



Universitat
de les Illes Balears

Títol: LA DIVERSITAT CULTURAL A L'AULA DE MATEMÀTIQUES

NOM AUTOR: Rosa Maria Sureda Pastor

Memòria del Treball de Fi de Màster

Màster Universitari en Formació del Professorat
(Especialitat/Itinerari de Matemàtiques)

de la

UNIVERSITAT DE LES ILLES BALEARS

Curs Acadèmic 2014/15

Data: 23 de juliol de 2015

Signatura de l'autor

Nom Tutor del Treball: Daniel Ruiz Aguilera

Signatura Tutor

Acceptat pel Director del Màster Universitari en Formació del Professorat

Signatura

RESUM

Aquest treball parteix de la idea d'una educació matemàtica dirigida a tots els alumnes. La primera part, es centra en analitzar la situació actual que existeix en relació a la diversitat cultural present a les aules i aprofundir sobre l'aspecte cultural de les matemàtiques a partir de diverses fonts bibliogràfiques que són referents en la investigació d'aquesta matèria. Dins d'aquesta relació entre les matemàtiques i la cultura, s'ha presentat l'ús de contextos històrics com a element enriquidor i motivador que permet veure les matemàtiques com a producte de les necessitats humanes al llarg de la història.

Aquest és el marc teòric que ens ha permès fixar els criteris de selecció per definir la proposta didàctica. Aquesta proposta es presenta en forma de projecte d'investigació que gira al voltant de la Terra i els seus moviments. La descripció es centra en els objectius didàctics, la contribució a les competències bàsiques, els aspectes metodològics i d'avaluació, així com l'organització i aspectes tècnics per a la seva implementació. En definitiva, el resultat és una proposta que proporciona un recurs didàctic alternatiu per treballar dins l'aula des d'una perspectiva cultural de les matemàtiques.

Paraules clau: formació del professorat, matemàtiques culturals, història de les matemàtiques, recursos didàctics.

ÍNDEX

1	Motivació	3
2	Justificació del treball	5
3	Objectius	9
4	L'educació matemàtica per a tothom	11
4.1	Les matemàtiques com a instrument per educar	11
4.2	Matemàtiques culturals.....	12
4.2.1	Etnomatemàtica.....	14
4.2.2	Enculturació Matemàtica	16
4.3	L'ús de contextos històrics.....	19
5	Criteris de selecció	22
6	Proposta didàctica.....	23
6.1	Justificació	23
6.2	Durada i temporització de la unitat al llarg del curs	25
6.3	Objectius didàctics.....	26
6.4	Contribució a les competències bàsiques.....	27
6.5	Continguts	29
6.6	Relació amb altres àrees	31
6.7	Criteris d'avaluació	32
6.8	Metodologia	33
6.8.1	Organització segons el tipus d'activitats	34
6.8.2	Desenvolupament experimental	36
6.8.3	Desenvolupament de les activitats d'ensenyament-aprenentatge	39
6.9	Avaluació	40
6.10	Ampliació de la proposta	42
7	Conclusions.....	45
8	Bibliografia	47
9	ANNEXOS.....	49

1 Motivació

La realització de les pràctiques durant aquest màster m'ha permès conèixer la realitat actual des de la perspectiva de la diversitat cultural a les nostres aules. Com a futurs professors, hem de ser capaços d'oferir una educació que respongui als reptes que ens planteja una societat globalitzada i en constant canvi, així com una educació que faciliti l'aprenentatge per a la convivència i el respecte cap a les diferents cultures.

Per altra banda, ningú discuteix el paper clau que tenen les matemàtiques en els diferents àmbits de la societat però entre els alumnes existeix la concepció generalitzada de que les matemàtiques són una assignatura complicada i abstracta, que poc té a veure amb la realitat. Tot plegat, fa que els estudiants no trobin sentit a allò que estan estudiant, ni vegin que aquest contingut tingui una utilitat per al seu futur. Això porta que la motivació de cara a l'aprenentatge de les matemàtiques es redueixi únicament, a partir de la dedicació de més o menys esforç, a aprovar l'assignatura.

L'educació matemàtica com a part essencial per formar ciutadans actius i reflexius presenta greus problemes a l'hora de donar a tothom unes competències mínimes que permetin usar els instruments i processos matemàtics de manera adequada en els àmbits que ho requereixin. Els motius d'aquest fracàs poden ser diversos però sempre hem d'assegurar l'equitat davant l'aprenentatge de les matemàtiques per poder donar les mateixes oportunitats a tots els alumnes.

Arribats a aquest punt, la meva preocupació es poder fer front a aquestes dificultats davant el repte de la diversitat cultural a classe de matemàtiques per fer el model d'escola inclusiva que tots volem. Per superar aquestes dificultats calen recursos i estratègies didàctiques que ajudin a superar-les i estimulin l'interès i el treball, indispensables per aprendre. Conèixer quines actuacions s'han de

promoure per a que l'aprenentatge de les matemàtiques arribi a tots els alumnes ha estat el motiu principal que m'ha portat a realitzar aquest treball.

2 Justificació del treball

A l'article de "matemàtiques i cultura: una relació pendent de profunditzar" (Miró, 2006), l'autor sosté que la diversitat de cultures a les aules és gran, més enllà de considerar als alumnes provinents d'altres països, es fa referència a una diversitat invisible que prové d'altres fonts com les experiències viscudes o els interessos dels alumnes. Per tant, aquest tipus de diversitat invisible dins l'aula sempre ha existit, fins i tot en alumnes que inclouríem en la nostra cultura, però només apareix si el professor s'interessa per escoltar el que tenen a dir els seus alumnes.

Molt sovint s'associa l'atenció a la diversitat a la immigració que prové de països pobres. Com afirma el pedagog Ronald Barnett¹, els estereotips són una solució fàcil a preguntes complicades. Aquests autors també suggereixen la necessitat de sensibilitzar sobre la dimensió cultural de l'educació matemàtica, un factor imprescindible per aconseguir una escola inclusiva. Per anar cap aquesta idea, es fonamental fer front a aquestes idees esbiaixades com a causa de fracàs en alumnes minoritaris.

“Las creencias y expectativas respecto a unos determinados grupos de alumnos y el convencimiento generalizado de que éstos acumulan importantes déficits deben ser consideradas causas de primer orden ligadas al fracaso” (Alsina i Planas, 2008).

Les expectatives negatives cap a alumnes cultural i socialment diferents en classes multiètniques afecten al rendiment d'aquest alumnes i donen lloc a dinàmiques d'aula on se'ls obstaculitza l'accés a la participació. Les representacions socials fan que els alumnes es distingeixin en funció de la seva pertinença a certs grups socioculturals en lloc de distingir-se per ell mateix i les seves contribucions (Planas, 2004). No només això, sinó que en general tampoc se'ls deixa actuar com agents del seu propi aprenentatge matemàtic ja que en

¹ Citat a Alsina i Planas 2008

aquest cas el professor sol prendre un paper molt més director sense deixar desenvolupar les seves pròpies capacitats.

Intentar explicar les dificultats dels alumnes amb les matemàtiques, la seva falta d'interès o fins i tot, el seu mal comportament únicament en termes cognitius, reflexa una posició limitada davant d'aquesta problemàtica. La interpretació de les dificultats en termes cognitius projecta, sovint, representacions negatives en certs individus i grups culturals als que pertanyen, que com ja s'ha comentat condicionen l'actuació del professor i confirmen el mite que el coneixement matemàtic només és patrimoni d'una elit. Des de el punt de vista de l'educació matemàtica, considerar les matemàtiques com un producte cultural es el primer pas per un aprenentatge significatiu i permet interpretar la diversitat cultural dins l'aula com a font de riquesa per a l'aprenentatge (Gorgorió i Deulofeu, 2000).

En la nostra societat s'ha estès molt la idea de la diversitat com un problema al que hem fer front, quan el vertader problema consisteix en tractar d'establir una educació matemàtica homogènia dins d'un context que no ho és, com indica Planas:

“Si aceptamos que las aulas no son homogéneas, deberemos aceptar que las tareas y metodologías planteadas tampoco deben ser homogéneas” (Planas, 2003)

I va més enllà, afirmant que l'aprenentatge és fa per un contrast i que aquest contrast només és possible si hi ha diferències i si, a més, aquestes s'han d'explicar durant la classe. Així doncs, un clima a l'aula que fomenti la participació dels alumnes, que puguin expressar en llibertat els seus punts de vista fa visible aquesta diversitat i ofereix alternatives per equiparar les oportunitats d'aprenentatge matemàtic de tots els alumnes.

Per altre banda, també és cert que obrir l'aula a la participació de tots els alumnes pot crear situacions d'inseguretat en el docent, com diuen Civil, Planas, i Fontseca

(2000), però el professor és el principal agent de canvi en aquesta situació i per això, ha d'assumir els riscos d'investigar i compartir les seves experiències amb altres professors ja que s'aprèn d'aquesta realitat a l'aula.

En qualsevol cas, és impossible representar de manera exhaustiva tota la diversitat de cultures i de possibilitats a l'aula de matemàtiques, per tant, el problema de la interculturalitat no és tant un problema de continguts com un problema de metodologia com indica Planas. D'acord amb aquestes idees entenem que l'educació matemàtica per a tothom dins d'una aula des de la perspectiva cultural i social requereix unes matemàtiques plenes de sentit per a l'alumne i una visió més ampla del professorat que va més enllà de les matemàtiques en el context escolar.

Som els professors i professores de matemàtiques els responsables de promoure el canvi d'aquesta visió incompleta de la matèria per fer veure als nostres alumnes les matemàtiques com a una ciència viva que s'ha anat desenvolupant al llarg de la història i present en totes les cultures. Aquest enfocament sembla que encara no està prou estès dins les propostes d'aula dels centres, hi ha experiències, malauradament puntuals que van en aquesta direcció com les activitats proposades al CentMat², és a dir, treballar les matemàtiques a partir d'un medi més proper a l'alumne que desperti les seves inquietuds.

A través de la realització dels cursos al màster en formació del professorat hem pogut conèixer noves metodologies per promoure millores en aquesta línia però sorgeix la necessitat de crear propostes concretes, materials didàctics i recursos que lliguin el currículum amb les necessitats de treball a l'aula des de un punt de vista competencial. Però també, proposar idees que donin sentit als canvis en la metodologia i presentació de continguts que ajudin a fer l'aprenentatge de les

² Centre d'Aprenentatge CientíficoMatemàtic

matemàtiques accessibles a tot l'alumnat sense decaure en activitats rutinàries per una igualtat d'oportunitats i cap a una educació matemàtica per a tothom.

3 Objectius

L'objectiu d'aquest treball respon a una reflexió personal sobre el tractament de la diversitat cultural a l'aula de matemàtiques i com fer unes matemàtiques inclusives on tots els alumnes puguin participar d'aquests coneixements, al mateix temps que es desenvolupen les competències bàsiques.

En primer lloc, aquest treball consisteix en fer una reflexió sobre el repte de treballar les matemàtiques dins les aules des d'una perspectiva cultural, a partir de la descripció del marc teòric que sustenta dues de les principals teories que investiguen aquesta relació:

- Descriure l'educació matemàtica des d'una perspectiva sociocultural

Un altre objectiu ha estat incloure la història de les matemàtiques per intentar canviar aquesta visió massa acadèmica que tenen molts alumnes sobre l'assignatura de matemàtiques:

- Utilitzar els contextos històrics dins l'aula de matemàtiques

Després, a partir de l'exploració de les característiques i les possibilitats d'una educació matemàtica des d'aquest punt de vista, s'han analitzat els criteris fonamentals en que m'he basat per la selecció de la proposta didàctica:

- Establir els criteris de selecció d'activitats per un enfocament sociocultural

Finalment, la darrera part d'aquest treball consisteix en realitzar una proposta d'elements que s'han dissenyat per treballar dins l'aula a partir dels punts de vista analitzats, alhora que es desenvolupen les competències bàsiques. Aquest punt pretén mostrar exemples concrets de contextos per proporcionar un recurs didàctic alternatiu per treballar dins l'aula i que s'acompanyen de la seva descripció detallada i la seva metodologia per portar-los a la pràctica.

- Desenvolupar una proposta didàctica per introduir i justificar conceptes i procediments matemàtics

En resum, aquest treball té com a primer objectiu estudiar i establir un marc teòric que justifiqui i orienti el paper cultural i dels contextos històrics en l'educació matemàtica tenint com a finalitat arribar a tots els alumnes, com a segon objectiu clau es tracta de proporcionar activitats pràctiques que ho il·lustrin per poder treballar-les dins les aules.

4 L'educació matemàtica per a tothom

Aquest treball parteix de la idea bàsica d'una educació matemàtica dirigida a tots els alumnes, considerem que tothom pot ser capaç de reconèixer el paper de les matemàtiques com una manera de conèixer el món i les diferents cultures. Es tracta de que tot l'alumnat en pregui consciència i hi pugui participar activament en una aula que afavoreixi la interacció social a través de tècniques o procediments matemàtics en les situacions proposades.

A la vegada, els alumnes aprendran una cultura matemàtica que s'ha anat originant a mesura que s'ha necessitat per resoldre problemes que la societat s'ha anat trobant al llarg de la seva història i per cercar respostes a qüestions que han interessat des de l'origen de les civilitzacions.

4.1 Les matemàtiques com a instrument per educar

En el seu anàlisi inicial, Bishop (1999) estableix una clara diferència entre ensenyar matemàtiques i educar matemàticament afirma que educar matemàticament a les persones és molt més que ensenyar simplement matemàtiques. Aquesta educació matemàtica és molt més difícil de fer, on els problemes i les qüestions constitueixen un repte molt major si volem que serveixi d'impuls per aquest coneixement matemàtic. D'acord amb aquesta idea entenem que l'educació matemàtica dins l'aula des d'una perspectiva cultural i social, requereix d'unes activitats matemàtiques que tinguin sentit per a l'alumne i que vagin més enllà de la instrucció en unes tècniques o procediments.

Per molts professors l'ensenyança a partir adquisició de procediments i rutines segueix essent l'aspecte de les matemàtiques on es troben més còmodes. També els alumnes, s'han acomodat amb aquest tipus d'ensenyament perquè els dóna seguretat i certesa, no solament en el seu procés d'aprenentatge, sinó també en el moment de l'avaluació. Fins i tot, es pot arribar a pensar que un enfocament des

de aquest punt de vista, és a dir, una educació matemàtica basada en l'adquisició de tècniques, és la clau per a que l'alumnat estructuri el seu pensament i adquireixi seguretat. No només això sinó que, aquesta seguretat ajuda a la participació de tots els alumnes en l'educació matemàtica.

Però tal com diu Bishop, un currículum dirigit al desenvolupament d'aquestes tècniques no pot ajudar a comprendre, ni ajuda a crear significats i molt menys capacita a l'alumne per fomentar una postura crítica. El que pretén el desenvolupament de tècniques és instruir i ensinistrar, però tot i en el cas favorable d'èxit, el desenvolupament de tècniques per si soles no és educar. A més a més, si no tenim èxit amb aquest ensinistrament, per l'alumne que fracassa no només no estem fent res positiu per ell sinó que és un desastre per l'alumne (Bishop, 1999, p.26).

Per això, com hem comentat a la justificació d'aquesta proposta, l'educació matemàtica ha d'estar orientada per activitats riques i competencials que donin valor a les matemàtiques, no només a partir de la instrucció de tècniques que donin seguretat als alumnes sinó que siguin utilitzades com un instrument de coneixement oferint oportunitats per a la interpretació personal i la intervenció des de diferents punts de vista per part de tots els alumnes.

4.2 Matemàtiques culturals

Per apropar les matemàtiques als alumnes el primer que hem de considerar es presentar-les d'una manera clara i entenedora, donar-li sentit fora de les matemàtiques com a part d'un coneixement generat per les diferents cultures davant la necessitat de conèixer el món que ens envolta. Per tant, resulta imprescindible considerar la dimensió social i cultural de l'educació matemàtica per a una major comprensió dels processos ensenyament-aprenentatge.

Davant aquesta visió més flexible i ampliada de les matemàtiques, l'aula de matemàtiques deixa d'estar aïllada del món exterior i aïllada de les influències de la diversitat social i cultural. Les creixents investigacions que associen la multiculturalitat i les matemàtiques han donat lloc a una corrent denominada etnomatemàtiques que pretén donar cabuda a altres formes de fer matemàtiques dins l'aula i així integrar a tots els alumnes en l'educació matemàtica, com afirma Nuria Planas:

“Con esta nueva aproximación, no ponemos en duda la universalidad de las matemáticas. Somos conscientes que una vez decidido el sistema axiomático, las matemáticas son universales, neutras y libres de cualquier matiz cultural. Pero no debemos confundir las características de la ciencia matemática occidental con las características de la educación matemática”.³

Per tant, tenint en compte la perspectiva etnomatemàtica, és necessari situar les matemàtiques escolars en un context ja que els alumnes elaboren el coneixement matemàtic dins d'una cultura i amb un sistema de creences i per aquesta raó és tan important incorporar a l'ensenyança de les matemàtiques aquesta dimensió social i cultural. Respecte a aquest punt, l'autora Nuria Planas sosté que:

“El problema de la interculturalidad en educación matemática no es tanto un problema de contenidos como un problema de metodología. Las etnomatemáticas responden a una metodología, una manera de actuar y dinamizar el aula. A pesar de ello, existe una determinada estructuración de los contenidos que puede favorecer una metodología etnomatemática

Per tant, la diversitat a l'aula des de l'enfocament etnomatemàtic és més que el diferent nivell matemàtic de cada alumne, més que les diferents capacitats, arriba a la mateixa cultura que serveix de base a tots els coneixements, hem de parlar de diversitat cultural, i comprendre la relació que pot arribar a tenir a l'hora d'aprendre matemàtiques. El mateix indret, el mateix moment, però diferent fons cultural,

³http://pagines.uab.cat/nuria_planas/sites/pagines.uab.cat.nuria_planas/files/etnomatematicas_PR_OTEGIDO.pdf

produeix una situació completament diferent. L'educació matemàtica ha de considerar-se inclosa en la globalitat de la realitat social i cultural (Oliveras, 1996).

Per reforçar aquesta perspectiva cultural de les matemàtiques i el seu paper com un instrument i una forma de conèixer, una bona manera és relacionar l'activitat matemàtica dins l'aula amb activitats humanes bàsiques que es troben des de l'origen del desenvolupament de les matemàtiques. Si considerem que aquestes pràctiques formen part de la cultura de la humanitat i son el fruit de necessitats que els homes i dones han tingut al llarg de la història, pot contribuir a que les idees matemàtiques siguin més comprensibles per a tots els alumnes.

Per conèixer els corrents teòrics d'aquest aspecte cultural de les matemàtiques, a continuació, es presentaran les idees centrals de dues de les teories socioculturals de l'educació matemàtica més representatives en la investigació sobre educació matemàtica, l' Etnomatemàtica i l'Enculturació matemàtica.

4.2.1 Etnomatemàtica

Ubiritan D'ambrosio va ser el primer en utilitzar aquest terme d' "etnomatemàtiques" referint-se a la manera particular en que cultures específiques com societats tribals, grups de treballadors, classes professionals, nens de determinada edat, compleixen les tasques de classificar, ordenar, contar, mesurar, etc. Aquest enfocament no és limita únicament a la cultura matemàtica de grups ètnics sinó que té els seus orígens en les activitats matemàtiques que és porten a terme per persones en qualsevol part el món amb les diferents formes de coneixement que es genera quan han d'enfrontar-se a determinades situacions (D'Ambrosio, 1997).

Etilològicament, les Etnomatemàtiques son les maneres, estils, arts i tècniques (*Ticas*) d'explicar, aprendre, conèixer, relacionar-se amb (*Matema*) l'ambient natural, social i cultural (*Etno*): "Matema" s'interpreta com l'acció d'explicar,

comprendre, gestionar i fer front a la realitat. L'home s'ha desenvolupat al llarg de la seva història i en la història de la humanitat en entorns culturals diferents i diversificats, és a dir els diferents "etnos". Per tant, amb la finalitat de satisfer l'impuls cap a la supervivència i la transcendència en diversos entorns cultural, l'home ha desenvolupat i desenvolupa contínuament, en cada nova experiència, etno-matema-tiques.

A l'entrevista realitzada a aquest autor per Blanco (Blanco, 2008)⁴, explica l'etnomatemàtica "una manera de fer educació matemàtica" com a mètode d'ensenyança o model de representació d'una teoria pedagògica traslladada a la pràctica. En resposta a la pregunta de, Creu que la Etnomatemàtica es una part de l'educació Matemàtica? Respon:

No, es una manera de hacer Educación Matemática. ¿La educación matemática qué es? Es una educación ¿qué es educación?, educación es la preparación de generaciones, sea adultos, però en general educación de menores, es la preparación para que aquellos tengan un sentido de ciudadanía, de vivir en Sociedad i al mismo tiempo desarrolle su creatividad. Entonces al hacer Etnomatemáticas es una manera de hacer educación matemática, con ojos que miran distintos ambientes culturales. El Trabajo de etnomatemáticas no es pasar al alumno las teorías matemáticas existentes, que están congeladas en los libros para que él las repita, no!. Debe ser una práctica, una cosa viva hacer matemática dentro de las necesidades ambientales, sociales, culturales etcétera. Y dar espacio para la imaginación para la creatividad, entonces se utiliza mucha literatura, juegos, cine, todo eso, para ver en ellos Componentes matemáticos, la lectura de periódicos, por ejemplo todos los días deben leer un Periódico e identificar los Componentes matemáticos del Periódico, eso es muy rico."

En el camp de la investigació en etnomatemàtica es poden distingir tres corrents d'investigació que tenen implicacions per a l'ensenyança de les matemàtiques. Primer trobem l'estudi de la forma de coneixement matemàtic en societats tradicionals, entenent per tradicional com aquella aparentment poc afectada per

⁴ Aquest article presenta les idees del professor Ubiratan d'Ambrosio sobre l'Etnomatemàtica, els seus objectius, la seva metodologia, la relació entre Etnomatemàtiques i Educació matemàtica, l'ensenyança de les matemàtiques en aules multiculturals i els seus comentaris sobre la caracterització dels treballs en Etnomatemàtiques realitzats a Colòmbia.

els progrés tecnològic. El segon corrent dins l'àmbit de la investigació en etnomatemàtiques prové de la pròpia investigació històrica de les matemàtiques, molt més coneguda però ha estat molt criticada per les restriccions dels anàlisi històrics centrats en les tradicions europees i occidentals. Per això actualment, l'interès de les investigacions es centra en documentar e interpretar altres històries de les matemàtiques en altres parts del món.

La tercera, i la més recent dins de la investigació en etnomatemàtiques està relacionada amb les activitats matemàtiques que porten a terme els alumnes fora del context escolar, és a dir a casa seva i a les seves respectives comunitats. La major part d'aquestes investigacions s'ha desenvolupat a Brasil amb les idees de Paulo Freire.

4.2.2 Enculturació Matemàtica

El concepte d'enculturació matemàtica va ser proposat per Alan J. Bishop a la dècada dels noranta. Parteix de la mateixa idea que l'etnomatemàtica, les matemàtiques són un fenomen cultural i que s'han anat desenvolupant al llarg de la història en diverses societats però aquesta visió està enfocada cap a un desenvolupament a nivell més formal i a una metodologia per portar-la a les aules amb un currículum ben establert. A. Bishop (1999) es refereix tant a l'estudi de les relacions entre les matemàtiques y la cultura, com a les pràctiques matemàtiques concretes entre grups comunitats i aquest consens ens dona informació sobre el fenomen cultural de les matemàtiques. Per tant, la construcció del coneixement es realitza compartint experiències amb el treball actiu de grups petits (treball cooperatiu).

Tot i que la matèria de matemàtiques és l'única que s'ensenya en la majoria d'escoles d'arreu del món, no existeix cap raó necessària per a que les matemàtiques escolars hagin de ser les mateixes en una escola d'una societat que en una escola d'una altre. El que no succeeix es que cultures diferents produeixin

mètodes de pensament completament divergent i gens relacionats (Greenfiel i Bruner, 1966)⁵

Existeixen una sèrie d'activitats universals essencial i comunes a totes les cultures que han donat lloc a la construcció de les matemàtiques, aquestes són: contar, localitzar, mesurar, dissenyar, jugar i explicar. Per tant, les matemàtiques coma a coneixement cultural deriven d'aquestes activitats que poden interactuar unes amb les altres i que han contribuït al desenvolupament del coneixement matemàtic (taula 1)

A partir d'aquestes sis activitat, Bishop (1999, p. 129-130) construeix un currículum d'enculturació matemàtica que parteix de cinc principis bàsics: representativitat (representar adequadament la cultura matemàtica, tant des de la perspectiva dels seus valors com de la seva tecnologia simbòlica); formalisme (el currículum ha d'objectivar el nivell formal dels valors de la cultura matemàtica, mostrar les connexions amb el nivell informal i oferint una introducció a nivell tècnic); accessibilitat (accessible a tot l'alumnat); poder explicatiu (emfatitzar les matemàtiques com a explicació del que s'està fent); i concepció ampla i elemental (oferir varis contextos per ser relativament ampli i elemental per connectar diferents grups de fenòmens).

A l'hora de realitzar aquesta proposta, es tindrà en compte aquest punt de vista amb la selecció de contextos que es puguin relacionar amb aquestes activitats bàsiques de la humanitat i amb aspectes que hagin estat culturalment rellevants. D'aquesta manera l'activitat matemàtica podrà connectar amb curiositats i l'interès dels alumnes cap aquesta matèria.

⁵ Citat per Bishop, 1999

COMPTAR
Quantificadors (cada, alguns, molts, cap). Adjectius numèrics. Comptar amb els dits i amb el cos. Correspondència Nombres. Valor posicional. Zero. Base 10. Operacions amb nombres. Combinatòria. Precisió. Aproximació. Errors. Fraccions. Decimals. Positius. Negatius. Infinitament gran, petit. Límit. Pautes numèriques. Potències. Relacions numèriques. Diagrames de fletxes. Representacions algebraiques. Esdeveniments. Probabilitats. Representació de freqüències.
LOCALITZAR
Preposicions. Descripcions de recorreguts. Localització a l'entorn. Nord Sud Est Oest. Orientació amb la brúixola. A dalt/a baix. Esquerra/dreta. Davant/darrera. Viatges (distàncies). Línies rectes i corbes. L'angle com a gir. Rotacions. Sistemes de localització. Coordenades polars. Coordenades en 2D/3D. Mapes Latitud/Longitud. Lloc geomètric. Mecanismes articulats. Cercle. El·lipse. Vector Espiral
MESURAR
Quantificadors. Comparacions (més ràpid, més prim). Ordenació. Qualitats. Desenvolupament d'unitats (pesat/el més pesat/pes). Precisió de les unitats. Estimació. Longitud. Àrea. Volum. Temps. Temperatura. Pes. Unitats convencionals. Unitats normalitzades. Sistemes d'unitats (mètric). Diners. Unitats compostes
DISSENYAR
Disseny. Abstracció. Figura. Forma. Estètica. Objectes comparats per les propietats de la forma. Gran, petit Semblança. Congruència. Propietats de les formes, figures i cossos geomètrics comuns. Xarxes. Superfícies. Mosaics. Simetria. Proporció. Raó. Models a escala. Ampliacions. Rigidesa de la forma.
JUGAR
Jocs. Diversió. Endevinalles. Paradoxes. Modelització. Realitat imaginada. Activitat regida per les regles. Raonament hipotètic. Procediments. Plans. Estratègies. Jocs de cooperació Jocs de competició. Jocs en solitari. Desenvolupament Atzar, predicció
EXPLICAR
Semblances. Classificacions. Convencions. Classificació jeràrquica d'objectes. Explicacions de relats. Connectors lògics. Explicacions lingüístiques: arguments lògics; demostracions. Explicacions simbòliques: equació; desigualtat; algoritme; funció. Explicacions figuratives: gràfics: diagrames; taules; matrius. Modelització matemàtica

Taula 1: Classificació de les activitats universals segons Bishop (Bishop 1999)

4.3 L'ús de contextos històrics

Als apartats anteriors hem vist que l'activitat matemàtica en l'educació per a tothom ha de fomentar la visió de les matemàtiques com una eina de coneixement i la seva relació amb les activitats bàsiques. Amb aquest enfocament, una manera de fer visibles les matemàtiques i de veure la seva importància és treballar a partir de contextos històrics. D'aquesta manera és compleix una de les finalitats de l'educació matemàtica que és fer que els alumnes valorin el paper que han tingut les matemàtiques a partir del treball dins l'aula.

Les matemàtiques han estat presents en totes les cultures del món d'alguna manera o altre, per tant, la història proporciona situacions que poden ajudar als alumnes a comprendre que les matemàtiques són un producte humà i que han anat sorgint per resoldre els diferents problemes que s'han trobat les societats en diferents èpoques. Treballar des d'aquest enfocament fa que els alumnes siguin conscients que les matemàtiques s'han desenvolupat com a respostes a diferents preguntes que han captivat els essers humans de tot el món (Bishop, 2001).

L'interès per l'ús de la història de les matemàtiques en l'ensenyança, ha anat augmentant i així ho demostren el nombre creixent d'investigacions en els darrers anys. Diverses línies de treball en educació matemàtica aposten per treballar contextos històrics a l'aula de matemàtiques perquè capaciten l'alumnat per entendre els antecedents i les connexions entre els principals continguts que es presenten en el desenvolupament de les matemàtiques. Un exemple d'aquesta tendència el trobem ICMI Study (Jonh Fauvel i Jan van Maanen, 2000)⁶: *The Role of the History of Mathematics in the Teaching and Learning of Mathematics*, recollit al llibre *History in Mathematics Education*.

⁶ Grup internacional d'estudi de les relacions entre història, pedagogia i matemàtiques als *Historical Modules for Teaching and Learning of Mathematics* (Katz & Michalowicz, 2004).

L'estudi ICMI recull aquest aspecte multicultural quan fem ús de la història en l'educació matemàtica. Permet al món i a la seva història entrar dins les aules de matemàtiques en una visió molt més ampla situada en un context cultural diferent. Un enfocament multicultural que ens permet tenir una consciència més ampla dels valors de l'activitat matemàtica en les societats del passat. La recerca d'aquests aspectes dóna una idea de la riquesa de les matemàtiques i com han estat compartides per els diferents grups durant la història de tal manera que afecten als canvis de les diferents cultures. Aquesta ampliació de perspectives pot servir d'impuls tant als professors com als alumnes per cercar, d'entre la seva pròpia cultura o d'altres, i així arribar a entendre el que ens queda com a part de l'herència cultural i intel·lectual de la humanitat. A Guevara (2009) també es presenten aquests recursos com una eina motivadora per alumnat que permet treballar un problema nou a través de la introducció del context històric on es va produir.

El Decret 73/2008, de 27 de juny, pel qual s'estableix el currículum de l'educació secundària obligatòria a les Illes Balears, defineix les matemàtiques com a part d'un coneixement ampli que la humanitat ha forjat al llarg dels segles. També menciona que és necessari ubicar les matemàtiques en el món de la cultura i això va més enllà de la simple presentació de continguts. Aquest document també planteja algunes de les aportacions de introduir contextos històrics a l'aula, com poden ser:

- Presentar les matemàtiques com una ciència viva i no com una col·lecció de regles fixes i immutables.
- Enriquir, fonamentar la introducció i justificar la utilitat dels continguts de la matèria.
- Obrir a l'alumnat les finestres que mostren la part humana i vital de la creació científica.

- Descobrir a l'alumnat com es varen plantejar alguns problemes científics, per quines raons es varen abordar, com es varen resoldre i, una vegada resolts, quin panorama varen obrir a les matemàtiques.
- Contextualitzar i relacionar la cultura matemàtica amb la resta de la història de la humanitat.
- Proporcionar continguts amens i instructius.

Quan fem ús de recursos històrics, hem de tenir present que la resolució de problemes ha de ser el nucli principal de la proposta didàctica i que en cap cas es pot substituir l'ensenyament de les matemàtiques per l'ensenyament de la seva història. És a dir, no es tracta de fer una classe d'història de les matemàtiques, sinó que es tracta d'utilitzar la història per ensenyar matemàtiques.

5 Criteris de selecció

Ahora d'escollir aquesta proposta he tingut en compte aspectes que s'han tractat en la primera part d'aquest treball i el valor de l'activitat des de el punt de vista competencial, seguint els indicadors publicats a la pàgina web del Creamat⁷.

En relació al plantejament de la Proposta
➤ L'activitat té per objectiu respondre a una pregunta que es refereix al context històric
➤ S'han d'aplicar coneixements ja adquirits però també implica nous aprenentatges
➤ És una activitat que es pot desenvolupar de diferents formes i estimula la curiositat i la creativitat de l'alumnat.
➤ Ajuda a relacionar els coneixements de les matemàtiques amb altres matèries.
En relació a la gestió de l'activitat
➤ Les intervencions es fan a partir de preguntes adequades més que amb explicacions.
➤ Es treballa tant l'esforç individual com el treball en grup que porta a parlar, argumentar, convèncer, etc.
➤ Implica raonar sobre un fet i s'han de justificar els resultats
En relació a les matemàtiques culturals
➤ Reconeix i respecta la diversitat de pensaments matemàtics que han estat desenvolupats al llarg de la història.
➤ Presenta unes matemàtiques creades per l'home i fruit de la seva tradició cultural
➤ Mostra com les matemàtiques tenen una gran relació amb determinats problemes que han anat sorgint en les civilitzacions
➤ L'aprenentatge de les matemàtiques depèn de les interaccions i contribucions de tots els companys.
➤ Es reconeix la necessitat de formar estudiants crítics, a través de les matemàtiques, davant problemes socials.

⁷ http://srvcnpbs.xtec.cat/creamat/joomla/images/stories/documents/indicadors_competencials.pdf

6 Proposta didàctica

Aquesta proposta consisteix en descobrir i reproduir les mesures que Eratòstenes va realitzar per determinar la mida de la terra a partir del seguiment sistemàtic de les ombres del sol durant un dia sencer. Amb la realització de les activitats d'ensenyament/aprenentatge programades es desenvoluparan un sèrie de processos i continguts matemàtics que anirem construint amb l'anàlisi i discussió de les dades obtingudes per observació directe.

Es tracta de fer participants a tots els alumnes d'aquesta experiència, que constitueix una oportunitat excepcional per despertar el seu interès i la seva curiositat científica, de la mateixa manera que va sorgir fa més de 2000 anys fruit de l'interès i la necessitat que la humanitat ha tingut sempre per mesurar i orientar-se. Els continguts matemàtics que engloben totes les activitats cobreixen principalment el bloc de geometria, que contempla el currículum oficial de l'Ensenyament Secundari Obligatori.

En aquest apartat presentarem la proposta que hem elaborat per treballar les matemàtiques multiculturals a partir de contextos històrics seguint els criteris de selecció d'activitats que s'han exposat en el punt anterior, destacant els objectius, la durada i la temporització de les sessions, la contribució a les competències bàsiques, els continguts que es tractaran i els aspectes metodològics i d'avaluació.

6.1 Justificació

Per elaborar aquesta proposta ens hem basat en l'aspecte cultural de les matemàtiques tractat des d'un context històric que engloba la terra com a eix fonamental, la seva forma, mida i els seus moviments. Aquesta tema ha tingut sempre una especial rellevància cultural que va sorgir des de les primeres civilitzacions i que segueix marcant les nostres vides. Es pretén que tots els alumnes es sentin identificats amb el llegat històric que posa en evidència la

necessitat de fer servir les matemàtiques, la geometria i trigonometria, per entendre aquests fenòmens que ajudin al coneixement del sistema Terra i sol.

El tema escollit per aquesta proposta lliga amb el s'ha dit a l'apartat 4.2 d'aquesta memòria ja que podem veure la relació amb les activitats bàsiques universals segons Bishop, on les matemàtiques s'han desenvolupat per a respondre les necessitats humanes. Aquestes serveixen per connectar les matemàtiques amb tots els alumnes i el més important és que el seu caràcter universal permet veure les matemàtiques com a producte cultural per arribar a tots els alumnes. Mesurar, orientar, dissenyar i fins i tot jugar amb el plantejament de paradoxes, són activitats que formen part d'aquesta proposta per donar aquest valor cultural i social a les matemàtiques.

També hem tingut en compte la rellevància del context històric tractat des de el punt de vista científic, a més a més dels factors que el lliguen amb l'actualitat. El mètode utilitzat per Eratóstenes per determinar la longitud completa de la circumferència de la Terra en el seu temps, ha estat àmpliament documentat i ningú posa en dubte la importància d'aquest fet històric (Goldstein, 1984; Newton, 1980). La utilització d'aquest fet històric també ens permet relacionar-ho amb el temps actual a partir del seguiment de les ombres del sol i com es produeixen els cicles dia-nit i de les estacions.

A partir de l'experiència del seguiment de les ombres del sol durant un dia, el que volem aconseguir és l'experiència real de l'alumnat amb les possibilitats que ofereix aquesta proposta. Hem donat importància a aquesta connexió amb la realitat però sobretot perquè ens permetrà treballar a partir de preguntes, més que d'explicacions, per a que els alumnes puguin argumentar respostes que podran ser discutides de forma que tothom hi pugui participar i pugui fer les seves aportacions.

Al llibre *Enculturación matemática* (Bishop, 1999) s' exposa que una manera adequada per treballar aquests contextos és a través de projectes. Per aquest autor, un projecte és un treball d'una investigació personal (o en petit grup), utilitzant materials de referència i amb un informe final, que està guiada en tot moment per el professor. Aquesta metodologia fomenta el component social de l'alumne ja que:

- Permeten la implicació personal profunda de l'alumne o dels alumnes que participen de la investigació.
- Les petites investigacions fomenten l'ús d'una gran varietat de materials i recursos (llibres, pel·lícules...) que estimulen el pensament sobre la importància de l'enfocament matemàtic en la realitat.
- Participar en projectes d'investigació fomenta el pensament reflexiu i crític de l'alumne. Mitjançant la recerca d'informació i l'ajuda del professor per analitzar la relació entre les idees matemàtiques.

Per tant, hem seguit aquestes recomanacions i hem plantejat la proposta en forma de petit projecte de recerca guiat per el professor i per els fulls de treball que els alumnes hauran d'anar completant al llarg d'aquesta proposta per tal d'assolir els objectius didàctics marcats.

6.2 Durada i temporització de la unitat al llarg del curs

La fase prèvia requereix una o dues hores de classe i el seguiment de l'ombra tot un dia. La fase posterior d'anàlisi de dades i de reflexió i discussió pot durar de 6 a 10 sessions d'una hora segons el nivell de desenvolupament i aprofundiment que es vulgui assolir i la possible implicació d'altres àrees.

La proposta didàctica està dirigida a un curs de 4t d'ESO però també es pot fer a cursos anteriors si no es fan totes les activitats. Fer-la a 4t d'ESO ens permet repassar conceptes importants que s'han tractat en cursos anteriors, relacionar les

matemàtiques amb temes d'altres matèries que no són nous per els estudiants i aprofundir més sobre les raons trigonomètriques de l'angle que és la principal novetat d'aquest curs del bloc de geometria.

6.3 Objectius didàctics

Els objectius d'aquesta proposta són molt variats perquè engloba continguts de diverses àrees. El grau de dificultat també varia però alguns d'ells són necessaris per arribar a complir els objectius més específics pel que fa a les matemàtiques. Per això, es presenten tots en relació a les activitats proposades per a que serveixi de guia i poder orientar les discussions a l'aula cap al seu assoliment.

- Col·laborar amb els companys durant les tasques que es realitzin a l'aula i en les experiències a l'exterior en la recollida de dades.
- Valorar la importància de les observacions realitzades i el paper d'Eratòstenes en el desenvolupament cultural de les societats històriques.
- Reproduir la seva mesura del radi de la Terra amb una aproximació acceptable.
- Representar la formació de les ombres en relació als raigs del sol incidents paral·lelament en diferents latituds.
- Reconèixer els instruments de mesura que utilitzarem, comprovar la verticalitat del bastó i el bon funcionament de tot el sistema.
- Relacionar el moviment de l'ombra durant un dia amb el moviment de rotació de la terra.
- Relacionar l'angle de gir de les ombres amb el sentit i l'angle de rotació de la terra.
- Determinar el migdia solar local aproximat del dia de l'observació amb la posició del sol
- Orientar-se identificant la direcció nord-sud del lloc de la mesura.
- Comprendre la dependència de l'hora solar amb la longitud geogràfica.

- Qüestionar la diferència entre l'hora solar i l'oficial (longitud i desfasament tardor-hivern i primavera-estiu).
- Descriure les diferents trajectòries del sol segons les diferents èpoques de l'any en comparació amb la trajectòria del dia de l'observació. Relacionar-ho amb les diferents formes que poden tenir les seqüències dels seguiment de les ombres⁸.
- Fer la representació gràfica de les longituds de les ombres en funció del temps i diferenciar-lo amb el de les dades de l'observació d'ombres al pati.
- Entendre la relació entre la llargada del pal i la de l'ombra per a diferents pals a la mateixa hora com una relació de proporcionalitat directa.
- Aplicar semblança de triangles per calcular alçades.

6.4 Contribució a les competències bàsiques.

L'enfocament que es dóna en aquesta proposta en l'assoliment de les competències bàsiques és centra principalment en la **competència matemàtica**, tenint present la investigació i la resolució de problemes. S'ha intentat partir d'enunciats contextualitzats i donar valor a l'argumentació i al propi procés de reflexió per donar els resultats. Aquesta proposta contribueix a :

- Pensar, raonar i argumentar: perquè construeix coneixements matemàtics a partir de situacions experimentals que permeten identificar la validesa dels raonaments així com valorar el grau de certesa associat al resultat que en deriven.
- Utilitzar el llenguatge tècnic i els diferents sistemes de representació: perquè interpreta i expressa informacions que contenen elements matemàtics, dades i expressions matemàtiques. Distingeix diverses formes de representació de situacions matemàtiques i selecciona tècniques adequades per representar i interpretar la realitat.

⁸ Per tractar aquest objectiu específic seria interessant poder realitzar més mesures durant el curs escolar.

- Utilitzar i construir models matemàtics: perquè identifica situacions i les tradueix a estructures matemàtiques.
- Plantejar i resoldre problemes de la vida quotidiana: perquè permet comunicar el plantejament d'un problema, els processos seguits en la seva resolució i els resultats obtinguts. També integra els coneixements matemàtics amb altres tipus de coneixements per comprendre i resoldre situacions.
- Utilitzar els procediments matemàtics bàsics per comptar, operar, mesurar, situar-se a l'espai i organitzar i analitzar dades.
- Utilitzar altres eines de suport per contribuir a la realització de l'activitat matemàtica.

Un altre aspecte fonamental que volem treballar amb aquesta proposta està relacionat amb la **competència social i ciutadana**. Des de el punt de vista metodològic, s'han proposat activitats per a que tots els alumnes puguin fer les seves aportacions, treballar en grup i crear debats dins l'aula per aprendre a acceptar idees diferents. També perquè planteja una problemàtica del passat i del present i connecta amb l'arrel històrica d'un fet transcendental de la cultura. Aquesta proposta contribueix a :

- Comprendre la realitat social: perquè permet reflexionar sobre els fets i els problemes socials i històrics de forma global i crítica, alhora que adquireix una memòria històrica per argumentar i expressar opinions sobre fenòmens passats.
- Exercir la ciutadania activa: perquè practica el diàleg per a arribar a acords coma a forma de resoldre conflictes tant en l'àmbit personal com al social i sap comunicar-se, expressar les seves idees i escoltar les dels altres.

Pel que fa a la competència en el **coneixement i interacció del món físic**, destaquem que aquesta proposta contribueix a:

- Interactuar amb l'espai físic: perquè percebi l'entorn més immediat fins a gran escala, per moure's en l'espai i resoldre situacions en que intervenen objectes i la seva posició.
- Posar en pràctica els processos propis de la indagació científica: perquè fa observacions directes o indirectes de la realitat, les enregistra i les interpreta per obtenir i avaluar els resultats. Planteja hipòtesis o solucions temptatives i dissenya maneres de contrastar-les.

També les explicacions dels alumnes en gran o petit grup i els debats generats contribueixen al desenvolupament de la competència en **comunicació lingüística**. La competència per **aprendre a aprendre** està reflectida en aquesta proposta a partir de de preguntes que serveixen a l'alumne per reconèixer el que sap i el que no sap, el que és nou i el que ja ha vist i sap on cercar, on ells mateixos han de construir una resposta com si l'haguessin d'explicar al seus companys. Finalment, l'elaboració dels fulls de treball com a memòria escrita del treball realitzat, així com tota la preparació de material i l'organització de tasques el dia de la mesura d'ombres ajuden a l'alumne a desenvolupar-se per ell mateix, contribuint a la competència de **autonomia i iniciativa personal**.

6.5 Continguts

Els continguts d'aquesta proposta tenen relació amb matemàtiques, ciències de la naturalesa, ciències socials, tot i que l'enfocament que és dona en el disseny de les activitats està orientat clarament a l'àrea de matemàtiques i sobretot al desenvolupament de processos i continguts del bloc de geometria però també es treballaran models de proporcionalitat directa i diferents tipus de representacions.

Els continguts que es detallen corresponen a diferents cursos d'ESO, excepte aquells que estan indicats específicament per a quart curs (4t).

Nombres

- Utilització de nombres fraccionaris i decimals en entorns quotidians.
- Utilització de raons i proporcions: anàlisi de taules
- Identificació de situacions de proporcionalitat directa i inversa en la resolució de problemes.
- Utilització de la forma de càlcul mental, escrit o amb calculadora, i de l'estratègia per comptar o estimar quantitats més apropiades a la precisió exigida en el resultat i a la naturalesa de les dades.

Àlgebra

- Utilitzar el llenguatge algebraic per generalitzar propietats i expressar relacions.

Geometria

- Analitzar figures, identificar relacions de semblança (raons i escales).
- Aplicació del teorema de Tales per a la resolució de problemes geomètrics i del medi físic.
- Detecció de translacions, girs i simetries.
- El globus terraquí. Coordenades terrestres. Longitud i latitud d'un lloc.
- Raons trigonomètriques d'un angle (4t).
- Relacions mètriques als triangles. Resolució de triangles rectangles (4t).
- Ús de la calculadora per a l'obtenció d'angles i raons trigonomètriques (4t).
- Aplicació dels coneixements geomètrics a la resolució de problemes mètrics al món físic: mesura de longituds (4t).

Funcions i gràfics

- Anàlisi i comparació de situacions de dependència funcional donades mitjançant taules i enunciats.
- Formulació de conjectures sobre el fenomen representat per un gràfic.
- Utilització de models lineals per estudiar situacions provinents dels diferents àmbits de coneixement i de la vida quotidiana, mitjançant la confecció de la taula i la representació gràfica.

6.6 Relació amb altres àrees

Com ja hem comentat anteriorment aquesta proposta té relació amb varies àrees de coneixement, a continuació és defineixen els objectius principals que apareixen definits al currículum per a cada matèria que es tractarà en algun punt d'aquesta proposta.

Tecnologia

- Disseny, planificació, construcció i avaluació de prototips mitjançant l'ús de materials, eines i tècniques apropiats.

Ciències Socials, Geografia i Història

Continguts comuns:

- Utilitzar les imatges i les representacions cartogràfiques per identificar, localitzar i explicar fets geogràfics.
- Obtenció d'informació mitjançant fonts diverses (iconogràfiques, arqueològiques, d'obres d'art, escrites, TIC, etc.). Ús de les tecnologies de la informació i la comunicació per a l'estudi de la història, tant en la recerca d'informació com en la comunicació de resultats.

- Valoració de l'herència cultural i del patrimoni artístic com a riquesa que s'ha de preservar i col·laborar en la seva conservació.

Ciències de la Naturalesa

Continguts comuns

- Comprendre i expressar missatges de contingut científic utilitzant el llenguatge oral i escrit amb propietat; elaborar i interpretar diagrames, gràfiques, taules, mapes, i altres models de representació.
- Adoptar actituds crítiques, basades en el coneixement científic, per analitzar, individualment o en grup, qüestions científiques i tecnològiques rellevants.

La Terra a l'Univers (1r)

- Els moviment dels astres. Moviments de la Terra i els fenòmens relacionats: durada de l'any, estacions, dia i nit
- Utilització de tècniques d'orientació.
- Evolució històrica de les concepcions del lloc de la Terra a l'Univers: el pas del geocentrisme a l'heliocentrisme com a primera i gran revolució científica.

6.7 Criteris d'avaluació

Els criteris a considerar per aquesta proposta són els següents:

- Participar activament en les discussions, tant en grup gran com en grup petit per expressar les seves idees.
- Organitzar i ajudar al desenvolupament dels treballs en grup.

- El dia de l'observació, marcar les ombres i l'anotació de les dades amb atenció i precisió, tenint en compte les unitats i controlant les possibles fonts d'error.
- Dibuixar les ombres que tinguin en compte l'orientació, el sentit de gir, la simetria i el paral·lelisme a la mateixa hora.
- Dibuixar la gràfica de la longitud de l'ombra en funció de l'hora, manualment o amb ordinador.
- Identificar la relació de proporcionalitat entre la llargada del pal i la seva ombra a una determinada hora.
- Reconeix triangles semblants i ho aplica per obtenir la mesura d'algun segment.
- Coneix i aplica les propietats i les mesures dels angles situats sobre la circumferència.
- Obté les raons trigonomètriques de l'angle que formen els raigs solars amb el pal situat al terra.

6.8 Metodologia

En tot moment és vol treballar el caràcter inclusiu de les matemàtiques per treballar en contextos multiculturals dins l'aula. Per això, l'organització del treball a l'aula té una gran importància ja que permet posar en pràctica aquestes estratègies inclusives. L'organització del treball partint de donar confiança als alumnes, de facilitar la seva interacció, del treball autònom, del treball cooperatiu, en equip, així com l'elecció de continguts contextualitzats ajuda a facilitar la integració i la motivació, com ja hem comentat al principi d'aquest treball.

El professor ha de gestionar l'aula per tal de promoure aquestes pràctiques inclusives facilitant que els alumnes puguin expressar emocions en relació al treball que estan elaborant, han de promoure l'argumentació entre els alumnes, utilitzar idees dels estudiants coma a punt de partida de la discussió matemàtica i que l'alumnat qüestioni algunes de les convencions matemàtiques (Planas, 2005).

En aquesta proposta volem fomentar el treball cooperatiu i per això els elements elaborats estan dissenyats per a treballar en grups reduïts (quatre alumnes) a partir d'agrupaments heterogenis. Hi haurà diferents moments en la proposta en que s'alternarà el treball individual amb el col·lectiu però sempre existirà una comunicació amb la resta de companys del grup que afavoreixi aquesta interacció i l'aprenentatge a partir dels mateixos companys. La classe transcorrerà a partir de les decisions que els propis alumnes prenen a mesura que van responenent les preguntes proposades als fulls de treball. Només en determinats punts, que seran detallats en els següents apartats, serà necessària una explicació per part del professor.

6.8.1 Organització segons el tipus d'activitats

Podem dividir aquest proposta en diferents etapes que es presenten a continuació:

- La primera és la prèvia al seguiment de les ombres. Inicialment els alumnes fan una avaluació inicial individual on han de contestar les preguntes proposades i és important remarcar que si no saben respondre a les preguntes no passa res ja que anirem treballant aquestes qüestions al llarg de les següents sessions. A partir d'aquest instrument, es pretén obtenir informació sobre el grau de coneixement d'aspectes en aparença bastant senzills i que ja haurien de conèixer, però també és una forma d'autoavaluació dels propis alumnes en relació als continguts que es proposen treballar. A partir d'aquestes preguntes inicials sorgiran les primeres inquietuds i curiositats que seran completades amb la contextualització de la proposta en el marc històric.

Per aquesta raó, en aquesta part també realitzarem una primera activitat d'introducció on el professor presentarà la proposta, retrocedint en el temps de l'Antic Egipte, presentant al nostre personatge (A.2) i situant les ciutats de Alexandria i Syene (actual Assuan) a través d'eines tecnològiques com

el *google earth*. Després els alumnes hauran de reproduir en miniatura els lloc i objectes al mapa (A.3) per fer les observacions preliminars com a primera presa de contacte de la formació de les ombres sobre la Terra. El que volem aconseguir amb aquesta primera activitat és que els alumnes trobin la posició per fer una ombra al pal d'Alexandria i simultàniament anular l'ombra de Syene on hauran de veure que es necessari corbar el mapa per tal de respondre a la pregunta principal de Com sabien en aquell temps que la Terra era esfèrica?.

Després d'haver completat les activitats del full de treball relacionades amb la formació d'ombres, aquesta primera part culminarà amb un vídeo on s'escenifiquen les observacions que va fer Eratòstetes i altres erudits d'aquella època que servirà encara més per contextualitzar l'activitat. El vídeo és titula La mesura de la Terra i està produït per l'Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya (ICGC) <http://www.icc.cat/cat/Home-ICC/Mapes-escolars-i-divulgacio/Videos/La-mesura-de-la-Terra> (fins el minut 6).

En aquesta etapa inicial també es necessari organitzar l'activitat pràctica de mesura de les ombres del sol durant un dia tenint en compte la coordinació entre el professorat implicat i amb la resta de professorat que es pugui veure afectat el dia de l'experiència.

- La segona etapa és l'experiència del seguiment de l'ombra durant tot un dia. Aquesta activitat necessita una bona organització prèvia i la supervisió per part del professor durant la presa de dades. L'alumnat treballarà en petits grups de quatre tot i que per cobrir tot el dia de mesures aquestes agrupacions podran variar.

Per introduir aquesta activitat recordarem la pregunta del qüestionari inicial Quan la teva ombra és més llarga, a les 9 del matí o a les 12 del migdia?. El professor prèviament haurà fet una anàlisi de les respostes i en proposarà

algunes per crear un debat i fer una discussió conjunta. Després es farà comparar individualment els arguments que han anat sorgint amb la resposta que cada alumne va donar al qüestionari inicial.

- La darrera part d'aquesta proposta és el treball posterior a l'aula per fer el tractament de les dades obtingudes, aplicar els models matemàtics i elaborar una memòria de l'activitat. Els alumnes treballaran diferents disposicions per completar els fulls de treball. Per una part individualment, en alguns casos hauran de comparar les seves respostes amb la resta de companys del grup (grup petit) i posades en comú de tota la classe que en alguns casos estaran acompanyades d'una breu explicació.

6.8.2 Desenvolupament experimental

El millor moment per realitzar aquestes mesures és durant els mesos prop dels equinoccis, entre març-abril i setembre-octubre. Per altre banda, si volem repetir la mesura prop del solstici d'estiu com en el cas de la mesura d'Eratòstenes haurem de ser molt més precisos amb les nostres mesures ja que les longituds d'ombra son menors i l'error relatiu que es comet es major.

El mètode d'Eratòstenes es basa en la relació de dues mesures: la diferència de la inclinació sota la que cauen els raigs solars, a ple migdia, un mateix dia de l'any, en dos llocs diferents de la Terra i la distància que separa ambdós llocs. Però en aquesta proposta, només hem considerat les mesures de la llargada de l'ombra a la nostra població aprofitant que durant els equinoccis els raigs del Sol cauen perpendicularment sobre l'equador, i que per tant un pal situat a l'equador al migdia no faria ombra⁹.

⁹ En realitat, la mesura és més correcte si és realitza simultàniament per dos observadors situats en diferents punts (veure apartat d'ampliació de la proposta)

Material

- Paper Kraft, per enregistrar les successives posicions de l'extrem de l'ombra
- Pal verticals (cilíndrics o prismàtics) de diferent mides amb un suport. Hauran de complir les següents condicions: el seus extrems superiors hauran de projectar una ombra ben definida i que la projecció del punt sobre el paper ha de poder fer-se amb una precisió raonable, de l'ordre del centímetre.
- Un rellotge per a cada grup
- Cintes mètriques
- Cinta adhesiva
- Retoladors
- Tisoires
- Nivell
- Brúixola
- Fulls amb les taules per anotar les dades de l'observació

Procediment

La superfície sobre la que és projectarà l'ombra ha de ser completament horitzontal. Estendrem el llarg del paper al terra en direcció est-oest per a que a mesura que avanci l'ombra no ens surti fora del paper i orientat al nord. També és convenient que el propi suport del pal quedi col·locat sobre el paper on hi farem una marca i hi posarem un pes a sobre per evitar desplaçaments durant la presa de dades. Abans de donar per bo el muntatge experimental ens assegurarem que el pal, que serà el nostre element fonamental, està perfectament vertical amb una plomada o amb el mateix nivell. Fixarem el paper al terra amb cinta adhesiva i ja podrem començar les mesures.

S'aconsella fer l'enregistrament durant unes tres o quatre hores al voltant del migdia solar com a punt central de l'observació. Cada cert temps (5-10 minuts aproximadament) es marcarà sobre el paper la marca de l'ombra i just al costat l'hora exacta. La precisió en l'anotació dels temps és especialment important durant les mesures més pròximes al trànsit per el meridià ja que haurem de determinar la longitud mínima per al migdia solar. Per això es recomana que mentre un observador controla el rellotge llegint els segons en veu alta, un altre faci la marca just en el moment en que es produeix el canvi de minut.

La mesura de l'ombra s'haurà de realitzar agafant com a referència la projecció del límit del suport, per això és recomana que tots els grups utilitzin el mateix sistema. Un cop es disposa de totes les parelles de mesura (hora-longitud ombra) els alumnes posaran aquestes dades en forma de taula per fer els corresponents càlculs. Si es disposen d'ordinadors a l'aula també es poden introduir les dades a un full de càlcul per obtenir directament la representació gràfica i comparar amb les representacions que hagin fet els alumnes als fulls de treball així com per el càlcul del valor del radi de la Terra. L'ús del full de càlcul a l'aula té la avantatge de ser una eina molt dinàmica a l'hora de fer anàlisi de resultats perquè permet fer canvis sobre la fórmula i veure com afecta al resultat final automàticament. En aquest sentit, es pot utilitzar com un instrument d'autoavaluació on els alumne podran comprovar el seu resultat i a partir d'aquí fer el càlcul d'errors i paràmetres estadístics en grup gran dirigit per el professor.

Un altre punt a destacar que es troba dins aquesta proposta és la simulació de les variacions estacionals de les ombres al llarg de l'any. Aquesta simulació es realitzarà com a apart complementària per explicar l'evolució de l'ombra al llarg del dia i les estacions. Prèviament també seria interessant poder haver fet algunes observacions reals a l'exterior en diferents èpoques de l'any. Es tracta que els alumnes puguin predir el que succeirà amb les corbes durant l'estiu i a la tardor.

Per fer aquesta part necessitarem un globus amb la línia de l'equador il·luminat amb una llanterna al qual li haurem clavat un petit pal per anar marcant l'evolució de les ombres que anem observant. Un alumne serà l'encarregat de marcar amb un bolígraf el desplaçament de l'ombra mentre fem girar lentament el globus (sense moure'l de la base) fixant la font de llum. Els alumnes veuran que a l'hora del migdia solar hem d'inclinar lleugerament el globus en relació a la llanterna, ja sigui cap endavant per produir la corba de l'estiu o cap enrere per fer la corba de l'hivern.

6.8.3 Desenvolupament de les activitats d'ensenyament-aprenentatge

El desenvolupament de les activitats, tot fent referència als fulls de treball del material que es presenta a l'ANNEX 4 d'aquesta memòria, es realitzarà seguint la següent seqüència de tasques.

- I. Qüestionari d'avaluació inicial (A.1).
- II. Es realitzarà una primera experiència de la interpretació de les observacions fora de l'aula per reproduir les idees fonamentals i s'acabarà amb la visualització del vídeo (Full 1).
- III. Activitat de reflexió i correcció a partir de les preguntes d'avaluació inicial. Presentació de l'activitat de seguiment de les ombres (Full 2).
- IV. Activitat d'organització del treball de camp. Creació dels grups i planificació d'horaris del dia de l'observació. Materials necessaris i instruccions per fer el seguiment (Full 3).
- V. Seguiment de les ombres i presa de les dades (taula de longitud ombres) amb les corresponents activitats de reflexió per al descobriment dels moviments i del migdia solar com assoliment dels objectius (Full 4 i Full 5).
- VI. Activitat d'un primer anàlisi comparatiu de les dades de les ombres dels diferents pals a les diferents hores (Full 6)

- VII. Activitat per treballar la proporcionalitat. Es tracta de fer sorgir la relació multiplicativa, i no additiva, de la relació entre alçades de pals i llargades d'ombra a una mateixa hora a partir del dibuix i de la comprovació amb les dades de l'observació (Full 7).
- VIII. Activitat que reproduïx els càlculs d'Eratòstenes amb les pròpies dades experimentals per acabar determinant el valor aproximat del radi de la Terra (Full 8).
- IX. Activitat final per comentar l'entrega dels fulls de treball com a memòria final que ha de fer cada alumne i fixar-ne la data de lliurament. S'aprofita per fer un debat final sobre els resultats o conclusions de l'experiència i l'avaluació del recurs (Full 9).

6.9 Avaluació

El seguiment i avaluació del procés d'implicació i aprenentatge de l'alumnat cal fer-lo començant el primer dia amb l'avaluació inicial, passant per l'observació de les diferents activitats tant de producció individual com de participació col·lectiva per valorar el procés seguit per cada alumne, i finalment amb la valoració dels fulls de treball que entregaran al final de l'activitat.

El seguiment diari de l'aprenentatge que van realitzant els alumnes també ens servirà per detectar interpretacions incorrectes i corregir-les a temps, descobrir el grau de dificultat que a cada alumne li suposa complir els objectius marcats per tal de satisfer tots els nivells presents a classe i donar a tots oportunitats de millora. També obtindrem informació per conèixer l'adequació dels continguts elegits i la metodologia seguida.

Donat que el treball en grup ocupa un paper rellevant en aquesta proposta, un dels objectius de l'avaluació serà el funcionament del propi grup de treball que hauran de puntuar els mateixos alumnes individualment a partir d'una rúbrica (taula 2). També apareix una part de treball individual d'autoregulació de l'alumne que serà

contrastada amb les anotacions que el professor va realitzant a partir de l'observació i de les valoracions que facin els altres membres del grup.

L'altre instrument d'avaluació integrat en el procés d'ensenyament i aprenentatge seran els full de treball de la proposta que actuen com a carpeta d'aprenentatge on es mostra el treball realitzat i compleix la funció de potenciar la reflexió sobre cadascuna de les activitats de forma que no només es tingui present el resultat final sinó com hi ha arribat. Els indicadors que hem considerat per avaluar aquest registre amb el nivell màxim d'assoliment són els següents:

- Continguts. Inclou altres materials que aporten informació complementària al treball d'aula. La tria és personal i argumenta de forma raonada la presència tots els d'aquests continguts.
- Evidències del procés d'aprenentatge. Inclou les tasques amb les pròpies correccions i comentaris. Mètodes o idees en que no hi està d'acord i per què. Inclou les seves pròpies reflexions, explica el que ha après i el procés que ha seguit per aprendre.

	INICI 1 Punt	EN PROCÉS 2 Punts	ASSOLIT 3 Punts	EXCEL·LENT 4 Punts	Punt.
Compliment de la tasca en GRUP	Ens falten moltes coses per fer i el treball ha quedat a mitges	No ens ha donat temps de completar el treball en el temps previst	Hem fet el treball en el temps previst, però volíem haver millorat algunes coses	Hem fet un treball ben fet i en el temps previst	
Participació i col·laboració del GRUP	Els companys no es respecten gaire, discuteixen o no participen	Els companys a vegades no es respecten o s'enfaden o discuteixen però posen interès en participar	Els companys acostumen a mostrar-se respecte i fan la feina amb interès, tot i que a vegades hi ha alguna discussió	Els companys mostres respecte a tots els membres del grup i fan les seves tasques amb interès	

Posada en comú del GRUP	Costa que tothom participi en el treball, està pendent d'altres coses	Es participa en el treball, tot i que només s'escolten les idees dels més amics	Es participa en el treball, tot i que a vegades les idees s'escolten més o menys segons de qui siguin	Es participa activament en el treball, posant en comú les idees de tothom	
Autonomia en el treball en GRUP	Es demana amb molta freqüència l'opinió del professor sense haver discutit abans el problema en grup	Els problemes es discuteixen en grup, però a vegades preferim conèixer primer l'opinió del professor	Els problemes es discuteixen primer en grup però també demanem després l'opinió del professor.	Els problemes es discuteixen primer en grup. Només demanem ajuda al professor quan el grup ho considera necessari	
Responsabilitat INDIVIDUAL	No faig la feina que em toca	A vegades faig la feina que em toca però m'ho han de recordar	Faig la feina que em toca però a vegades em despisto	Sempre faig la feina que em toca	
Col·laboració INDIVIDUAL	Sovint em distrec i deix que els companys decideixin	A vegades no escolto el que diuen els companys o només faig cas als que són més amics	Procur escoltar amb atenció el que diuen els meus companys i aportar les meves idees	Sempre escolto amb atenció el que diuen els meus companys i ajudo a prendre decisions	

Taula 2: rúbrica per a l'avaluació del treball en grup i implicació individual

6.10 Ampliació de la proposta

Com ja s'ha comentat, aquest experiment del les ombres del sol permet diversos nivells de tractament, així com moltes ampliacions depenent del temps de dedicació i del grau de coneixements que volem adquirir.

Algunes consideracions són que en aquesta proposta hem limitat el cas a una situació on a un dels llocs (en un determinat període de l'any) no es produïa ombra però, evidentment, aquest no és el cas general. Per a que els alumnes siguin conscients que aquesta mesura també és pot realitzar quan els raigs solars no

incideixen exactament segons la vertical es pot proposar una mesura conjunta amb un altre centre i compartir les dades de l'experiència en un mateix dia. També és una activitat molt enriquidora el fet de poder comunicar-se amb alumnes d'altres centres, fins i tot d'altres països, per poder transmetre aquest interès en les mesures i compartir resultats experimentals.

La metodologia a seguir seria la mateixa, només que en aquest cas, els alumnes hauran de reproduir la figura d'Eratòstenes (Full de treball 8) però amb la nova situació on els dos pals generen ombres. Un cop més, l'objectiu és que trobin la relació entre els angles però aquesta vegada hauran de restar els dos valors ($\alpha_2 - \alpha_1$) com s'observa a la representació de la figura 2¹⁰. Si ens decantem per aquesta opció, podem ampliar l'estudi del càlcul d'errors responnent a la pregunta de per què una escola que està més lluny dóna un error més petit?

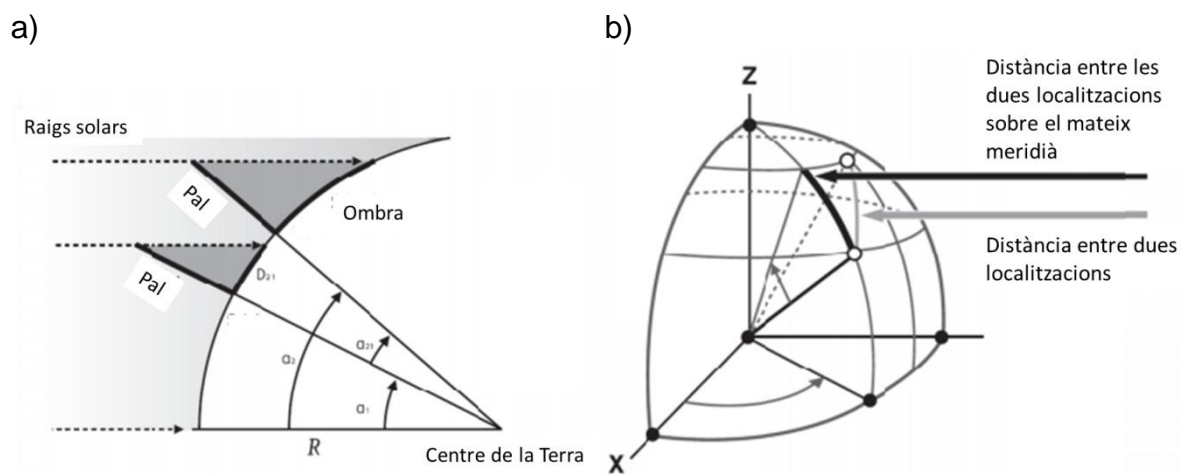


Figura 2: a) Representació esquemàtica de les ombres amb dos observadors separats per una distància D_{21} , b) Ajustaments en cas que els dos centres no es trobin sobre el mateix meridià on només cal mesurar la distància entre un punt traslladat sobre el mateix paral·lel geogràfic.

Una altra comprovació que es pot realitzar és determinar la latitud a partir del càlcul de l'angle que formen els raigs amb el pal durant les observacions

¹⁰ Per mesurar la distància entre les dues localitzacions es pot fer fàcilment a través de les aplicacions del programa *google Earth*, tenint en compte que el càlcul es fa sobre el mateix meridià.

realitzades per els alumnes en els dies propers a l'equinocci de primavera. Es tracta que ells primer facin els seus càlculs i després ho comprovin amb programes com el *google earth*. D'aquesta manera recordaran les definicions de longitud i latitud i reforçaran la connexió de les matemàtiques amb la necessitat de situar-se i orientar-se.

Una altre activitat interessant és la realització d'un vídeo curt (aprox. 3 minuts) en el que tota la classe participi responent a una pregunta que s'ha treballat durant aquesta proposta. Es una bona manera de posar de manifest aplicacions de les matemàtiques i en el nostre cas en un context històric. La proposta de vídeo ja que ens centrem en les mesures realitzades per Eratòstenes podria ser fer aquesta representació.

Els alumnes primer de tot haurien de crear el "paper" que va donar la informació de les ombres i a partir d'aquí reproduir les observacions del bastó a Alexandria (podem fer un vídeo el dia de l'experiment que evidenciï el moviment amb l'ombra més curta però no nul·la) i els seus càlculs. Es tracta de presentar aquesta informació de forma entenedora i explicada per els propis alumnes escenificant el gran mèrit d'Eratòstenes, que no és la importància en l'exactitud dels resultats i del valor numèric que va obtenir, sinó en comprendre que la grandària de la Terra era mesurable i en dissenyar un mètode per l'obtenció indirecta del seu valor amb els instruments d'aquell temps.

7 Conclusions

La realització d'aquest treball m'ha permès ampliar els meus coneixements sobre l'aspecte cultural de les matemàtiques amb la intenció d'aplicar-ho a les aules per un ensenyament que arribi a tots els alumnes. Davant d'aquest repte, hem afrontat la problemàtica des de el plantejament d'una proposta d'activitats, la gestió de l'aula i en relació al context amb la visió de les matemàtiques com un producte cultural.

El valor d'aquesta activitat està en la connexió de les matemàtiques amb la curiositat dels fenòmens que des de l'antiguitat ja estaven lligats a les necessitats socials i amb la diversitat de continguts que hi són presents. Permet aplicar coneixements ja adquirits per els alumnes però també crear-ne de nous a través de diferents formes, des de l'experiment realitzant mesures directes, fins al tractament posterior per arribar al model matemàtic per calcular la mida de la terra. Del tractament posterior de les dades destaquem la relació entre alçades de pals i llargades d'ombres per identificar la relació de proporcionalitat numèrica i geomètrica.

La gestió dins l'aula considero que és una part fonamental d'aquesta proposta organitzant la participació de tots els alumnes per a que apareguin les diferents formes de pensament matemàtic a partir de preguntes adequades per enriquir els debats amb les aportacions de tots. S'ha fomentat el treball cooperatiu però sense oblidar l'esforç individual amb les responsabilitats dins el grup de treball que porta a parlar, argumentar, convèncer, organitzar, etc. D'aquesta manera estem enriquant a tots els alumnes ja que l'aprenentatge de les matemàtiques depèn de les interaccions i contribucions de tots els companys.

Tant la part d'històrica de la proposta com l'experimental penso que són elements motivadors que estimulen la participació dels alumnes i el seu aprenentatge tot i que a la realitat no ha estat possible portar-la a la pràctica i fer-ne una valoració

global. La major dificultat amb la que m'he trobat a l'hora d'adaptar fets històrics son les modificacions necessàries per ajustar la proposta a un curs determinat per tal que els alumnes assoleixin els coneixements que volem introduir, però considero que és una bona manera d'introduir l'origen d'algunes de les idees matemàtiques que han captivat a la humanitat. També voldria destacar la importància de la col·laboració entre el professorat alhora de preparar aquests tipus de materials i per la seva aplicació real. Sempre és molt més interessant treballar en un grup fins i tot amb professors d'altres matèries on s'aporten més idees a partir de l'experiència de cada un.

Finalment, amb aquest treball he intentat transmetre el convenciment de que tot alumne hauria de rebre una educació matemàtica significativa i cap hauria de ser exclòs per motiu de diferències culturals o socials, per això, és necessari promoure formes d'ensenyament que contribueixin a aquest objectiu fonamental per un aprenentatge de qualitat.

8 Bibliografía

Alsina, A., i Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*, 113-142.

Álvarez, F., Garrido L.M., i Ruiz A. (1997). *EIX matemàtiques (Balears)*. (1a ed.). Barcelona: Vicens-Vives.

Álvarez, H.B. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 21-25.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

Bishop, A. J. (2001). Lo que una perspectiva cultural nos cuenta sobre la historia de las matemáticas. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8(26), 61-72.

Civil, M., Planas, N., i Fonseca, J. D. (2000). La atención a la diversidad en el aula de matemáticas: hacia una participación pedagógica y matemática. *UNO-Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 23, 29-42.

Contreras, M.L.O. (1996). *Etnomatemáticas: Formación de profesores e innovación curricular*. Comares.

D'Ambrosio, U. (1997). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in mathematics education*, 13-24.

Fauvel, J., i van Maanen, J. A. (2000). Multicultural issues. Dins Kluwer (ed.), *History in mathematics education: An ICMI study (Vol. 6)*. Springer Science & Business Media. (p. 46-50).

Goldstein, B. R. (1984). Eratosthenes on the "measurement" of the Earth. *Historia Mathematica*, 11(4), 411-416.

Gorgorió, M. N., i Deulofeu, J. (2000). Planteamientos para el cambio: introducción. *Matemáticas y educación: retos y cambios desde una perspectiva internacional*, 15-32.

Greenfield, P.M., i Bruner, J. S. (1966). Culture and cognitive growth. *International Journal of Psychology*, 89-107.

Guevara, I., i Massa, M. R. (2009). La Història de les matemàtiques dins dels nous currículums de secundària. *Actes d'història de la ciència i de la tècnica*, 2(1), 377-388.

Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya. (2014). La mesura de la Terra (vídeo). Disponible a: <http://www.icc.cat/cat/Home-ICC/Mapes-escolars-i-divulgacio/Videos/La-mesura-de-la-Terra>

Miró, X. V. (2006). Matemáticas y culturas: una relación pendiente de profundizar. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 52, 51-61.

Newton, R. R. (1980). The Sources of Eratosthenes Measurement of the Earth. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, 21, 379.

Planas, N. (2003). Medidas de apoyo pedagógico, didáctico y organizativo ante el fenómeno del fracaso matemático escolar en alumnos minoritarios. *IDEAS Y RECURSOS*, 23. <http://revistasuma.es/revistas/42-marzo-2003/medidas-de-apoyo-pedagogico.html>

Planas, N. (2004). Análisis discursivo de interacciones sociales en un aula de matemáticas multiétnica. *Revista de Educación*, 334, 59-74.

Planas, N. (2005). El papel del discurso en la construcción del Discurso de la práctica matemática. *Cultura y Educación*, 17(1), 19-34.

School of Mathematics and Statistics, University of St Andrews, Scotland. The MacTutor History of Mathematics Archive. [Consulta: 29 de juny del 2015] Disponible a: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk>

Sotiriou, S., i Bogner, F. X. (2015). A 2200-Year Old Inquiry-Based, Hands-On Experiment in Today's Science Classrooms. *World Journal of Education*, 5(2), 52.

Walkup, N. Eratosthenes and the Mystery of the Stades. *AMC*, 10, 12. Disponible a: <http://historyofmathematics.org/>