de información.

$$I_F = - \sum_{\nu} \frac{\dot{Q}_{\nu}}{T_{\nu}} - \frac{J_D}{T_D} - \dot{S}_e \quad (50)$$

Donde  $I_F = \sum_{\nu} I_F^{\nu}$ . Queremos ver el efecto de la diferencia de potencial en la corriente, de manera que eliminamos efectos térmicos igualando las temperaturas,  $T_i = T_0 \rightarrow \Delta T_i = 0$ , con  $i = L, R, D$ . Así, dado que la suma de las corrientes de calor verifica el efecto Joule, obtenemos

$$I_F = I_L \frac{\Delta V}{T_0} - \dot{S}_e \quad (51)$$

Si cogemos la expresión 46 y la desarrollamos, llegamos a

$$\dot{S}_e = -\frac{I_L}{e} k_B \ln \left( \frac{W_{01}^L W_{10}^R}{W_{10}^L W_{01}^R} \right) \quad (52)$$

Finalmente, obtenemos la siguiente expresión para la corriente de información.

$$I_F = \frac{I_L}{e} \left( \frac{e\Delta V}{T_0} + k_B \ln \left( \frac{W_{01}^L W_{10}^R}{W_{10}^L W_{01}^R} \right) \right) \quad (53)$$

La producción de entropía está relacionada con el trabajo extraído del sistema. Cuando actúa un demonio de Maxwell, hay que sumar la corriente de información, puesto que la información que recibe es la que borra, y al borrar se genera entropía, al ser un proceso irreversible. Podemos escribir así la producción de entropía como

$$\dot{S}_i = \frac{I_L(\mu_L - \mu_R)}{T_0} + I_F = \frac{I_L e \Delta V}{T_0} + I_F \geq 0 \quad (54)$$

Notamos que no se viola la segunda ley de la termodinámica.

### 4.3. Eficiencia

Cuantificamos la eficiencia como la cantidad de energía con la que se realiza trabajo respecto de la energía total que disponemos para hacerlo,  $\bar{\eta} = \frac{W}{Q}$ . En el sistema con un demonio de Maxwell, el trabajo se extrae de la información, por lo que definimos la eficiencia como

$$\bar{\eta} = \frac{P}{T_0 I_F} = 1 - \frac{\dot{S}_i}{I_F} \quad (55)$$

donde  $P$  es la potencia extraída,  $P = -I\Delta V \equiv I_L \Delta V$  [4].

## 5. Resultados

A continuación, vamos a ver los resultados que obtenemos con nuestro modelo teórico de la sección anterior en la caracterización de las propiedades de transporte del sistema en la actuación del demonio de Maxwell, tanto para un sistema con entorno como sin él. Seguiremos el portocolo descrito en la sección 2. Nos centraremos en la corriente de carga, ya que el objetivo de este trabajo es generar una corriente en contra del voltaje. Así, nos centraremos en el cociente entre las tasas de transición,  $\frac{W_{01}^L W_{10}^R}{W_{10}^L W_{01}^R}$ . Si el cociente es mayor que 1, la corriente será positiva, y si es menor, negativa. Escogemos  $-1 < \eta < 0$  y  $0 < e\Delta V < 10$  (cuarto cuadrante en la Fig.7).

### 5.1. Sin entorno

El demonio de Maxwell actúa invirtiendo el campo magnético cuando las partículas salen del punto cuántico. Las tasas de transición vienen por las ecuaciones 25 y 27. El cociente entre tasas de transición viene dado por

$$\left( \frac{W_{01}^L W_{10}^R}{W_{10}^L W_{01}^R} \right) = \frac{\Gamma_1^- \Gamma_2^+ (1 - f(\mu_d^- - eV_L)) f(\mu_d^+ - eV_R)}{\Gamma_1^+ \Gamma_2^- f(\mu_d^+ - eV_L) (1 - f(\mu_d^- - eV_R))} \quad (56)$$

donde  $\pm$  se refiere al campo magnético positivo o negativo y  $\Gamma_\alpha^\pm = \Gamma_\alpha(E = \mu_d^\pm)$ . Si las probabilidades de túnel toman un valor constante, el cociente entre tasas de transición viene dado por el cociente entre las funciones de Fermi. Para empezar, es fácil ver que los cocientes entre las funciones de Fermi para electrones o para las de huecos toman valor 1 cuando los potenciales son iguales ( $\Delta V = 0$ ), ya que estas tendrían el mismo argumento. Si la diferencia de potencial

es nula, entonces  $\mu_d^+ = \mu_d^-$ , por lo que las probabilidades de transición son iguales. Obtenemos corrientes nulas en los reservorios, como cabe esperar, dado que las transiciones de entrada igualan a las de salida. Veremos el efecto del demonio de Maxwell cuando haya una diferencia de potencial no nula. Consideramos  $V_L > V_R$ .

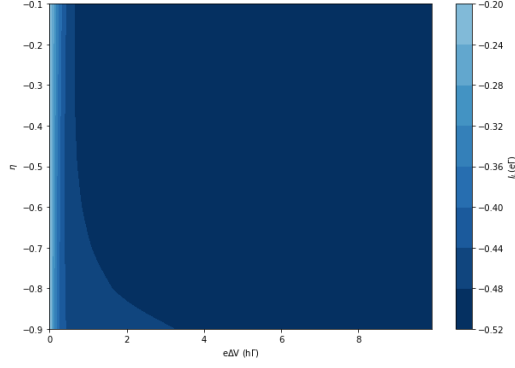
Vamos a centrarnos en el cociente entre funciones de Fermi. Las partículas en los reservorios tienen energías inferiores a su potencial químico (o alrededor de este en función de su energía térmica). Así, no hay partículas con energías superiores, es decir, hay "no partículas", huecos. Los niveles de energía superiores no están ocupados por partículas, sino que están vacíos, es decir, ocupados por huecos. De esta forma, la función de distribución de electrones/huecos  $f(x)/(1-f(x))$  decrece/crece de manera monótona a medida que  $x$  aumenta, siendo  $x$  la energía de la partícula (respecto de su potencial químico). De este modo, al ser  $V_L > V_R$ , entonces  $\mu_d^\pm - V_L < \mu_d^\pm - V_R$ , por lo que  $f(\mu_d^\pm - V_L) > f(\mu_d^\pm - V_R)$  y  $1 - f(\mu_d^\pm - V_L) < 1 - f(\mu_d^\pm - V_R)$ . Obtenemos que el cociente entre funciones de Fermi siempre será inferior o igual a 1,  $\frac{(1-f(\mu_d^- - eV_L))f(\mu_d^+ - eV_R)}{f(\mu_d^+ - eV_L)(1-f(\mu_d^- - eV_R))} \leq 1$ , obteniéndose la igualdad en caso de que  $\Delta V = 0$ . Interpretamos este resultado de la siguiente manera. Al tener mayor potencial químico el reservorio  $L$ , va a haber más electrones disponibles para el transporte mediante túnel hacia el punto cuántico a energía  $\mu_d^+ < \mu_d^-$ . El reservorio de la derecha, al tener menor potencial, va a tener más huecos disponibles para el transporte desde el punto cuántico a energía  $\mu_d^- > \mu_d^+$ . El transporte se verá favorecido a favor de la diferencia de potencial en cuanto a las distribuciones de electrones y huecos en los reservorios, como cabe esperar. De esta manera, las posibles asimetrías entre  $B > 0$  y  $B < 0$  que favorezcan la corriente  $L \rightarrow R$  o  $R \rightarrow L$  se deben a asimetrías entre las probabilidades de transición.

Si suponemos probabilidades de transición que no dependan de la energía (constantes en todo el proceso),  $\Gamma_{1,2}^\pm = \Gamma_{1,2}$ , vemos que el cociente entre tasas de transición es igual al cociente entre funciones de distribución de electrones/huecos, el cual siempre es menor o igual a 1. Al no haber asimetrías entre un campo magnético positivo y negativo para las probabilidades de transición, la corriente es negativa. Tanto las partículas que se mueven de izquierda a derecha como al revés pasan por  $\Gamma_1$  y  $\Gamma_2$ , de manera que ningunas transiciones se ven favorecidas, por lo que la corriente sigue su curso natural. Vemos en la Fig.9 como solo existe corriente negativa. De este modo, vamos a modelar las probabilidades de transición según la expresión 24. Desarrollando cociente nos queda

$$\frac{\Gamma_1^- \Gamma_2^+}{\Gamma_1^+ \Gamma_2^-} = e^{(k_1 - k_2)(\mu_d^- - \mu_d^+)} = e^{-\eta e \Delta V (k_1 - k_2)} \quad (57)$$

En primer lugar, vemos que la asimetría entre los potenciales químicos al cambiar el campo ayuda al túnel hacia el reservorio  $L$ , puesto que la energía es más alta y es más fácil que se de la transición. Notamos que la diferencia de potencial  $\Delta V$  que es un obstáculo para conducir corriente en sentido contrario, ahora se vuelve una ayuda sobre la que el demonio tiene mejor capacidad para actuar. Esto se debe a que la asimetría entre los potenciales químicos es más grande ( $\mu_d^-$  se va haciendo más grande que  $\mu_d^+$ ), por lo que al cambiar el campo la ayuda que recibe el sistema es mayor. No solo eso sino que la asimetría entre las capacitancias favorece la corriente en contra de la diferencia de potencial cuando esta tiende a  $-1$ , es decir,  $C_2 \gg C_1$ . Lo interpretamos como que la repulsión electrostática con en el *edge state* de abajo (2) es más débil (dada una carga  $Q = Ne$ ) para  $B > 0$ , con energía  $V_R < V_L$ , de manera que potencial químico del punto cuántico es más bajo respecto a cuando el campo magnético es negativo, por lo que es más fácil la transición de  $R$  al punto cuántico. Si lo leemos al revés,  $C_1 \ll C_2$ , la interacción con el estado de borde superior es más grande, el cual tiene energía  $V_L > V_R$  para  $B > 0$ , de manera que el potencial del punto cuántico es más pequeño con el campo magnético positivo. Podemos interpretar el parámetro  $\eta$  como la cantidad de *feedback*. El demonio actúa

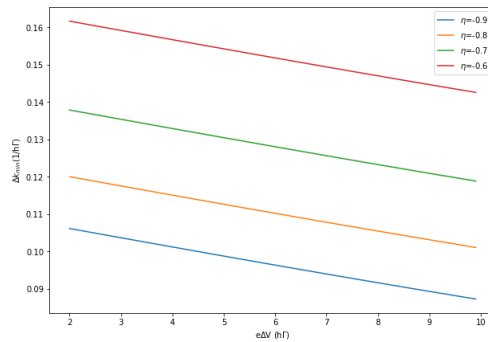




**Figura 9:** Corriente en el reservorio  $L$  con  $\tilde{\epsilon}_d = 0$ , temperatura  $T_{L,R,D} = T_0 = 10 \frac{\hbar\Gamma}{k_B}$  ( $\Delta T_{L,R,D} = 0$ ),  $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma$ ,  $E_1 = E_2 = 0$ . Cogemos  $\tilde{\epsilon}_d = 0$  dado que es una cantidad común y no afecta en el transporte. Además, también las energías de las barreras túnel las tomamos como 0 debido a que al cambiar el campo magnético no afectan al transporte. La corriente hacia el reservorio  $L$  es siempre negativa, por lo que la corriente va de  $L$  a  $R$ , a favor de la diferencia de potencial.

mejor cuanto mayor es el *feedback*, es decir, cuando  $|\eta|$  aumenta. Cuando las capacitancias son simétricas,  $\eta = 0$ , no hay asimetrías en la interacción ( $\mu_d^+ \equiv \mu_d^-$ ), por lo que el hecho de cambiar el campo magnético no tiene ningún efecto. Es como si no hubiera demonio, como si no actuase, no hay *feedback*. Esto nos dice que el demonio no puede actuar en condiciones ideales, ya que estas se consiguen haciendo simétricas las interacciones. Además, es necesario hacer  $k_1 > k_2$ . De este modo, la dependencia con la energía es más fuerte para  $\Gamma_1$ , y, dado que  $\mu_d^- > \mu_d^+$ , se acentúan las transiciones des del punto cuántico al reservorio  $L$ . Obtenemos así las dos condiciones para que el demonio actúe adecuadamente,  $k_1 > k_2$  y  $\mu_d^- > \mu_d^+$ . Las transiciones con el campo negativo se dan solo hacia los reservorios. Aún así, hay una tercera condición. No basta con asimetrizar las probabilidades de transición, sino que tienen que ser lo suficientemente asimétricas como para vencer a las distribuciones de electrones y huecos en los reservorios, las cuales favorecen una corriente en su sentido natural. Puesto que las expresiones para determinar cuando empieza a haber una corriente en contra de la diferencia de potencial se complican, vamos a aproximar el resultado. Queremos saber a partir de qué valor de  $\Delta k = k_1 - k_2$  empieza a haber corriente positiva dado un valor de  $\eta$  ( $< 0$ ) y  $e\Delta V$  ( $> 0$ ). Igualando el cociente a uno, obtenemos que

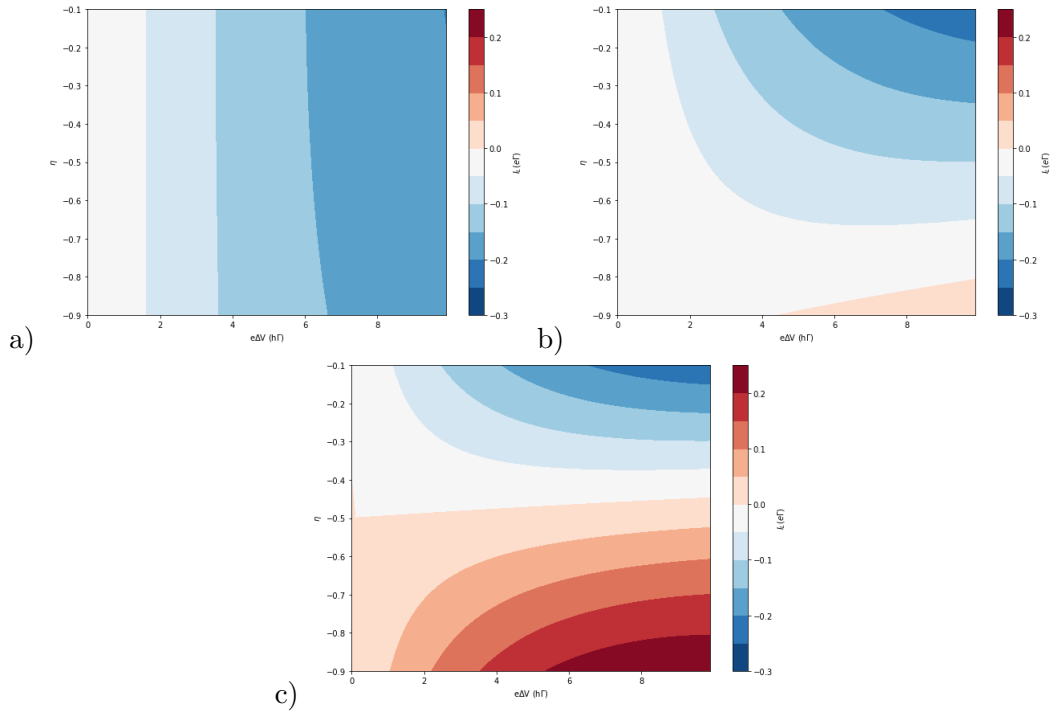
$$\Delta k_{min} = \frac{1}{\eta e\Delta V} \ln \left[ \frac{(1 - f(\mu_d^- - eV_L))f(\mu_d^+ - eV_R)}{f(\mu_d^+ - eV_L)(1 - f(\mu_d^- - eV_R))} \right] \quad (58)$$



**Figura 10:** Mínimo valor necesario entre la diferencia de  $k_{1,2}$  para ver corriente en función de  $\eta \in (-1, 0)$  y  $\frac{e\Delta V}{\hbar\Gamma} \in (0, 10)$ .

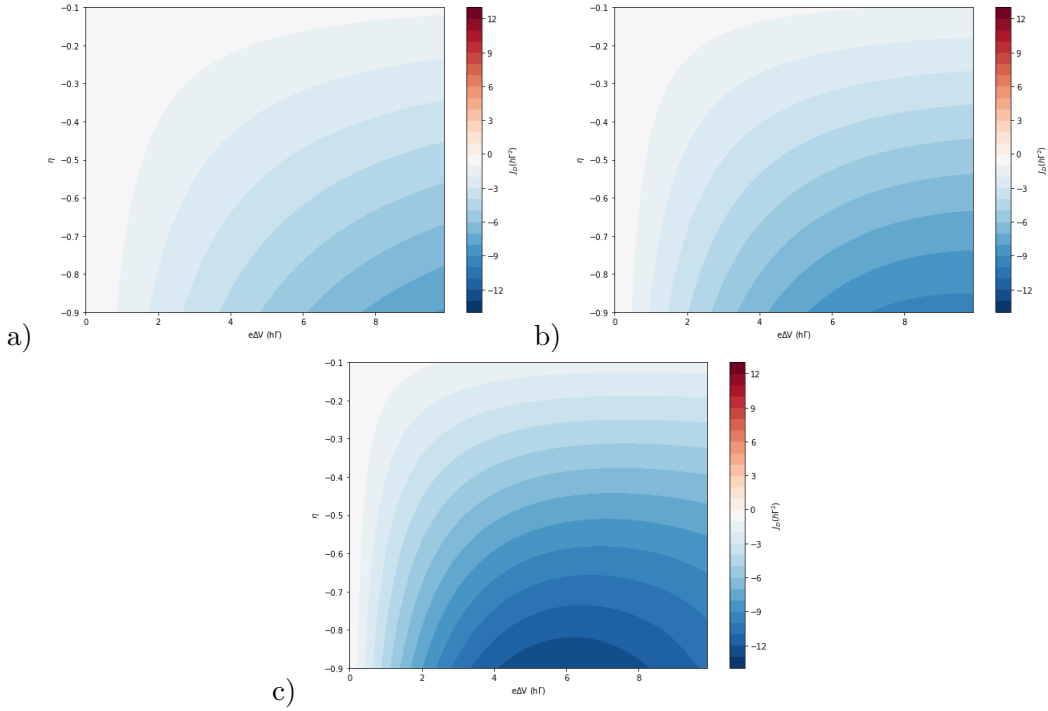
Lo que queremos ver en realidad es cuando empezamos a ver corriente positiva en nuestro

gráfico. Notamos que este valor va a cambiar según los valores  $\eta, e\Delta V$  que vayamos a representar, puesto que la corriente se hace más positiva a medida que  $|\eta|$  y  $|e\Delta V|$  crecen. Cuanto mayor es la diferencia de potencial y más negativo es  $\eta$ , mejor actúa el demonio y, por lo tanto, necesitaremos menor  $\Delta k$ . Para  $\Delta V$  finita el cociente entre funciones de Fermi está entre 0 y 1, por lo que su inverso es mayor que 1, de manera que el logaritmo de su inverso es mayor a 0. Así, como  $\eta < 0$ ,  $\Delta k_{min}$  es positivo, como cabe esperar, puesto que el demonio actúa para  $k_1 > k_2$ . Si dibujamos  $\Delta k_{min}$  (Fig.10) vemos que decrece con la diferencia de potencial y  $|\eta|$ . De este modo, empezaremos a ver corriente en nuestro gráfico cuando para  $\Delta V$  y  $|\eta|$  sean máximos,  $k_{min}(-|\eta|_{max}, |e\Delta V|_{max})/h\Gamma$ . En nuestro caso,  $\Delta k_{min} \approx 0,1/h\Gamma$ . Vemos que para  $k_2 = 0,1/h\Gamma$  con  $k_1 = 2k_2$ ,  $\Delta k = k_2 = 0,1/h\Gamma$  (Fig.11b) es cuando empieza a haber corriente positiva. Vemos que si el cociente entre funciones de Fermi fuera 1, para cualquier  $\Delta k$  y  $-1 < \eta < 0$  y  $e\Delta V > 0$ , la corriente sería siempre positiva (para nuestro cuadrante escogido en la Fig.7). El hecho de que las funciones de Fermi no tengan cociente 1 hace que el demonio no sea capaz de actuar para ciertos valores de  $\eta$  y  $e\Delta V$ . Podemos interpretarlo como que el demonio solo es capaz de extraer información de las partículas en el punto cuántico, no en los reservorios. No puede "controlar" (mediante el protocolo) la energía de las partículas en los reservorios, o más bien la cantidad de estados (electrones o huecos) disponibles para la transición a la energía del punto cuántico. El cociente entre funciones de Fermi disminuye cuando aumenta la diferencia de potencial, puesto que el transporte en su sentido natural se ve más favorecido, y cuando las capacitancias tienden a ser iguales, puesto que el potencial químico se vuelve más simétrico con el campo, y se favorece la corriente negativa (baja la energía del punto cuántico en la transición a  $L$  y se vuelve más difícil).



**Figura 11:** Corrientes de carga en el reservorio  $L$  para barreras en un sistema sin entorno túnel simétricas (a), con  $k_1 = k_2$ , y asimétricas con  $k_1 = 2k_2$  (b) y  $k_1 = 3k_2$  (c), con  $k_2 = 0,1/h\Gamma$ . El resto de parámetros son los mismos que en la figura anterior. Solo con barreras lo suficientemente asimétricas hay corriente positiva.

Es cierto que elevando la energía del potencial químico del punto cuántico facilita la transición al reservorio de mayor energía, pero aún es más probable ir a uno de menor energía. Por eso, se necesita una ayuda extra aumentando más la probabilidad de túnel en el estado de borde 1 cuando el campo magnético es negativo y la energía en el punto cuántico es más grande. Cuando



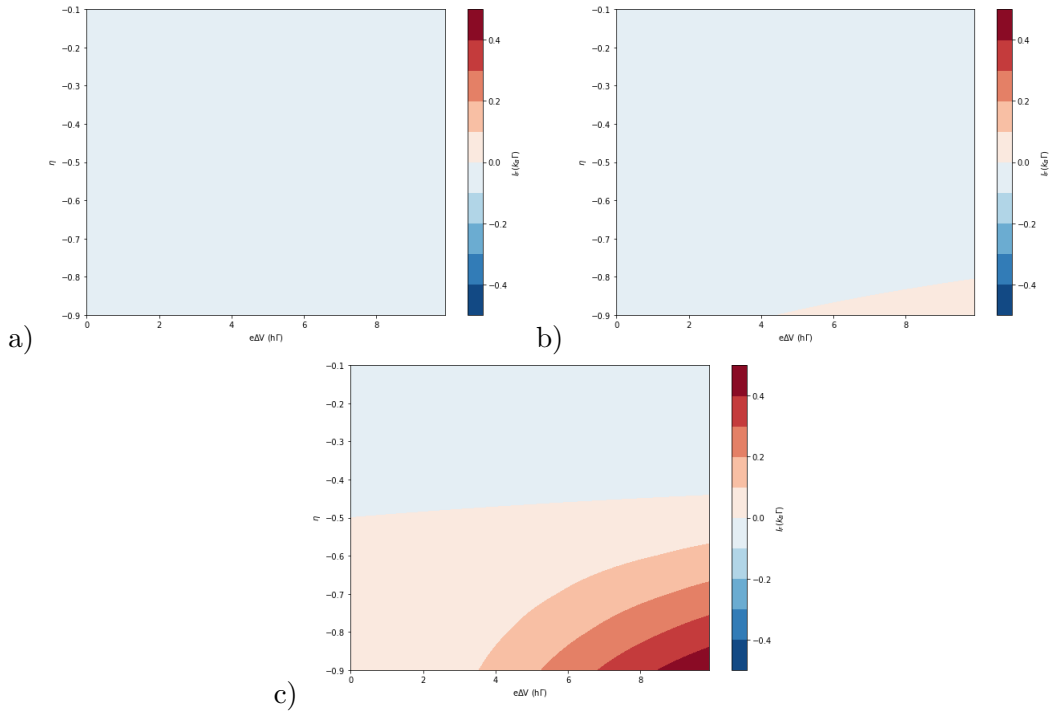
**Figura 12:** Corrientes de calor en el reservorio  $L$  en un sistema sin entorno para barreras túnel simétricas (a), con  $k_1 = k_2$ , y asimétricas con  $k_1 = 2k_2$  (b) y  $k_1 = 3k_2$  (c), con  $k_2 = 0,1/h\Gamma$ . El resto de parámetros son los mismos que en la figura anterior. La corriente de calor no cambia significativamente en los tres casos.

es positivo, en cambio, se necesita lo contrario, ya que las transiciones se dan desde los reservorios. La energía del punto cuántico baja, por lo que las probabilidades de túnel  $\Gamma_{1,2}$  bajan. Por la misma razón, aunque bajar la energía del punto cuántico facilite una transición desde el reservorio de menor energía, es más probable una transición desde el de mayor energía. Así, al bajar la energía, necesitamos que la probabilidad de transición desde el estado de borde 1 ( $L$ ) baje más que la del 2 ( $R$ ). Esto se traduce en que la probabilidad de túnel  $\Gamma_1(E)$  tiene que tener una dependencia más fuerte con la energía que  $\Gamma_2(E)$ ,  $k_1 > k_2$ , lo suficiente para vencer el cociente entre funciones de Fermi. Cuanto menor es la diferencia entre los potenciales químicos  $\mu_d^+$  y  $\mu_d^-$  ( $\eta, e\Delta V \rightarrow 0$ ), se necesita una mayor asimetría entre  $k_1$  y  $k_2$  para facilitar las transiciones al reservorio de mayor energía y potenciar la corriente en contra de la diferencia de potencial.

Podemos pensar que, al no ser ideal el demonio, hay intercambio de energía en forma de calor, y podría ser eso lo que mueve las cargas en contra de la diferencia de potencial. De hecho, como notamos en la ecuación 43 la corriente de calor hacia el demonio es siempre negativa (como vemos en la Fig.12, por lo que el demonio inyecta energía). Si representamos la corriente de calor, vemos que no depende de si hay corriente de carga negativa o positiva. No se da un exceso de energía inyectada al sistema que haga mover las cargas en sentido contrario. Concluimos que no es la corriente de energía del demonio la que mueve las cargas en contra del voltaje.

Solo nos queda hacer un análisis de la entropía. Si hacemos lo mismo para la corriente de información, vemos que cuando el demonio recibe información es cuando puede actuar (Fig.13). Para ser capaz de realizar el protocolo de demonio de Maxwell, necesita saber si hay una partícula en el punto cuántico o no para cambiar el campo magnético, y es ese cambio en los campos magnéticos lo que da lugar a una corriente positiva. La información del sistema es la principal propiedad que usa el demonio para realizar su tarea. De hecho, es la única magnitud medible en caso de que el demonio pudiera actuar de manera ideal ( $J_D = 0$ ). El protocolo solo actúa en base

al estado del punto cuántico (y no en base a los estados de los reservorios) el cual es más efectivo cuando la diferencia en los potenciales químicos aumenta. Cuando esta disminuye ( $\mu_d^- \rightarrow \mu_d^+$ ), o más bien no es lo suficientemente grande ( $\mu_d^- - \mu_d^+ < \frac{1}{k_2 - k_1} \ln \left[ \frac{(1 - f(\mu_d^- - eV_L))f(\mu_d^+ - eV_R)}{f(\mu_d^+ - eV_L)(1 - f(\mu_d^- - eV_R))} \right]$ ), los estados con energías  $\mu_d^+$  y  $\mu_d^-$  del punto cuántico influyen menos en el transporte, ya que, a efectos prácticos para el transporte, estar a energía  $\mu_d^+$  o  $\mu_d^-$  es aproximadamente equivalente ( $\mu_d^- \approx \mu_d^+$ ). De esta manera, gana el peso que tienen las distribuciones en los reservorios, que promueven la corriente en su sentido natural. El protocolo (representando la acción del demonio) no es lo suficientemente efectivo para mover las cargas en sentido contrario en esta situación ya que actúa en base a estados prácticamente equivalentes, lo cual da una información que no es significativa. Antes de medir, la partícula en el punto cuántico puede estar en dos estados, con energías  $\mu_d^+$  o  $\mu_d^-$ . Si estas dos energías son prácticamente equivalentes, el hecho de medir no aporta información (útil) con la que poder actuar, dado que cambiar el campo magnético en base a esa información no cambiaría nuestro sistema de manera significativa. No es capaz de extraer información para realizar un trabajo, dado que el protocolo solo se centra solo en el punto cuántico y no en los reservorios, por lo que solo extrae información de este. Esto lo vemos reflejado en las ecuaciones con el cociente entre funciones de Fermi. Por lo contrario, para este protocolo cuando nos alejamos del equilibrio y de un demonio ideal, la información que recibe al medir es de gran valor, ya que en base a esta información el demonio invierte el campo y, al ser los potenciales químicos más asimétricos, el efecto que tiene en el transporte es grande, permitiendo mover las cargas en sentido contrario. Por eso vemos un aumento de la corriente de información cuando la corriente de carga se hace más positiva.



**Figura 13:** Corrientes de información que recibe el demonio en un sistema sin entorno para barreras túnel simétricas (a), con  $k_1 = k_2$ , y asimétricas con  $k_1 = 2k_2$  (b) y  $k_1 = 3k_2$  (c), con  $k_2 = 0,1/h\Gamma$ . El resto de parámetros son los mismos que en la figura anterior. La corriente de información cambia significativamente cuando la corriente de carga es positiva. Aproximadamente a partir de  $k_1 = 2k_2$  es cuando el demonio es capaz de extraer información para actuar.

## 5.2. Con entorno

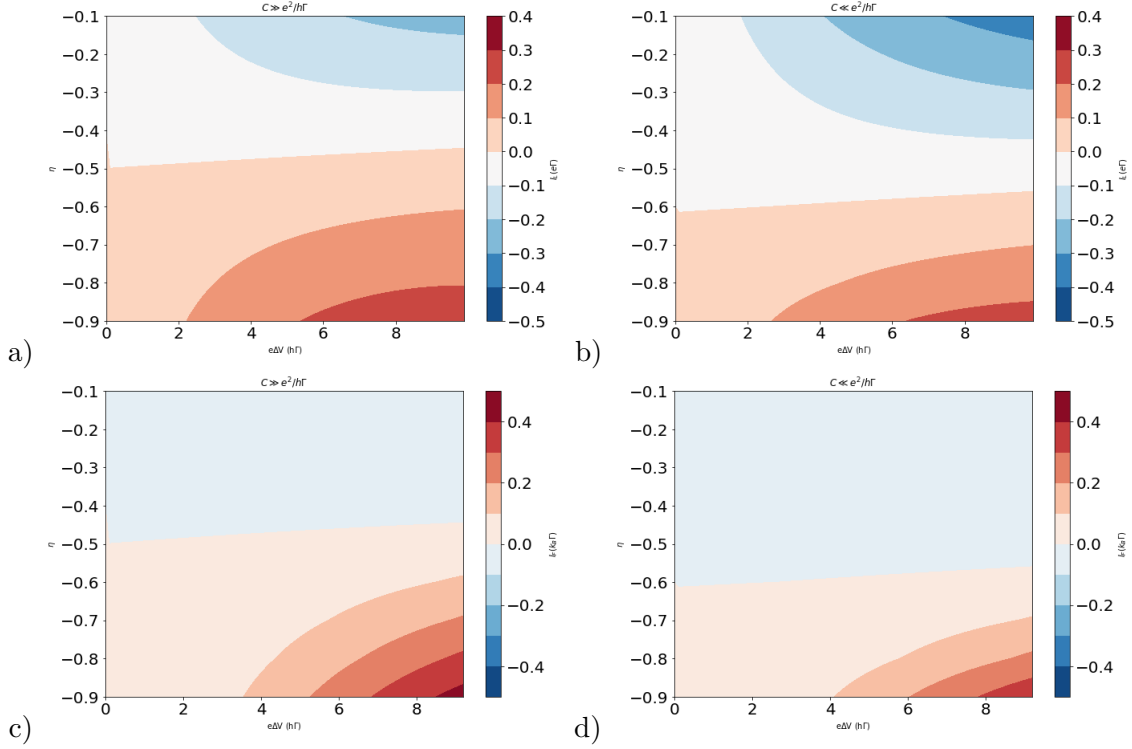
Como hemos visto en la sección anterior, las tasas de transición se modifican de acuerdo a la teoría de la  $P(E)$ , dadas por las ecuaciones 31 y 33. Ahora las expresiones se complican y no podemos sacar conclusiones analíticas, por lo que procederemos con un cálculo numérico de las tasas de transición que nos darán las propiedades de transporte. En concreto, vamos a mirar las corrientes de carga y entropía, puesto que son las propiedades relevantes en el sistema con demonio de Maxwell.

La  $P(E)$  es una gaussiana, por lo que tiende a una delta de Dirac cuando la varianza se va a 0. Es decir, cuando el nivel de energía de transición se va haciendo más estrecho respecto del potencial químico del punto cuántico, la densidad de probabilidad de que se de la transición a energía  $\mu_d$  tiende a infinito. La varianza tiende a 0 con la energía de carga tendiendo o la temperatura en común tendiendo a 0. Queremos estudiar el efecto de la  $P(E)$  en nuestro sistema, de manera que tenemos que compararlo con el sistema sin entorno (límite de  $P(E) \rightarrow \delta(E)$ ). Las propiedades de transporte en el sistema con demonio de Maxwell sin entorno dependen de la asimetría entre las capacitancias y de la diferencia de potencial. Es por eso que no debemos obtener el límite de la delta de Dirac mediante los parámetros  $T_0$ ,  $\eta$  y  $e\Delta V$ . Así, estudiamos el límite en el que la energía de carga tiende a 0 mediante el límite en el que  $C \rightarrow \infty$ . Cuando menor es la energía de carga, menos se ensancha el nivel del punto cuántico, por lo que el entorno "interviene" menos: la energía de transición en presencia de entorno tiende al potencial químico (transición sin entorno). Así, podemos ver la energía de carga como la cantidad de interacción o influencia que tiene el entorno sobre el transporte del sistema. Si es muy alta, habrá muchas energías disponibles que se van a deber al entorno: el entorno influirá mucho sobre el sistema. Esto ocurre a capacitancia total  $C = C_1 + C_2 \rightarrow \infty$ . Así, el parámetro  $C$  nos va a medir la interacción con el entorno. Para  $C$  baja, la interacción con el entorno será alta, y  $C$  pequeña equivale a menos entorno.

Lo que ocurre, como vemos en la Fig. 14, es que las corrientes de carga y de información disminuyen. En ciertas situaciones, donde la corriente en ausencia de entorno es más pequeña, se llega a invertir el sentido de la corriente. Al igual que en el demonio en ausencia de entorno, en presencia de este tiene un área de actuación. En el primer caso, esta se debe a la imposibilidad de controlar las transiciones naturales de un potencial más alto a uno más bajo a causa de las diferencias en las funciones de Fermi de ambos reservorios. En este último caso, existe un mayor rango de energías a la que puede darse la transición. El demonio actúa cuando detecta que se llena el punto cuántico a energía  $\mu_d^+$ . Así, una transición que puede darse a más de una energía se traduce en pérdida en la información que usa el demonio para seguir el protocolo. Cuando la pérdida de información es lo suficientemente grande, el demonio pierde su capacidad para actuar.

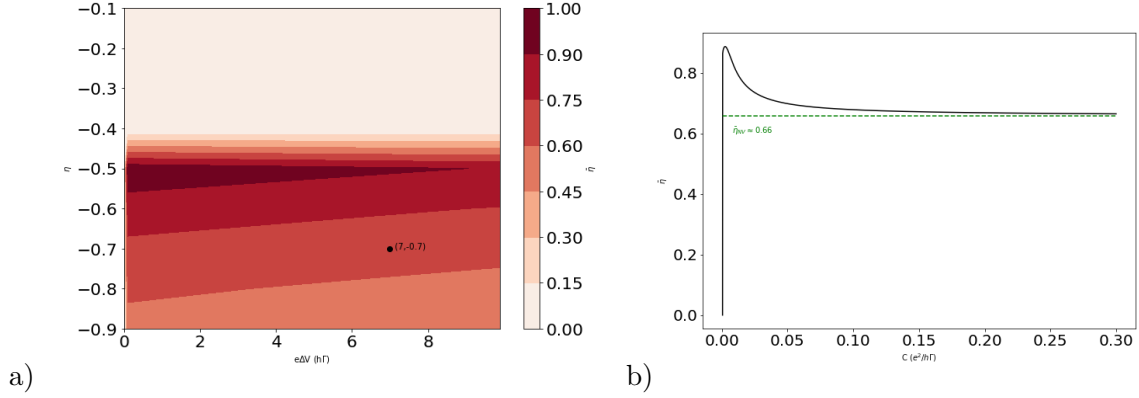
No obstante, vemos que en las regiones en las que actúa, por ejemplo en la esquina inferior derecha de las Fig.14a y 14b, la corriente de carga no cambia significativamente, mientras que la corriente de información sí (Fig.14c y 14d). Como ejemplo, nos centramos en el punto en negro de la Fig:15. Los valores de corriente de carga e información para  $C$  grande y  $C$  pequeño son aproximadamente  $I_L; I_F = 0,13e\Gamma ; 0,14k_B\Gamma$  y  $I_L; I_F = 0,08e\Gamma ; 0,07k_B\Gamma$ . Esto implica que mientras la corriente de carga ha disminuido aproximadamente un 40 %, la de información lo ha hecho un 50 %. Así, el demonio utiliza menos información para un mejor resultado, por lo que la eficiencia aumenta, en concreto aproximadamente un 24 % ( $\bar{\eta} \approx 0,66 \rightarrow \bar{\eta} \approx 0,82$ ). Cuanta mayor potencia es capaz de generar con una menor información adquirida del sistema, significa que el demonio es más eficiente.

Cuanto mayor es la diferencia de potencial y más negativa es  $\eta$ , la eficiencia del demonio disminuye. Es cierto que la corriente en contra de la diferencia de potencial aumenta cuando



**Figura 14:** Corrientes de carga (a,b) e información (c,d) en un sistema con demonio de Maxwell y entorno para  $C = 10^2 e^2/h\Gamma \gg e^2/h\Gamma$  (a, c) y  $C = 10^{-2} e^2/h\Gamma \ll e^2/h\Gamma$  (b, d), con  $k_1 = 3k_2$  y  $k_2 = 0,1/h\Gamma$ , ya que de los tres casos anteriores este es el que hay más corriente en contra de la diferencia de potencial. El resto de parámetros son iguales que en las anteriores gráficas. La capacidad de actuación disminuye con el entorno.

esto ocurre a causa de una mayor asimetría en los potenciales químicos, pero también se ve más favorecida la corriente en su sentido natural debido a las distribuciones de electrones/huecos en los reservorios, lo cual dificulta una corriente positiva hacia el reservorio de mayor energía. Esto se traduce en una pérdida de eficiencia, ya que cuesta más conducir corriente en contra de la diferencia de potencial y, por lo tanto, no se da tanta corriente como la que podría darse. La información aumenta a medida que aumenta la asimetría entre potenciales químicos, por lo que dado un valor de la información recibida, es decir, dado un valor en la diferencia (asimetría) entre  $\mu_d^+$  y  $\mu_d^-$ , la carga que es capaz de mover (con esa información) en contra de la diferencia de potencial es menor por el efecto de las distribuciones de electrones/huecos en los reservorios. Visto al revés, dado un valor de la corriente (positiva) la información que utiliza el demonio es mayor. El "desorden" aumenta en el sistema y eso dificulta al demonio (nos alejamos del equilibrio y de la situación de demonio ideal). Cuando actúa un entorno, la pérdida de información se vuelve más grande, por lo que el demonio pierde capacidad para actuar, pero las transiciones en sentido contrario se ven favorecidas dado que hay un mayor rango de energías accesibles. Esto se debe a que las transiciones desde un reservorio con mayor potencial químico son más favorables, ya que en este hay más estados disponibles para la transición, correspondientes a un rango más amplio de energías en el reservorio. Para un reservorio con menor potencial químico, ocurre lo contrario: hay menos energías en las que existen estados disponibles para la transición. El entorno lo que hace es aumentar el rango de energías posibles para una transición. Así, puesto que el rango de energías para un reservorio con mayor potencial químico es más grande, este apenas se ve afectado por el entorno, mientras que para un reservorio con bajo potencial químico, el entorno permite la transición a energías incluso por debajo de su potencial químico, por lo que la cantidad de estados disponibles para una transición desde ese reservorio aumenta, ya que estos



**Figura 15:** Eficiencia del demonio de Maxwell con  $k_1 = 3k_2$ ,  $k_2 = 0,1/h\Gamma$ . a) Eficiencia para un demonio en ausencia de entorno ( $C = 10^2 e^2/h\Gamma \gg e^2/h\Gamma$ ). Es menos eficiente a medida que aumenta la diferencia de potencial y  $\eta$  tiende a -1. b) Eficiencia en presencia de entorno indicado en el punto en negro. El entorno aumenta la eficiencia hasta que llega a un punto óptimo, donde decae por la incapacidad del demonio a actuar. Cuando  $C \rightarrow \infty$ , recuperamos el demonio de Maxwell sin entorno, cuya eficiencia es  $\bar{\eta}_{NV} \approx 0,66$  en el punto indicado, como se muestra en la línea discontinua verde. El resto de parámetros son los mismos que en las anteriores figuras.

se corresponden a estados con energía igual o inferior a su potencial químico, disponibles en el reservorio. Medir la energía de la partícula en el punto cuántico ahora te aporta menos información (o de menos valor), dado que la probabilidad de que se dé la transición a otra energía es más alta respecto a cuando no hay entorno, por lo que cambiar el campo magnético para cambiar la energía de la partícula en el punto cuántico tiene un efecto menos significativo. Este "ruido" en las transiciones hace que estas sean menos "controlables" y sea más difícil intentar "controlar" (mediante el protocolo) las transiciones para que vayan al reservorio de mayor energía. Así, el entorno ayuda a transportar carga pese a que dificulta al demonio obtener información acerca del sistema. Esto se refleja en una mejora en la eficiencia, ya que el entorno ayuda en las transiciones en contra de la diferencia de potencial. Llega un momento en el que, cuando el entorno es lo suficientemente interactivo (dado un valor de  $\eta$  y  $e\Delta V$ ), la incertidumbre en la energía de transición es tan alta que el entorno empieza a ser un inconveniente. Hay tantas energías en las que puede darse la transición que la energía en el punto cuántico deja de tener importancia en el transporte, de manera que la "herramienta" que usa el demonio para actuar se vuelve inútil, y pasa a ser como si no actuase, por lo que las transiciones de un reservorio de mayor energía a uno de menor energía (corriente de carga negativa, en su sentido natural) pasan a ser las que dominan el transporte. La transición puede darse a un rango tan amplio de energías que el protocolo deja de tener sentido. El hecho de estar a una energía u otra en el punto cuántico pasa a ser irrelevante (información sin valor). Así, la información (útil) que recibe el demonio con la que poder actuar tiende a cero. En ese caso, el demonio no puede actuar y efectuar el protocolo de manera correcta, dado que no recibe información.

## 6. Conclusiones

Se representan las corrientes de carga, calor a través del sistema y de información hacia el demonio de Maxwell. Este aprovecha la ruptura de la simetría en el potencial químico (y por lo tanto en las tasas de transición) al invertir el campo magnético para generar una corriente en sentido opuesto a su sentido natural. Vemos que actúa en base a la información que recibe del sistema y no a la corriente de calor. Se observa corriente en contra de la diferencia de potencial bajo la acción del demonio, más intensa cuando más nos alejamos del equilibrio y de un régimen ideal. Eso implica un mayor aumento en la corriente de información, disminuyendo su eficiencia.

En presencia de un entorno, las transiciones en sentido opuesto se ven favorecidas, contrarestando la incapacidad del demonio para extraer información, de manera que la eficiencia aumenta. Existe un punto óptimo para la eficiencia. Más allá de ese punto, la incertidumbre en la energía de transición se vuelve muy elevada, lo que conlleva a una pérdida de información que impide actuar adecuadamente al demonio en presencia del entorno, por lo que su eficiencia empieza a bajar.

Cabe destacar que el demonio se basa en un modelo simple de interacción entre los estados de borde y el punto cuántico, acoplados mediante una única capacitancia. Este modelo se puede mejorar dividiendo el sistema en distintas regiones, y acoplando cada región al punto cuántico mediante una capacitancia. De este modo, se modela con más precisión la interacción en función de su posición respecto del punto cuántico. En este caso, la asimetría entre probabilidades de túnel daría lugar a un parámetro como  $\eta$  que mide su asimetría, y jugaría un papel similar a como lo hace  $\eta$  en nuestro sistema. Además, se podría incorporar el efecto del spin, suponiendo doble ocupación en el punto cuántico, y ver como influye el demonio de Maxwell en su transporte.

Además, en la realidad no existe tal demonio de Maxwell como una entidad no física. Así, se podría modelar la implementación del demonio a través de un doble punto cuántico, el cual detecta el estado de la partícula en el primero mediante interacción electrostática [19, 20].

En este caso, podríamos tratar de tener en cuenta coherencia cuántica cotúnel, considerando que el demonio actuase coherentemente dentro del protocolo que se propusiese [10].

## Referencias

- [1] Charles H. Bennett. “Notes on Landauer’s principle, reversible computation, and Maxwell’s Demon”. En: *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 34.3 (2003). Quantum Information and Computation, págs. 501-510.
- [2] B. Crandall y J. Lewis. “There’s Plenty of Room at the Bottom”. En: *Nanotechnology: Research and Perspectives*. 1992, págs. 347-363.
- [3] S. Curilef y col. “Landauer’s principle and non-equilibrium statistical ensembles”. En: *Physics Letters A* 372.14 (2008), págs. 2341-2345.
- [4] Massimiliano Esposito y Gernot Schaller. “Stochastic thermodynamics for “Maxwell demon” feedbacks”. En: *EPL (Europhysics Letters)* 99.3 (2012), pág. 30003.
- [5] Massimiliano Esposito y Christian Van Den Broeck. “Three faces of the second law. I. Master equation formulation”. En: *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 82.1 (2010), págs. 1-10.
- [6] David K. Ferry, Stephen M. Goodnick y Jonathan Bird. *Transport in Nanostructures*. 2.ª ed. Cambridge University Press, 2009.
- [7] Guillem Rosselló Rosselló. “Heat and charge transport in nanostructures: interference, ac-drivings, environment, and feedback”. Tesis doct. 2018.
- [8] Meir Hemmo y Orly Shenker. “The physics of implementing logic: Landauer’s principle and the multiple-computations theorem”. En: *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 68 (2019), págs. 90-105.
- [9] Gert-Ludwig Ingold y Yu. V. Nazarov. “Charge Tunneling Rates in Ultrasmall Junctions”. En: 294 (1992), págs. 21-107.
- [10] Lukasz Karwacki. “Magnon cotunneling through a quantum dot”. En: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 441 (2017), págs. 764-768.



- [11] K. MacLean y col. “Energy-Dependent Tunneling in a Quantum Dot”. En: *Phys. Rev. Lett.* 98 (3 2007), pág. 036802.
- [12] James Clerk Maxwell. *Theory of Heat*. Cambridge Library Collection - Physical Sciences. Cambridge University Press, 1871.
- [13] Michael V Moskalets. *Scattering matrix: approach to non-stationary quantum transport*. London: Imperial College Press, 2012.
- [14] Yuli V. Nazarov y Yaroslav M. Blanter. *Quantum transport: Introduction to nanoscience*. Vol. 9780521832465. 2009, págs. 1-581.
- [15] John D. Norton. “Eaters of the lotus: Landauer’s principle and the return of Maxwell’s demon”. En: *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 36.2 (2005), págs. 375-411.
- [16] Guillem Rossell. *Esposito’s Maxwell Demon*. private communication. 2017.
- [17] Guillem Rosselló, Rosa López y Rafael Sánchez. “Dynamical Coulomb blockade of thermal transport”. En: *Phys. Rev. B* 95 (23 2017), pág. 235404.
- [18] Paul Skrzypczyk, Anthony J. Short y Sandu Popescu. *Extracting work from quantum systems*. 2013.
- [19] Philipp Strasberg y col. “Thermodynamics of a Physical Model Implementing a Maxwell Demon”. En: *Physical Review Letters* 110.4 (2013).
- [20] Philipp Strasberg y col. “Thermodynamics of a Physical Model Implementing a Maxwell Demon”. En: *Phys. Rev. Lett.* 110 (4 2013), pág. 040601.
- [21] Seigo Tarucha y col. “Elastic and inelastic single electron tunneling in coupled two dot system”. En: *Microelectronic Engineering* 47.1 (1999). New Phenomena in Mesoscopic Structures, págs. 101-105.
- [22] Mark Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge University Press, 2013.
- [23] Wikipedia contributors. *Maxwell’s demon* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. 2020. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Maxwell%27s\\_demon&oldid=976652594](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Maxwell%27s_demon&oldid=976652594).
- [24] Wikipedia contributors. *Moore’s law* — *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. 2020. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Moore%27s\\_law&oldid=977520429](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Moore%27s_law&oldid=977520429).